

ارائه دو الگوریتم فراابتکاری به منظور حل مسأله سرمایه گذاری در منابع پروژه با اهداف کمینه سازی هم زمان هزینه های منابع و زمان اتمام پروژه

امیرعباس نجفی*
فرامرز شمس ناتری**
محمد نجفی***

چکیده

یکی از مسائل کاربردی زمان بندی پروژه، که در سال های اخیر مورد توجه محققان قرار گرفته، مسأله سرمایه گذاری در منابع می باشد. در این مسأله، برخلاف سایر مسائل زمان بندی پروژه، سطح در دسترس بودن منابع مورد نیاز پروژه به صورت متغیر تصمیم مطرح شده و مدنظر است که علاوه بر زمان بندی فعالیت ها، سطح تدارک منابع نیز مشخص گردند. مطالعات انجام شده در این زمینه، محدود به بهینه سازی یک تابع هدف می باشد. در این مقاله، مسأله سرمایه گذاری در منابع به منظور بهینه سازی هم زمان اهداف حداقل مدت زمان اتمام پروژه و حداقل هزینه های تدارک منابع، تعریف و مورد بررسی قرار می گیرد. به منظور حل مسأله، دو الگوریتم فراابتکاری به نام های الگوریتم ژنتیک دو مرحله ای زیر جمعیتی و الگوریتم ژنتیک چندجمعیتی، ارائه می شود. همچنین با توجه به معیارهای ارزیابی، عملکرد دو الگوریتم مورد سنجش قرار می گیرد.

واژگان کلیدی: زمان بندی پروژه، الگوریتم فراابتکاری، جواب های پارتو، محدودیت منابع، بهینه سازی دو هدفه.

* استادیار دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران. نویسنده مسئول aanajafi@kntu.ac.ir

** کارشناس ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی قزوین، ایران

*** کارشناس ارشد مدیریت صنعتی، دانشگاه آزاد اسلامی تهران مرکز، ایران

مقدمه

طی دهه‌های گذشته، تحقیقات متعددی بر روی انواع مسائل زمان‌بندی پروژه انجام شده است. "تاوارس" [۱۴] مسأله زمان‌بندی پروژه را بر پایه سه عامل فعالیت‌ها، منابع و تابع هدف گروه‌بندی نمود. از دیدگاه فعالیت‌ها، مسأله زمان‌بندی پروژه دارای حالات مختلفی براساس روابط پیش‌نیازی فعالیت‌ها، یک یا چندگانه بودن حالات اجرای آن‌ها، احتمالی یا قطعی بودن مدت زمان فعالیت‌ها، امکان انقطاع در حین اجرای فعالیت‌ها و... می‌باشد. مسأله زمان‌بندی پروژه از دیدگاه منابع، درخصوص لحاظ یا عدم‌لحاظ منابع در مدل‌سازی، انواع حالات منابع (قابل تجدید یا غیرقابل تجدید) و در نظرگیری سطح منابع به‌عنوان متغیر تصمیم یا پارامتر ورودی، دارای مدل‌های مختلفی می‌باشد و سرانجام از دیدگاه تابع هدف، مسأله می‌تواند دارای اهداف مختلفی برای بهینه‌سازی باشد.

یکی از معروف‌ترین مسائل زمان‌بندی پروژه، مسأله زمان‌بندی پروژه با محدودیت منابع می‌باشد که خود این مسأله نیز با توجه به شرایط مسأله دارای مدل‌های متعددی می‌باشد. در مسأله زمان‌بندی پروژه با محدودیت منابع، برای اجرای فعالیت‌های پروژه به منابعی نیاز است که محدود به سقف مشخصی هستند و فعالیت‌ها باید به‌نحوی برنامه‌ریزی شوند که در هیچ مقطع زمانی بیش از سطح در دسترس نیاز نباشد. "بلازویک" [۴] ثابت کرد که مسأله زمان‌بندی پروژه با محدودیت منابع از لحاظ پیچیدگی در زمره مسائل NP-hard قرار می‌گیرد. یکی از تصمیماتی که در مسأله زمان‌بندی پروژه با محدودیت منابع مطرح می‌شود، تعیین سطح و سقف هر منبع در شروع طرح مسأله است. با توجه به این نکته، در سال‌های اخیر برای حل مسأله زمان‌بندی پروژه با محدودیت منابع مدل‌هایی ارائه شده‌اند، که در آن‌ها سطح استخدامی و مورد نیاز هر منبع به‌عنوان متغیر تصمیم در نظر گرفته می‌شود. یکی از این موارد، مسأله سرمایه‌گذاری در منابع است. در این مسأله، تعیین سطح منابع (برخلاف سایر مدل‌های زمان‌بندی پروژه با محدودیت منابع) به‌عنوان یکی از متغیرهای تصمیم مسأله مطرح و ضمن تعیین زمان‌بندی فعالیت‌های پروژه، سطح تدارک منابع پروژه نیز مشخص می‌گردد.

"موهرینگ" [۸] مسأله سرمایه‌گذاری در منابع را معرفی و اثبات نمود که این مسئله

نیز از لحاظ پیچیدگی یک مسأله NP-Hard است. "نوبل" [۱۱] یک الگوریتم شاخه و کران برای مسائل سرمایه‌گذاری در منابع با روابط پیش‌نیازی عمومی ارائه نمود. در دامنه الگوریتم‌های ابتکاری در این زمینه، می‌توان به تحقیق "نیومن" و همکاران [۱۰] اشاره نمود. در شرایطی که در مسأله حداقل و حداکثر تأخیر در اتمام پروژه وجود نداشته باشد می‌توان به تحقیق "آکپان" [۲] اشاره نمود. "شادرخ" و "کیانفر" [۱۳] نیز مسأله سرمایه‌گذاری در منابع را مورد بررسی قرار دادند و الگوریتم ژنتیکی برای حل آن ارائه کردند. "نجفی" و "نیاکی" [۹] هم مسأله سرمایه‌گذاری در منابع با جریان نقدی تنزیل‌شده را مورد بررسی قرار داده و دو الگوریتم فراابتکاری اولویت‌دهی و ژنتیک را برای حل آن توسعه دادند.

