

## پیش‌بینی شاخص‌های جابه‌جایی مسافر با استفاده از مدل زنجیره مارکوف هلت‌ویتترز

فاطمه حقیقت\*، فریبرز جولای\*\*

تاریخ دریافت: ۹۴/۲/۸ تاریخ پذیرش: ۹۴/۸/۱۸

### چکیده

در این پژوهش از مدل زنجیره مارکوف هلت‌ویتترز که ترکیبی از مدل‌های هلت‌ویتترز و زنجیره مارکوف است، به منظور پیش‌بینی مقدار شاخص‌های جابه‌جایی مسافر که از تغییرات فصلی برخوردارند، استفاده شده است. در همین راستا، داده‌های مربوط به شاخص‌های تعداد مسافر جابه‌جا شده و تعداد سفرهای مسافری انجام شده در استان بوشهر طی فصول سال‌های ۱۳۸۷ الی ۱۳۹۱ مورد تحلیل قرار گرفتند. در ابتدا، داده‌های مربوط به هر یک از شاخص‌ها طی بازه مورد بررسی به دو بخش تقسیم شده و داده‌های بخش دوم با استفاده از روش هلت‌ویتترز پیش‌بینی شدند. سپس با محاسبه خطای مقادیر واقعی و پیش‌بینی شده و طبقه‌بندی آنها، از مدل زنجیره مارکوف هلت‌ویتترز به منظور پیش‌بینی مقادیر شاخص‌ها بر حسب احتمالات مربوط به حالت خطاها و بهبود عملکرد مدل هلت‌ویتترز در پیش‌بینی استفاده شد. نتایج حاصل از مقایسه دقت دو مدل هلت‌ویتترز و زنجیره مارکوف هلت‌ویتترز نشان داد که مدل زنجیره مارکوف هلت‌ویتترز از دقت بالاتری در پیش‌بینی برخوردار است.

واژگان کلیدی: شاخص‌های جابه‌جایی مسافر، پیش‌بینی، مدل هلت‌ویتترز، مدل زنجیره مارکوف هلت‌ویتترز.

---

\* دانشجوی دکتری دانشکده مدیریت دانشگاه تهران

\*\* استاد دانشکده مهندسی صنایع، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران

### مقدمه

بخش حمل و نقل یکی از مهم‌ترین بخش‌های اقتصادی است که دولتمردان همواره توجه ویژه‌ای نسبت به آن داشته‌اند. عملکرد این بخش می‌تواند عملکرد سایر بخش‌های اقتصادی را نیز تحت تأثیر قرار دهد (عبدالله و بخت، ۲۰۱۱). لذا پیش‌بینی مقدار شاخص‌های حمل و نقل به منظور برنامه‌ریزی و انجام اقدامات مناسب در این بخش از اهمیت به‌سزایی برخوردار است. بخش حمل و نقل دارای شاخص‌های مختلفی است که از جمله آنها می‌توان به شاخص‌های جابه‌جایی کالا، جابه‌جایی مسافر، کرایه حمل کالا، کرایه حمل مسافر، وضعیت نوسازی ناوگان باری و مسافری و غیره اشاره نمود. در این پژوهش شاخص جابه‌جایی مسافر به دلیل داشتن تغییرات فصلی مورد توجه بوده است. این شاخص را از جنبه دو شاخص فرعی تعداد مسافر جابه‌جا شده و تعداد سفرهای مسافری انجام شده می‌توان بررسی نمود. پیش‌بینی مقدار این شاخص‌ها می‌تواند در برنامه‌ریزی‌های سازمان‌های دولتی مرتبط به منظور تعیین تعداد مناسب ناوگان مسافری در آینده و ارائه سایر خدمات مناسب به مسافری بسیار مؤثر واقع شود.

لذا هدف اصلی این پژوهش، پیش‌بینی مقدار شاخص‌های جابه‌جایی مسافر می‌باشد. جهت پیش‌بینی مقدار شاخص‌ها، از مدل هلت وینترز و مدل ترکیبی زنجیره مارکوف هلت وینترز استفاده می‌شود. در حقیقت، سؤال اصلی این پژوهش این است که آیا ترکیب مدل زنجیره مارکوف با مدل هلت وینترز، می‌تواند منجر به بهبود مقادیر پیش‌بینی شده در روش هلت-وینترز گردد؟

مدل هلت وینترز دارای مزایایی نظیر سادگی و نیازمندی کم به انباشت داده‌ها می‌باشد، از طرف دیگر، مدل زنجیره مارکوف نیز با بررسی رفتار احتمال خطای به دست آمده در پیش-بینی مدل هلت وینترز، از قدرت انجام اصلاحات لازم برای بهبود پیش‌بینی برخوردار است. لذا می‌توان گفت که استفاده همزمان از دو مدل هلت وینترز و زنجیره مارکوف برای پیش‌بینی

داده‌های فصلی که نوآوری این پژوهش نیز به شمار می‌رود، سبب بهره‌مندی از مزایای هر دو مدل خواهد شد.