در مجموع، وجه اشتراک تحقیقات فوق را می‌توان در بهینه‌سازی یک هدف خلاصه نمود و تاکنون تحقیقی با در نظرگیری هم‌زمان دو هدف در مسأله سرمایه‌گذاری در منابع پروژه صورت نگرفته است. از این رو در این مقاله، برای اولین بار مسأله سرمایه‌گذاری در منابع، با اهداف کمینه‌سازی مدت زمان پروژه و کمینه‌سازی هزینه‌های تدارک منابع و با رویکرد یافتن جواب‌های "پارتو" مورد توجه قرار می‌گیرد. دو هدف ذکر شده متعارض بوده و جزء اهداف هر مدیری جهت موفقیت پروژه می‌باشد. در این راستا، مدل ریاضی مسئله تبیین و دو الگوریتم فراابتکاری چندهدفه، جهت حل مسئله پیشنهاد شده و کارایی الگوریتم‌ها مورد سنجش قرار می‌گیرد.

ساختار ادامه مقاله بدین صورت است: در بخش بعدی، مفاهیم مقدماتی تصمیم‌گیری با اهداف چندگانه تشریح می‌شود. سپس مسأله مورد نظر، به‌طور دقیق تعریف و مدل‌سازی می‌گردد. در بخش بعد، دو روش مبتنی بر الگوریتم ژنتیک دو مرحله‌ای زیرجمعیتی و الگوریتم ژنتیک چندجمعیتی، برای حل مسئله توسعه داده شده و جزئیات طراحی آن‌ها تشریح می‌شود. در ادامه، عملکرد دو الگوریتم مورد ارزیابی و سنجش قرار می‌گیرد. جمع‌بندی مطالب نیز در بخش انتهایی مقاله آمده است.

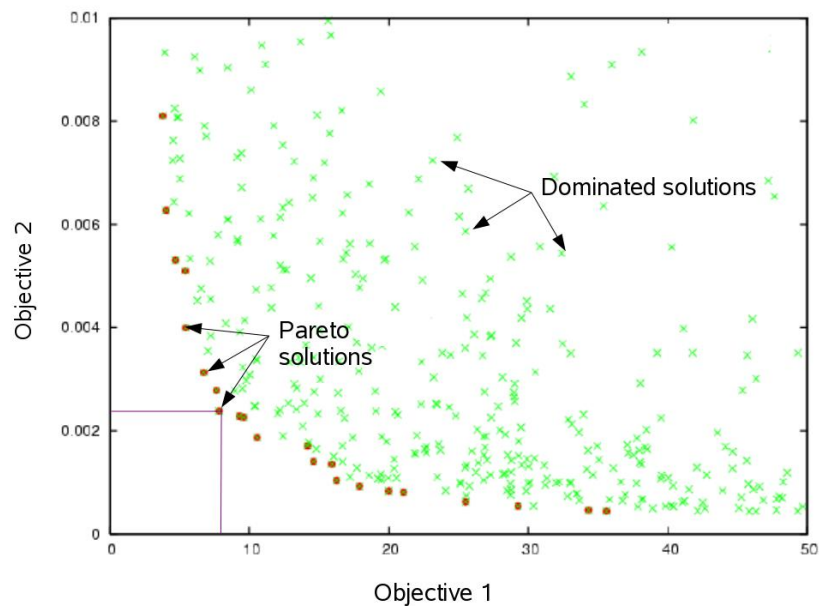
تصمیم‌گیری با اهداف چندگانه (MODM)^۱

مدل MODM از جمله مدل‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره (MCDM)^۲ است و در

1- Multi-Objective Decision Making
2- Multi-Criteria Decision Making

آن چندین هدف به طور هم‌زمان جهت بهینه‌شدن، مورد توجه قرار می‌گیرند. گاهی این اهداف در یک جهت نیستند و به صورت متضاد عمل می‌کنند. مثلاً تصمیم‌گیرنده از یک طرف تمایل دارد، کیفیت کار را افزایش دهد و از طرف دیگر، می‌خواهد هزینه‌ها را حداقل کند و این مطلب پیچیدگی این گونه مسائل را نسبت به مسائل تصمیم‌گیری تک‌هدفه افزایش می‌دهد.

روش‌های حل مسائل MODM را می‌توان به دو گروه اصلی تقسیم نمود. در یک گروه تلاش می‌شود، مسئله به یک مدل تک‌هدفه تبدیل و از طریق آن، مسئله اصلی را حل نمود. یکی از مرسوم‌ترین روش‌های این گروه، روش وزن‌دهی به اهداف جهت ایجاد یک تابع هدف جامع است. در گروه دیگر، یک مدل MODM با هدف شناسایی و تولید جواب‌ها و مرز پارتو^۱ حل می‌گردد. مرز پارتو شامل جواب‌هایی می‌شود که توسط جواب‌های دیگر مغلوب^۲ نمی‌شوند، به این معنی که هیچ جواب دیگری پیدا نمی‌شود که در تمامی اهداف مسئله، نسبت به جواب مذکور دارای برتری باشد. برای درک بهتر، شکل (۱) جواب‌های پارتو را در یک مسئله دو هدفه نشان می‌دهد.



شکل ۱. نمایش جواب‌های پارتو در یک مثال دوهدفه

1- Pareto Frontier
2- Dominate

مدل سازی ریاضی مسئله چندهدفه سرمایه گذاری در منابع (MORIP)

پروژه‌ای متشکل از n فعالیت را در نظر بگیرید که در آن فعالیت‌ها از ۱ تا n شماره گذاری شده‌اند. فعالیت‌های ۱ و n مجازی (موهومی) بوده و به ترتیب شروع و اتمام پروژه را نشان می‌دهند. مدت زمان فعالیت i به صورت d_i تعریف می‌شود. روابط پیش‌نیازی فعالیت‌ها از نوع روابط پایان به شروع بوده و مجموعه فعالیت‌های پیش‌نیاز فعالیت i با $P(i)$ نشان داده می‌شود. برای اجرای فعالیت‌های پروژه به K نوع منبع نیاز است. هزینه استخدام منبع k برابر C_k بوده و میزان نیاز فعالیت i به منبع نوع k در هر واحد زمانی برابر r_{ik} می‌باشد. مسئله تعیین زمان شروع فعالیت‌ها و سطح تدارک منابع پروژه به نحوی است که ضمن رعایت محدودیت پیش‌نیازی و محدودیت منابع، توابع هدف مسئله بهینه گردند. با توجه به اهمیت معیارهای زمانی و هزینه‌ای در موفقیت هر پروژه، توابع هدف مورد نظر در این مقاله کمینه‌سازی مدت زمان پروژه و کمینه‌سازی هزینه‌های منابع تعیین شده است. به منظور مدل‌سازی مسئله ابتدا متغیرهای ذیل، تعریف می‌شود:

S_i : زمان شروع فعالیت i ، $i=1, \dots, n$

R_k : سطح تدارک منبع نوع k ، $k=1, \dots, K$

X_{it} : متغیر صفر و یک، به نحوی که مقدار یک می‌گیرد وقتی فعالیت i در زمان t شروع شود و در سایر موارد صفر می‌باشد.

با توجه به مطالب فوق، مدل ریاضی مسئله به شرح زیر می‌باشد:

$$\text{Min } Z_1 = \sum_{k=1}^K C_k R_k \quad (1)$$

$$\text{Min } Z_2 = S_n \quad (2)$$

Subject to

$$S_i - S_j \geq d_j \quad ; \quad \forall j \in p(i), \quad i = 1, \dots, n \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{l=t-d_i+1}^t r_{ik} X_{il} \leq R_k \quad ; \quad t = 0, 1, \dots, T \quad (4)$$

$$\sum_{t=ES_i}^{LS_i} X_{it} = 1 \quad ; \quad i = 1, \dots, n \quad (5)$$

$$S_i = \sum_{t=ES_i}^{LS_i} t X_{it} \quad ; \quad i = 1, \dots, n \quad (6)$$

$$S_i \geq 0 ; \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

$$R_k \geq 0 ; \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (8)$$

$$X_{it} = \{0,1\}; \quad i = 1, 2, \dots, n ; t = ES_i, \dots, LS_i \quad (9)$$

به طوریکه T بیانگر حداکثر افق برنامه ریزی پروژه بوده و ES_i و LS_i به ترتیب بیانگر زودترین زمان شروع و دیرترین زمان شروع فعالیت i می باشند.

در مدل ریاضی فوق، رابطه (۱) تابع هدف اول مسأله و بیانگر کمینه سازی مجموع هزینه های تدارک منابع پروژه می باشد. رابطه (۲)، دومین تابع هدف مسأله است و نشان دهنده کمینه سازی زمان اتمام پروژه است. مجموعه محدودیت (۳)، روابط پیش نیازی بین فعالیت ها را رعایت می کند. محدودیت (۴) تضمین می کند که استفاده از منبع در هر دوره زمانی از سقف استخدامی منابع بیشتر نباشد. محدودیت های (۵) و (۶) نیز زمان شروع فعالیت ها را مشخص می کنند. محدودیت های (۷)، (۸) و (۹) نیز دامنه مجاز متغیرهای تصمیم را مشخص می کنند.

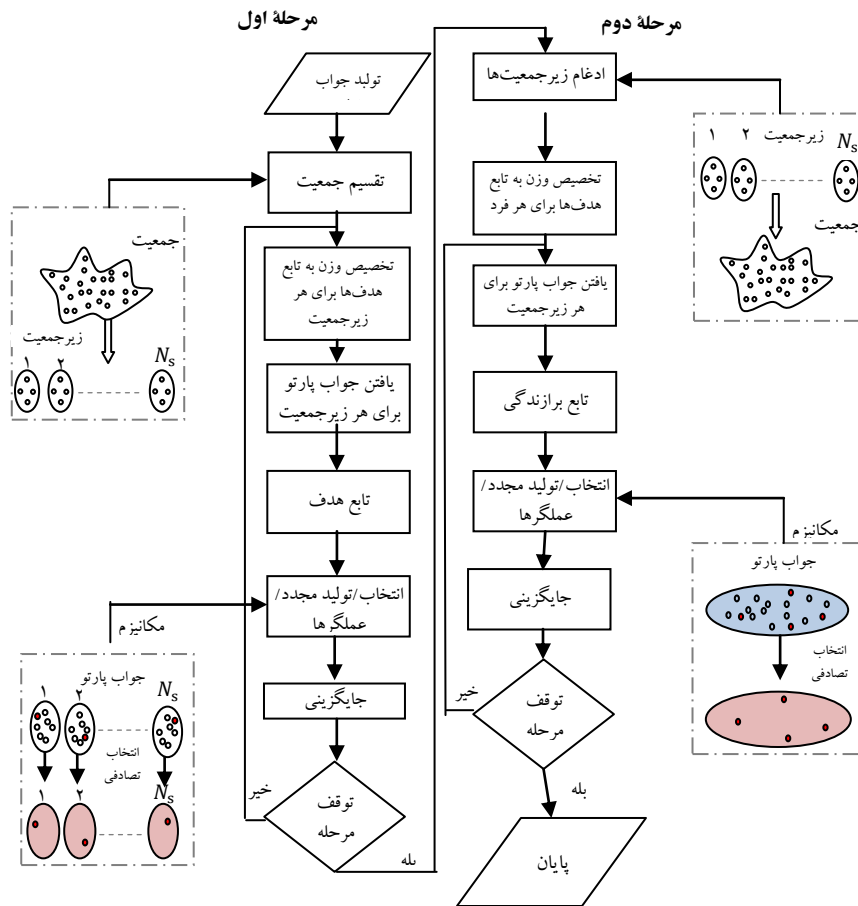
ارائه دو الگوریتم ژنتیک برای حل مدل

باتوجه به اینکه مسأله سرمایه گذاری در منابع، در زمره مسائل NP-hard می باشد [۷]، در ادامه به منظور حل مسئله دوهدفه آن، دو روش فراابتکاری براساس "الگوریتم ژنتیک دو مرحله ای زیرجمعیتی" و "الگوریتم ژنتیک چندجمعیتی" ارائه می گردد.