جهت تأیید اعتبار مدل ترکیبی پیشنهادی، دقت هر دو مدل با استفاده از سه شاخص میانگین قدر مطلق انحرافات<sup>۱</sup> (MAD)، میانگین مجذور خطا<sup>۲</sup> (MSE) و جذر میانگین مجذور خطا<sup>۳</sup> (RMSE) با هم مقایسه می‌شوند. معمولاً زمانی که از این شاخص‌ها برای ارزیابی یک مدل استفاده می‌شود، داده‌های واقعی سری زمانی به دو بخش تقسیم می‌شوند. از بخش اول مشاهدات برای برآورد پارامترهای مدل پیش‌بینی و از بخش دوم برای ارزیابی صحت مدل برازش شده استفاده می‌شود.

در این پژوهش، از داده‌های مربوط به دو شاخص مورد بررسی در استان بوشهر طی فصول سال‌های ۱۳۸۷ تا ۱۳۹۱ به منظور پیش‌بینی و ارزیابی دقت دو مدل استفاده شده است. در ادامه این پژوهش، ابتدا به معرفی ادبیات موضوعی پرداخته و سپس دو مدل مورد استفاده جهت پیش‌بینی را در بخش روش پژوهش معرفی می‌نمایم. در مرحله بعد نیز ضمن به کارگیری هر دو مدل به منظور پیش‌بینی مقدار شاخص‌های مورد نظر، دقت این مدل‌ها را در پیش‌بینی با هم مقایسه می‌کنیم.

### مروری بر ادبیات موضوع

تاکنون از مدل‌های مختلفی برای پیش‌بینی داده‌های فصلی استفاده شده است که از آن جمله می‌توان به مدل‌های آریما<sup>۴</sup>، شبکه‌های عصبی، شبکه‌های بیزین و هلت ویتترز اشاره نمود. به عنوان مثال، ویلیام و هول (۲۰۰۳) به مدل‌سازی و پیش‌بینی جریان ترافیک وسایل نقلیه به عنوان یک فرآیند آریمای فصلی پرداختند. همچنین، تانگ و آگزو (۲۰۰۸) از مدل آریمای فصلی به منظور پیش‌بینی حجم ترافیک بزرگراه استفاده نمودند.

- 
- 1 . Mean Absolute Deviation
  - 2 . Mean Square Errors
  - 3 . Root Mean Square Errors
  - 4 . ARIMA

سان و لیو (۲۰۰۸) یک مدل ترکیبی را پیشنهاد دادند که به منظور پیش‌بینی دقیق جریان ترافیک کوتاه‌مدت شهری، از الگوی میانگین متحرک هم‌انباشته خود توضیحی فصلی (SARIMA<sup>۱</sup>) و مدل‌های رگرسیون تعمیم‌یافته شبکه عصبی (GRNN<sup>۲</sup>) استفاده می‌کرد. اگری و همکاران (۲۰۱۴) نیز از یک روش تقسیم و حل مبتنی بر شبکه عصبی و تخمین ماتریس مبدأ-مقصد به منظور پیش‌بینی جریان مسافران کوتاه‌مدت در سیستم ریلی پرسرعت استفاده نمودند.

سان و همکاران (۲۰۰۵) از یک مدل شبکه بیزین فضایی-زمانی به منظور پیش‌بینی جریان ترافیک استفاده نمودند. همچنین، گاش و همکاران (۲۰۰۷) از روش بیزین به منظور تخمین پارامترهای مدل SARIMA استفاده نمودند. آنها در تحلیل بیزین، از روش مونت کارلوی زنجیره مارکوف به منظور حل مسئله انباشتگی پسین<sup>۳</sup> در بعد وسیع استفاده کردند. از آنجایی که در این پژوهش از ترکیبی از مدل‌های هلت وینترز و زنجیره مارکوف استفاده شده است، لذا در ادامه این بخش به معرفی برخی از پژوهش‌هایی می‌پردازیم که از دو مدل فوق به صورت جداگانه و یا در ترکیب با مدل‌های دیگر برای پیش‌بینی داده‌های (فصلی یا غیرفصلی) استفاده کرده‌اند.