الگوریتم ژنتیک دو مرحله ای زیرجمعیتی (TPSPGA)^۱

این الگوریتم توسط "چانگ" و همکاران [۵] ارائه شده و اصول اصلی آن بر روی تجزیه جمعیت اصلی به چند زیرجمعیت بنا نهاده شده و جهت ترکیب توابع هدف به یک تابع هدف، به هر یک اوزان مختلف تخصیص داده می شود. در این الگوریتم هر زیرجمعیت روی قسمت مشخصی از فضای جواب جستجو می کند، بدین ترتیب تنوع بخشی جمعیت ها بین این زیرجمعیت ها می تواند حفظ شود. بعد از تعداد تکامل

مشخص فرایند جستجو، جهت بهبود بیشتر کیفیت جواب، کلیه زیرجمعیت‌ها مجدداً به صورت جمعیت واحد درآمده و توابع هدف برای هر یک از کروموزوم‌ها ترکیب می‌شوند تا بدین وسیله فرایند جستجوی وسیع‌تری تا زمان دستیابی به یک جواب نزدیک بهینه، انجام شود. شکل (۲)، روند اجرایی الگوریتم TPSPGA را نشان می‌دهد.

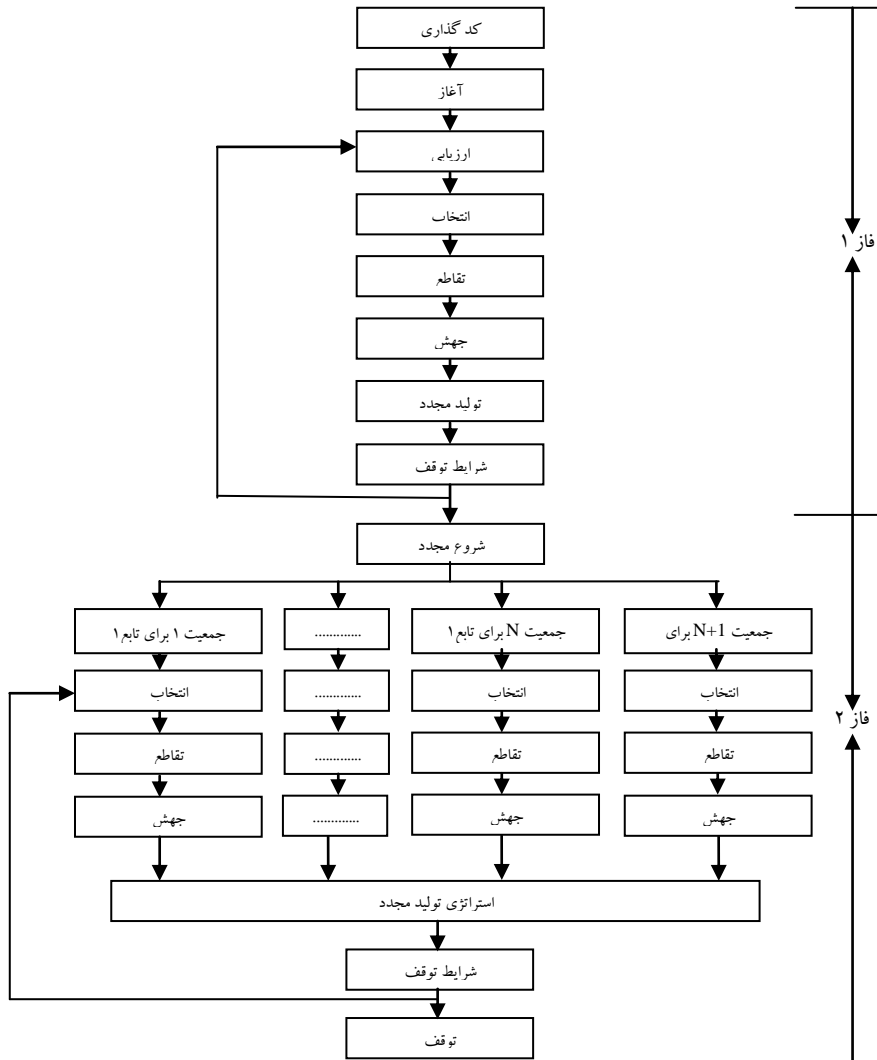


شکل ۲. روند اجرایی الگوریتم TPSPGA [۵]

الگوریتم ژنتیک چند جمعیتی (MPGA)

از الگوریتم‌های دیگر حل مسائل بهینه‌سازی چند هدفه، الگوریتم ژنتیک

چندجمعیتی می‌باشد که توسط "کچران" و همکاران [۶] ارائه شده است. این الگوریتم دارای دو مرحله می‌باشد، در مرحله اول الگوریتم ژنتیک با استفاده از تابع هدف ترکیبی اجرا می‌شود. در پایان مرحله اول، جواب‌ها به زیرجمعیت‌هایی تقسیم شده و هر یک به صورت مستقل اجرا می‌شوند، به طوری که به وسیله استراتژی Elitism، بهترین جواب هر تابع هدف و بهترین جواب هر تابع هدف ترکیبی نگهداری می‌شود. شکل (۳) روند اجرایی این الگوریتم را تشریح می‌دهد. این رویکرد از MOGA اصلاح شده در مرحله اول و از VEGA اصلاح شده در مرحله دوم استفاده می‌کند.



شکل ۳. روند اجرایی الگوریتم [۶MPGA]

طراحی الگوریتم ژنتیک مورد استفاده در دو الگوریتم فوق طراحی کروموزم

هر جواب مسأله، دارای کروموزمی می‌باشد که از دو قسمت ترتیب برنامه‌ریزی فعالیت‌ها و سطح تدارک هریک از منابع تشکیل شده است. بخش اول، قسمت ترتیب و بخش دوم را قسمت سطح منابع نامیده می‌شود. بنابراین یک کروموزم به صورت شکل (۴) تعریف می‌شود:

j_1^I	j_2^I	...	j_n^I	R_1^I	R_2^I	...	R_n^I
---------	---------	-----	---------	---------	---------	-----	---------

شکل ۴. طرح کروموزوم

به نحوی که j_u^I شماره یکی از فعالیت‌های پروژه است در توالی زمان‌بندی کروموزم، در نوبت u قرار دارد و R_v^I سطح تدارک منبع v است که می‌بایست تأمین گردد. ترتیب فعالیت‌ها از چپ به راست (j_1^I, \dots, j_n^I) به نحوی است که تمامی فعالیت‌های پیش‌نیاز یک فعالیت، سمت چپ آن فعالیت قرار گرفته باشند. یعنی اگر a و b دو فعالیت پروژه باشند:

$$a \in p(b), j_k^I = a, j_l^I = b \rightarrow k < l \quad (10)$$

هنگام تبدیل کروموزم به جواب از روش تولید برنامه سری استفاده می‌شود و زمان‌های شروع فعالیت‌ها تعیین می‌گردد. روش تولید برنامه سری، برنامه‌های فعال به وجود می‌آورد و بیکر [۳] نشان داد برای توابع هدف با معیار منظم کارایی، جواب بهینه حتماً در بین برنامه‌های فعال می‌باشد.

تولید تصادفی نسل اولیه

برای تولید نسل اولیه الگوریتم ژنتیک، کروموزوم‌ها به طور تصادفی با توزیع تقریباً یکنواخت از کل فضای جواب موجود تولید می‌گردد تا یک جستجوی مناسب در کل فضای جواب صورت گرفته و امکان حضور نقاط مختلف فضای جواب به طور همگن پدید آید. بدین منظور برای تولید قسمت ترتیب فعالیت‌ها، ابتدا از "مجموعه

فعالیت‌های واجد شرایط "یک فعالیت به تصادف انتخاب و در جایگاه عنصر اول کروموزوم قرار می‌گیرد، سپس مجموعه فعالیت‌های واجد شرایط بهنگام شده و از میان آن‌ها، عنصر دیگری به تصادف انتخاب و در جایگاه دوم بخش ترتیب کروموزوم قرار می‌گیرد و مجدداً مجموعه فعالیت‌های واجد شرایط بهنگام و این رویه تا زمانی که تمامی فعالیت‌ها انتخاب شوند، ادامه می‌یابد. به نحوی که مجموعه فعالیت‌های واجد شرایط، مشتمل بر فعالیت‌های بدون پیش‌نیاز و یا فعالیت‌هایی که از قبل انتخاب شده‌اند، تعریف می‌گردد.

بعد از ایجاد رشته کروموزوم در قسمت ترتیب فعالیت‌ها، باید قسمت سطح منابع را نیز به تصادف ایجاد نمود. بدین منظور، در خصوص هر منبع، سطح تدارک آن در بازه حد پایین تا حد بالای تدارک منبع، به تصادف تولید می‌شود. حد پایین سطح تأمین منبع (R_k) به صورت رابطه شماره (۱۱) تعریف می‌گردد که در آن نمادهای زیر استفاده شده است:

r_{ik} : میزان نیاز فعالیت i به منبع k در هر واحد زمانی

d_i : مدت زمان انجام فعالیت i

S_n : زمان شروع فعالیت n

$$\underline{R}_k = \text{Max} \left\{ \frac{\sum_{i=1}^n (r_{ik} \times d_i)}{\text{Min}\{S_n, \sum_{i=1}^n d_i\}}, \text{Max}_{i=1, \dots, n} \{r_{ik}\} \right\} \quad (11)$$

حد بالای تدارک منبع k (\overline{R}_k) نیز از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\overline{R}_k = \sum_{i=1}^n r_{ik} \quad (12)$$

تولید قسمت سطح تأمین منابع در هر کروموزوم بصورت تصادفی و یکنواخت، در بازه حد پایین تا حد بالای هر منبع تعیین می‌گردد.

طرح تقاطع

برای تقاطع دو کروموزوم در قسمتی که ترتیب فعالیت‌ها واقع است از تقاطع‌های زیر استفاده می‌شود:

تقاطع یک نقطه‌ای^۱

والدها را p_1 و p_2 بنامید، سپس از بین اعداد ۱ تا n عددی به تصادف انتخاب (b_r) کنید. برای تولید فرزند اول، ابتدا عناصر b_r تا n از کروموزوم p_1 عیناً در فرزند کپی می‌شود و برای مابقی عناصر کروموزوم فرزند، فعالیت‌های باقیمانده به ترتیبی که در کروموزوم p_2 قرار گرفتند، کپی می‌گردد. برای فرزند ۲ نیز بالعکس رویه تولید فرزند یک عمل می‌گردد.

تقاطع دو نقطه‌ای^۲

برای تقاطع دو نقطه‌ای قسمت ترتیب فعالیت‌ها، دو عدد تصادفی بین ۱ تا n تولید می‌گردد (به ترتیب b_{r1} و b_{r2}). برای فرزند اول، خانه‌های b_{r1} تا b_{r2} مستقیماً از والد ۱ در خانه‌های مشابه آن کپی می‌شود. در خانه‌های ۱ تا $b_{r1}-1$ والد ۱ با ترتیب قرارگیری آن‌ها در والد ۲ قرار می‌گیرد و در خانه‌های $b_{r2}-1$ تا J نیز همان والد ۱ با ترتیب قرارگیری آن‌ها در والد ۲ قرار می‌گیرد برای فرزند ۲ برعکس خانه‌های b_{r1} تا b_{r2} از والد ۲ کپی می‌شود.

برای تقاطع قسمت منابع کروموزوم، از مقدار عدم تطابق آن استفاده می‌شود. اگر مقدار عدم تطابق والد ۱ را با f_1 و مقدار عدم تطابق والد ۲ را f_2 نامیده شود و $f_1 \leq f_2$ باشد و سطح منبع k برای والد ۱ برابر R_k^1 و برای والد ۲، R_k^2 باشد و اگر $R_k^1 \leq R_k^2$ باشد سطح منبع فرزند آنها بطور تصادفی از یک توزیع مثلثی بدست می‌آید. توزیع مثلثی طوری در نظر گرفته می‌شود که سطح منبع تمایل بیشتری داشته باشد که به سطح منبع کروموزومی از والد خود حرکت کند که عدم تطابق کمتری دارد.