گراب و میسون (۲۰۰۱) به پیش‌بینی بلندمدت مسافران هوایی بریتانیا با استفاده از روش‌های هلت وینترز با روند کاهشی پرداختند. آنها با تغییر رویه هلت وینترز، روند به کار رفته برای پیش‌بینی‌ها را تغییر داده و توانستند حساسیت پیش‌بینی‌های خود را نسبت به فرضیاتی درباره روند آینده تخمین بزنند.

تیلور (۲۰۰۳) از مدل هموارسازی نمایی دوگانه برای پیش‌بینی تقاضای برق در کوتاه‌مدت استفاده نمود. در این راستا، وی مدل‌های آرمای فصلی افزایشی و هموارسازی نمایی هلت-وینترز را به کار گرفت. در این پژوهش، خودهمبستگی باقیمانده با استفاده از یک مدل خودرگرسیون ساده اصلاح شد. نتایج نشان داد که پیش‌بینی‌های انجام شده با روش هلت-

- 
1. Seasonal time series autoregressive integrated moving average
  2. Generalized Regression Neural Network
  3. Posterior Integration

ویترز فصلی دوگانه بهتر از پیش‌بینی‌هایی است که توسط مدل هلت ویتترز سنتی و نیز مدل آریمای فصلی دوگانه افزایشی به وجود آمده بودند.

یو و همکاران (۲۰۰۳) جریان ترافیک را به صورت یک زنجیره مارکوف مرتبه بالا مدل‌سازی نمودند. آنها از مدل ترکیب گوسین (GMM)<sup>۱</sup> که پارامترهای آن با استفاده از الگوریتم حداکثر انتظار (EM)<sup>۲</sup> تخمین زده شده بود، به منظور تخمین احتمال انتقال استفاده نمودند.

ولچنکوف و بلانچارد (۲۰۰۸) یک تئوری حالت ایستای شبکه‌های حمل و نقل پیچیده را که به منظور مدل‌سازی جریان کالا، اطلاعات، ترافیک و غیره به کار می‌رود توسعه دادند. رویکرد آنها مبتنی بر استفاده از زنجیره‌های مارکوف بود که در خصوص نمایش نموداری شبکه‌های حمل و نقل تعریف شده و طراحی مؤثر شبکه، جاگذاری، بخش‌بندی و تحلیل تلرانس خطای شبکه را امکان‌پذیر می‌ساخت.

ژائو و همکاران (۲۰۱۴) به ترکیب پیش‌بینی مصرف برق در چین با وزن‌های متغیری که توسط مدل زنجیره مارکوف مرتبه بالا به روز شده بود، پرداختند و اثربخشی کار خود را با مقایسه این رویه با برخی مدل‌های موجود دیگر بررسی نمودند.

دسوزای سیلوا و همکاران (۲۰۱۰) به پیش‌بینی روند قیمت‌های نفت با استفاده از مدل‌های موج کوچک و زنجیره مارکوف مخفی پرداختند. آنها ابتدا از تحلیل موج‌های کوچک به منظور حذف تغییرات قیمتی بسیار بالا استفاده نمودند، سپس مدل زنجیره مارکوف مخفی را به منظور پیش‌بینی توزیع احتمال بازگشت قیمتی انباشته شده در  $F$  روز بعدی به کار بستند. در نهایت بر اساس این توزیع، روند قیمت‌های آتی را استنباط نمودند.

پورموسوی کنی و اردهالی (۲۰۱۱) از یک مدل زنجیره مارکوف- شبکه عصبی مصنوعی جدید به منظور پیش‌بینی سرعت بادها در یک مقیاس بسیار کوتاه استفاده کردند. در این پژوهش، الگوهای کوتاه‌مدت در داده‌های مربوط به سرعت باد در مدل شبکه عصبی مصنوعی و الگوهای بلندمدت با به کارگیری رویکرد زنجیره مارکوف و شاخص‌های چهار

1 . Gaussian Mixture Model

2 . Expectation Maximum

نقطه مجاور لحاظ شدند. نتایج نشان داد که با این رویکرد می‌توان خطای پیش‌بینی، عدم قطعیت پیش‌بینی و زمان محاسبه را کاهش داد.

فقیه‌روحو و همکاران (۲۰۱۴) یک رویکرد تحلیلی را به منظور مدل‌سازی ریسک تصادفات در شرایطی که داده‌های موردنیاز برای تحلیل عوامل ایمنی کم یا ناموجود باشند، به کار بردند. آنها از یک مدل شبیه‌سازی تصادف به منظور ارزیابی ریسک تصادف در حمل و نقل دریایی استفاده کردند. رویکرد پیشنهادی آنها مبتنی بر مدل‌سازی مارکوف و شبیه‌سازی مونت کارلوی زنجیره مارکوف بود.