طرح جهش

یک کروموزوم با احتمال P_{mu} جهش می‌یابد. در کروموزومی که می‌خواهد جهش یابد یک عدد تصادفی در فاصله ۱ تا n انتخاب می‌شود. آن را a بنامید. در قسمت ترتیب فعالیت‌های کروموزوم، فعالیت واقع در مکان a در نظر گرفته می‌شود. در رشته فوق مکان‌های b و c به ترتیب مکان آخرین پیش‌نیاز فعالیت مورد نظر روی رشته

1- Single point crossover
2- Two point crossover

کروموزوم و مکان اولین پس نیاز فعالیت واقع در مکان a می باشد. یک عدد تصادفی بین $b+1$ و $c-1$ تولید می شود. آنرا d بنامید و $d < a$ فعالیت مورد نظر به مکان d منتقل می شود و کلیه فعالیت های واقع در مکان های d تا $a-1$ یک واحد به سمت راست شیفت پیدا می کند. اگر $d > a$ باشد فعالیت مورد نظر به مکان d منتقل می شود و فعالیت های واقع در مکان های $a+1$ تا d یک واحد به چپ حرکت می کنند. برای جهش در سطح منابع، یک منبع به تصادف انتخاب می شود و یک واحد از آن کاسته می شود. کروموزوم جهش یافته با احتمالی متناسب با عدم تطابق آن جایگزین کروموزوم اولیه می شود.

مقایسه و ارزیابی الگوریتم ها

باتوجه به نبود مسائل نمونه برای مسئله دو هدفه سرمایه گذاری در منابع، با استفاده از (نرم افزار PROGEN) مجموعه ای شامل ۹۰ مسأله آزمایشی تولید شده است. PROGEN یک نرم افزار تولید مسائل نمونه جهت زمان بندی پروژه با محدودیت منابع است که توسط "کولیش" ایجاد شده و از طریق سایت اینترنتی PSPLIB در دسترس می باشد [۷]. این نرم افزار به وسیله تغییر فاکتورهای پیچیدگی شبکه^۱، عامل منبع^۲ و نیرومندی منبع^۳ مسأله آزمایشی اشاره شده را تولید می کند. پیچیدگی شبکه نشان دهنده متوسط تعداد بردارهای غیر تکراری گذرنده از یک گره در شبکه پروژه شامل گره های مجازی در شبکه های گره ای است. عامل منبع متوسط مقداری که از منبع استفاده می شود. نیرومندی منبع نیز نشان دهنده مقدار در دسترس بودن برای مسائل تخصیص منابع محدود است. فاکتورهای مذکور بر روی سختی مسائل نمونه ای تولید شده توسط نرم افزار PROGEN^۴، بسیار تأثیرگذار می باشند. با توجه به مطالب فوق، ۹۰ مسأله با تعداد فعالیت ۱۰،۲۰ و ۳۰ و تعداد منابع ۴،۳ و ۵ تولید گردید.

معیارهای سنجش کارایی

مسائل چندهدفه، جهت تشکیل مرز پارتو نیازمند دقت^۴ (باز تولید کردن مرز با دقت

1- Network complexity
2- Resource Factor
3- Resource Strength
4- Accuracy metrics

بالا) و تنوع^۱ (بازتولید کردن مرز با گستردگی مناسب) هستند در نتیجه مقایسه شایسته دو الگوریتم یک موضوع پیچیده است. چهار معیار سنجش کارایی، جهت ارزیابی و مقایسه کیفیت جواب الگوریتم‌های ارائه شده، بکار گرفته شده است که توسط "گیان" و همکاران [۱۲] معرفی شده است.

الف) تعداد راه‌حل‌های غیرمسلط سراسری: (ONSN)^۲

فرض کنید L نشان‌دهنده اجتماع k مجموعه غیرمسلط باشد. $(L = l_1 \cup, \dots, \cup l_k)$. یک مقدار کارایی ساده و آسان، شمارش تعداد جواب‌هایی در l_j است که توسط سایر جواب‌های حاضر در مجموعه مرجع L غالب نشوند. این مقدار بصورت ذیل ارائه می‌شود:

$$ONSN(l_j) = |l_j - \{X \in l_j | \exists Y \in L : Y > X\}| \quad (13)$$

جائیکه $Y > X$ به معنی تسلط جواب Y بر X است.

طبق رابطه فوق جواب‌هایی از X که بوسیله سایر جواب‌های Y در مجموعه L مسلط شده‌اند، از l_j حذف شده‌اند. مقادیر بزرگتر $ONSN(l_j)$ نشان‌دهنده کیفیت بهتر است.

تولید بردار غیرمسلط سراسری (ONVG)^۳

برای یک مجموعه جواب غیرمسلط به دست آمده l_j ، معیار سنجش (ONVG) به صورت $|l_j|$ تعریف شده است که نشان‌دهنده تعداد جواب‌های غیرمسلط در آن مجموعه است.

ب) معیار سنجش فاصله (DI_R) ^۴

معیار فاصله، جهت اندازه‌گیری کارایی مجموعه جواب‌های غیرمسلط l_j نسبت به مجموعه مرجع L^* استفاده شده است.

$$DI_R(j) = \frac{1}{|L^*|} \sum_{y \in L} \min \{d_{xy} | X \in l_j\} \quad (14)$$

d_{xy} فاصله بین جواب x و یک جواب مرجع y است.

1- Diversification metrics
2- Overall Non-dominated Solution Number
3- Overall Non-dominated Vector Generation
4- Distance metrics

$$d_{xy} = \sqrt{(Z_1^*(y) - Z_1^*(x))^2 + \dots + (Z_K^*(x) - Z_K^*(x))^2} \quad (15)$$

$Z_j^*(0)$ ، زامین تابع هدف است که با استفاده از مجموعه مرجع L^* نرمالایز شده است. هنگام مقایسه معیار سنجش کارائی دو مجموعه جواب غیرمسلط l_1 و l_2 ، اگر مرز پارتو شناخته نشده باشد دو مجموعه جواب با هم ترکیب شده و همه جواب‌های غیرمسلط، جهت تشکیل مجموعه L^* انتخاب می‌شود. مقدار $DI_R(l_j)$ کوچکتر، متناظر با یک تقریب بهتر از مرز پارتو است.

ج) کیفیت میانگین (AQ)

این معیار جهت ارزیابی کیفیت مجموعه جواب، پیشنهاد شده است که در ابتدا، بصورت تابع وزنی چیشف بیان شده است. این تابع ممکن است برخی از اجزای کیفی مجموعه جواب را به واسطه کارائی ضعیف در بحث مجاورت، در نظر نگیرد. که این نقص می‌تواند به وسیله عملکرد مناسب در توزیع جواب‌ها جبران شود. بنابراین شاخص‌های تنوع بخشی به رابطه اضافه شده است تا به محدودیت فوق غلبه کند. بنابراین، با توجه به توضیحات فوق روابط ذیل ارائه می‌گردد.

$$AQ = \sum_{\lambda \in \Lambda} l_a(z, u^0, \lambda, \rho) / |\Lambda| \quad (16)$$

وقتی که

$$l_a(z, u^0, \lambda, \rho) = \min_i \{ \max_k \{ \lambda_k (z_k(x_i) - u_k^0) \} + \rho \sum_{k=1}^K \lambda_k (z_k(x_i) - u_k^0) \} \quad (17)$$

و $(z_j(\cdot), z_j(\cdot))$ زامین تابع هدف و

$$\Lambda = \{ \lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_K) \mid \lambda_k \in \left\{ 0, \frac{1}{r}, \frac{2}{r}, \dots, 1 \right\}, \sum_{k=1}^K \lambda_k = 1 \} \quad (18)$$

و u^0 یک نقطه مرجع در فضای هدف است که برای مسائل دوهدفه بر روی $(0,0)$ تنظیم شده است. ρ یک مقدار کوچک است به طوری که در این مقاله ۰٫۰۱ در نظر گرفته

شده است. و I نیز یک مقدار پارامتری است و بعنوان تعداد مجموعه هدف (به طور مثال مقدار ۵۰) تعریف شده است. AQ می تواند هر دو مقوله مجاورت و تنوع بخشی را در مجموعه جواب ارزیابی کند. در این مورد یک معیار سنجش کوچکتر بیانگر یک مجموعه جواب بهتر است.

نتایج حاصل از حل مسائل و مقایسه الگوریتم ها

پس از اجرای الگوریتم های حل بر روی ۹۰ مسئله نمونه ای شامل پروژه هایی با ترکیب های ۱۰، ۲۰ و ۳۰ فعالیت و همچنین ۳، ۴ یا ۵ منبع (در مجموع ۹ گروه مسئله ای هر یک شامل ۱۰ مسئله)، نتایج به شرح جدول (۱) خلاصه می شود:

جدول ۱. نتایج محاسباتی حاصل از حل مسائل نمونه

تعداد فعالیت ها	تعداد منابع	تعداد مسئله نمونه	SPGA					MPGA				
			ONSN	ONVG	Dir	AQ normalized	Run time	ONSN	ONVG	Dir	AQ normalized	Run time
۱۰	۳	۱۰	۰	۱۴	۲۹,۹۴	۴۱,۳۵	۱۴۱,۳	۰,۷	۱۲,۳	۱۸,۰۲	۳۱,۴۹	۱۲۷,۷۵
۱۰	۴	۱۰	۰	۱۴,۴	۵۲,۰۹	۵۴,۶۸	۱۶۵,۱۸	۰,۲	۱۲,۱	۱۱,۴۶	۳۷,۹۱	۱۵۰,۹۹
۱۰	۵	۱۰	۰	۱۲,۲	۳۷,۵۲	۵۶,۷۶	۱۷۹,۷۶	۰,۷	۱۲,۹	۱۴,۶۳	۴۲,۹۳	۱۷۱,۹۵
۲۰	۳	۱۰	۰	۲۱,۷	۱۷,۳۶	۵۰,۰۳	۲۸۵,۰۲	۰,۷	۱۹,۵	۱۱,۰۳	۳۶,۴۲	۲۷۸,۵۱
۲۰	۴	۱۰	۰	۲۰,۷	۳۰,۳۶	۵۷,۲۹	۲۴۱,۹۵	۱,۴	۱۸	۱۰,۷۱	۴۳,۶۸	۲۳۶,۹۳
۲۰	۵	۱۰	۰	۱۵,۹	۳۲,۵۴	۵۵,۶۶	۳۱۴,۳۳	۲	۱۷,۴	۱۰,۳۷	۴۲,۱	۳۰۷,۱۴
۳۰	۳	۱۰	۰	۲۳,۶	۴۲,۲۳	۵۲,۸۱	۳۵۵,۳۴	۱,۳	۱۸,۸	۱۷,۲۶	۳۷,۹۳	۳۵۶,۵۶
۳۰	۴	۱۰	۰	۱۸	۳۵,۲۳	۶۱,۰۲	۴۱۰,۷۳	۰,۸	۱۸,۲	۱۸,۵۹	۴۳,۳۷	۳۸۲,۱۷
۳۰	۵	۱۰	۰,۱	۱۴,۶	۳۲,۹	۴۱,۳۶	۳۳۲,۶۹	۱,۳	۱۹,۳	۵۹,۳۱	۴۳,۳۷	۳۳۹,۱

به منظور مقایسه هر چه بهتر دو الگوریتم ارائه شده در هر یک از معیارهای سنجشی، از روش های آماری استفاده می شود. بدین منظور از آنجائی که با داده های زوج شده

سروکار داریم، آزمون رتبه علامت‌دار "ویلکاکسون" به کار گرفته می‌شود [۱]. پس اجرای آزمون رتبه علامت‌دار ویلکاکسون برای هر یک از معیارهای سنجش، نتایج حاصل از مقایسه دو الگوریتم در جدول (۲) خلاصه می‌شود:

جدول ۲. نتایج حاصل از مقایسه دو الگوریتم

نتیجه مقایسه آماری	معیار سنجش
$MPGA > TPSPGA$	معیار ONSN
$MPGA > TPSPGA$	معیار ONVG
$MPGA < TPSPGA$	معیار DI_R
$MPGA < TPSPGA$	معیار AQ

در مجموع نتایج نشان می‌دهند که در هر چهار معیار MPGA عملکرد بهتری داشته است. در مسائل حل شده الگوریتم TPSPGA تقریباً در اغلب موارد نتوانست جواب‌های پارتویی تولید کند که بر دیگری برتری داشته باشد (به جز حالت ۵ منبع ۳۰ فعالیت که یک جواب پارتو داشته است). الگوریتم MPGA در مقایسه با روش TPSPGA جواب‌های پارتو قوی‌تری را تولید کرده است که در تمام موارد نتوانسته بر TPSPGA غلبه کند.

به نظر می‌رسد در الگوریتم TPSPGA به علت انتخاب وزن‌های تصادفی به اهداف جهت تجمیع نتایج هر هدف در قالب یک عدد، باعث پراکنده شدن فرآیند جستجو و جلوگیری از تمرکز مناسب بر روی تولید جواب پارتو می‌شود. این نکته را می‌توان با نتایج به دست آمده از روش MPGA نیز تأیید کرد به این دلیل که فازبندی روش MPGA برخلاف روش دیگر است. به عبارت دیگر در MPGA ابتدا انتخاب وزن‌های تصادفی برای اهداف در فاز اول و سپس تقسیم جمعیت نهایی فاز اول و تکامل هر زیرجمعیت در جهت بهبود یکی از اهداف صورت می‌گیرد. بنابراین با تمرکز بروی هر یک از اهداف و بهبود هدف مشخص در فاز دوم این روش، امکان رسیدن به جواب‌های پارتو بیشتر می‌شود. ایده اساسی مذکور در هر دو روش به نوعی هم نقطه ضعف الگوریتم و هم نقطه قوت آن محسوب می‌شود. نقطه ضعف آن عدم کارایی در رسیدن به جواب‌های پارتو قابل رقابت با دیگر روش‌ها بوده و نقطه قوت امکان

جستجو در تمامی فضای جواب می باشد.

جمع بندی

در این مقاله، مسئله سرمایه گذاری در منابع بررسی شده و مدلی ارائه گردید که در آن به طور هم زمان دو هدف زمان اتمام پروژه و هزینه های منابع کمینه می گردد. به منظور حل مسأله، دو الگوریتم فراابتکاری، به نام های الگوریتم ژنتیک دومرحله ای زیرجمعیتی و الگوریتم ژنتیک چندجمعیتی، طراحی شد. سپس ۹۰ مسأله آزمایشی با کمک برنامه PROGEN تولید و توسط الگوریتم های فوق حل شدند. در ادامه، نتایج حاصل از حل مسائل آزمایشی توسط الگوریتم های فوق، به کمک چهار معیار سنجش کارایی مورد مقایسه گرفتند. نتایج نشان داد که الگوریتم ژنتیک چندجمعیتی دارای عملکرد بهتری می باشد. جهت ادامه تحقیقات، می توان مسئله را در شرایطی که اهداف پیشینه سازی ارزش خالص فعلی پروژه و کمینه سازی هزینه های منابع را در نظر گرفته باشد مورد بررسی قرار داد. همچنین توسعه روش های فراابتکاری دیگر و مقایسه عملکرد آن با روش های ارائه شده در این مقاله می تواند مورد توجه قرار گیرد.

منابع

۱. آذر، عادل و منصور مومنی، آمار و کاربرد آن در مدیریت، جلد دوم، تهران: انتشارات سمت، ۱۳۹۰.
2. Akpan, E.O.P., **Optimal resource determination for project scheduling**, Production Planning and Control, 8(5), 462-468, 1997.
- 3 Baker, K., **Introduction to sequencing and scheduling**, John Wiley and Sons, 1974.
4. Blazejcs, J., **“Complexity of computer scheduling algorithms under resource constraints”**, First Meeting of the AFCET on Applied Mathematics, Poland, 169-178, 1978.
5. Chang, P., S. Chen, and K. Lin, **“Two-phase sub population genetic algorithm for parallel machine-scheduling problem”**, Expert Systems with Applications, 29, 705–712, 2005.
6. Cochran, J. K., S. Min Horng and J. W. Fowler, **“A multi-population genetic algorithm to solve multi-objectivescheduling problems for parallel machines”**, Computers and Operations Research, 30, 1087–1102, 2003.
7. Kolisch, R., Schwindt, C., and Sprecher, A., **Benchmark instances for project scheduling problems**, in: J. Weglarz (Ed.): Handbook on Recent Advanced in Project Scheduling, Kluwer Academic publishers, Dordrecht, 1998.
8. Mohring, R.H., **“Minimizing costs of resource requirements in project networks subject to a fix completion time”**, Operations Research, 32, 89–120, 1984.
9. Najafi A.A., and S.T.A. Niaki, **“A genetic algorithm for resource investment problem with discounted cash flows”**, Applied Mathematics and Computation, 183, 1057–1070, 2006.
10. Nuamann, K., C. Schwindt and J. Zimmerman, **Project Scheduling with Time Windows and Scarce Resources**, Springer, Berlin, 2003.
11. Nubel, H., **“The resource renting problem subject to temporal constraints”**, OR Spektrum, 23, 574–586, 2001.
12. Qian, B., L. Wang, D. Huang, W. Wang and X. Wang, **“An effective hybrid DE-based algorithm for multi-objective flow shop scheduling with limited buffers”**, Computers and Operations Research, 36, 209 – 233, 2009.
13. Shadrokh, S. and F. Kianfar, **“A genetic algorithm for resource investment project scheduling problem tardiness permitted with**

penalty”, European Journal of Operational Research, 181, 86–101, 2007.

14. Tavares, L., “**A review of the contribution of operation research to project management**”, European Journal of Operational Research, 136, 1–18, 2002.