داماسیو و نیکولو (۲۰۱۴) از ترکیب یک مدل رگرسیون با یک زنجیره مارکوف چندمتغیره برای یک مسئله پیش‌بینی استفاده کردند. رویکرد آنها مبنی بر مشاهداتی بود که با رگرسورهای قطعی یا (گسسته) سروکار داشتند و مقادیرشان در دوره پیش‌بینی نامشخص بود. آنها از یک مدل زنجیره مارکوف چندمتغیره به منظور بهبود پیش‌بینی خطای یک متغیر وابسته مشخص استفاده کردند. آنها توانستند از اطلاعات مربوط به تعاملات حالات گذشته بین طبقات زنجیره مارکوف مخفی به منظور پیش‌بینی رگرسورهای قطعی (یا گسسته) استفاده نموده و پیش‌بینی متغیرهای وابسته حقیقی را بهبود دهند.

همچنین تا کنون بسیاری از پژوهشگران از ترکیب مدل‌های خاکستری و زنجیره مارکوف به منظور پیش‌بینی استفاده کرده‌اند، به عنوان مثال، هی و هوانگ (۲۰۰۵) از ترکیب این دو مدل برای پیش‌بینی ملزومات توان برقی در چین، لی و همکاران (۲۰۰۷) به منظور پیش‌بینی خطوط هوایی بین‌المللی چین، وانگ و منگ (۲۰۰۸) به منظور پیش‌بینی تقاضای برق در چین، ما و ژانگ (۲۰۰۹) به منظور پیش‌بینی تولید مصرف نفت خام در چین، ژانگ (۲۰۱۰) به منظور پیش‌بینی حجم ترافیک در چین، وانگ و تیان (۲۰۱۰) به منظور پیش‌بینی مصرف انرژی کل و ساختار مصرف انرژی در دلتای رود یانگ‌تسه در چین، چن و گو (۲۰۱۱) به منظور پیش‌بینی بحران‌های مالی، کاظمی و همکاران (۲۰۱۱) به منظور پیش‌بینی تقاضای انرژی بخش صنعت در ایران، ژان-لی و جین‌هوا (۲۰۱۱) به منظور پیش‌بینی تصادف‌های

آتش‌بار و در نهایت، ژانگ و همکاران (۲۰۱۲) به منظور پیش‌بینی حجم ترافیک موجود در پل بزرگراه‌ها، استفاده نمودند.

برخی از پژوهشگران نیز دو مدل فوق را در ترکیب با سایر مدل‌ها بسط دادند. به عنوان مثال، اسراری و همکاران (۲۰۱۲) از روش زنجیره مارکوف فازی خاکستری به منظور پیش‌بینی بار الکترونیکی روزانه استفاده کردند. مدل آنها از سه مرحله برخوردار بود، در مرحله اول بار روزانه توسط مدل خاکستری پیش‌بینی شده و در مرحله دوم با استفاده از تئوری مجموعه فازی انحرافات طبقه‌بندی شدند و در نهایت از مدل زنجیره مارکوف به منظور پیش‌بینی خطاهای نسبی آتی که توسط مدل خاکستری ارائه شده بود، استفاده شد. نتایج پیش‌بینی آنها نشان داد که مدل پیشنهادی، نسبت‌های پیش‌بینی بهتری را در مقایسه با سایر تکنیک‌های پیش‌بینی ارائه می‌کند.

همچنین، سای‌هوا (۲۰۱۲) از یک مدل محیطی بر مبنای مدل‌های زنجیره مارکوف خاکستری و مدل جعبه‌ای به منظور پیش‌بینی تعداد روزهای مورد نیاز برای بهبود وضعیت جوی محیط استفاده نمود. نتایج پژوهش وی نشان داد که مدل ارائه شده از دقت بالایی برخوردار بوده و می‌تواند به منظور پیش‌بینی آلوده‌کننده‌های جوی در آینده نیز به کار گرفته شود.

### مراحل پژوهش

همان‌گونه که پیشتر نیز اشاره شد، در این پژوهش از دو روش هلت‌وینترز و زنجیره مارکوف هلت‌وینترز به منظور پیش‌بینی مقدار شاخص‌های جابه‌جایی مسافر استفاده شده است. به طور کلی، مراحل این پژوهش در شکل ۱ نشان داده شده است.



شکل ۱. مراحل پژوهش

در ادامه این بخش به معرفی مدل‌های هلت وینترز و زنجیره مارکوف هلت وینترز خواهیم پرداخت.

### مدل پیش‌بینی نمو هموار هلت وینترز

با استفاده از مدل پیش‌بینی نمو هموار هلت وینترز می‌توان به پیش‌بینی مقادیر بعدی در سری‌هایی که تغییرات فصلی و روند دارند پرداخت (آذر و مؤمنی، ۱۳۸۱). از آنجایی که شاخص‌های مورد بررسی در این پژوهش از تغییرات فصلی برخوردارند، لذا در این بخش، به معرفی مدل پیش‌بینی نمو هموار هلت وینترز برای سری‌های زمانی با تغییرات فصلی اشاره می‌کنیم. در این مدل  $X_t$ ،  $\bar{X}_t$  و  $T_t$  به ترتیب مقادیر مشاهده شده، سطح پیش‌بینی شده برای مقدار واقعی سری زمانی در لحظه  $t$ ، روند برآورد شده در سری زمانی غیرفصلی و عامل فصلی می‌باشند. اگر یک سری زمانی  $S$  دوره زمانی در هر سال داشته باشد، عامل فصلی مرتبط با آن در سال قبل با  $F_{t-S}$  نشان داده می‌شود (آذر و مؤمنی، ۱۳۸۱).



در مدل هلت‌وینترز، برآورد سطح مورد نظر، روند و تغییرات فصلی با استفاده از روابط زیر محاسبه می‌شوند (آذر و مؤمنی، ۱۳۸۱):

$$\bar{X}_t = A(\bar{X}_{t-1} + T_{t-1}) + (1 - A) \frac{X_t}{F_{t-s}} \quad (0 < A < 1) \quad (۱)$$

$$T_t = BT_{t-1} + (1 - B)(\bar{X}_t - \bar{X}_{t-1}) \quad (0 < B < 1) \quad (۲)$$

$$F_t = CF_{t-s} + (1 - C) \frac{X_t}{\bar{X}_t} \quad (0 < C < 1) \quad (۳)$$

در روابط فوق،  $A$ ،  $B$  و  $C$  همگی ضرایب هموارسازی هستند که مقدار آنها همواره بین ۰ و ۱ خواهد بود. در رابطه ۱، عبارت  $(\bar{X}_{t-1} + T_{t-1})$  معرف یک مقدار برآوردی در زمان  $t$  است که مقدار آن را در زمان  $t$  شکل می‌دهد. با وجود این باید تأثیر تغییرات فصلی را با تقسیم کردن مقدار واقعی مشاهده در زمان  $t$ ،  $X_t$ ، بر تغییرات فصلی برای آن دوره،  $F_{t-s}$ ، خارج نمود. به عبارت دیگر،  $\frac{X_t}{F_{t-s}}$  بیانگر حذف عامل فصلی از سطوح مورد تخمین است. اندازه‌گیری تغییرات روند با استفاده از رابطه ۲ صورت می‌گیرد و در نهایت عامل تغییرات فصلی را با استفاده از رابطه ۳ می‌توان اندازه‌گیری نمود. بیشترین عامل مؤثر، تغییرات حاصل شده از سال قبل،  $F_{t-s}$  است. همچنین تقسیم مقدار مشاهده شده  $X_t$  بر مقدار برآورد شده آن  $\bar{X}_t$ ، بیانگر یک عامل در آن دوره است که به نحوی در رابطه ۳ آورده شده است. بنابراین برآورد جدید عامل فصلی،  $F_t$ ، میانگین موزون از این دو مقدار خواهد بود (آذر و مؤمنی، ۱۳۸۱).

اگر فرض کنیم  $X_1$ ،  $X_2$ ، ... و  $X_n$  دنباله سری زمانی فصلی با  $S$  دوره باشد ( $S=4$ )، در این صورت، روش هلت‌وینترز در چنین سری زمانی از مراحل زیر برخوردار است (آذر و مؤمنی، ۱۳۸۱):

۱- برآوردهای اولیه از سطح، روند و عامل فصلی با استفاده از روش میانگین متحرک به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\bar{X}_t = \frac{X_{t-\frac{S}{2}} + 2 \left( X_{t-\frac{S}{2}+1} + \dots + X_{t-\frac{S}{2}-1} \right) + X_{t+\frac{S}{2}}}{2S} \quad (۴)$$

به ازای:  $t = \left(\frac{S}{2}\right) + 1, \left(\frac{S}{2}\right) + 2, \dots, \left(\frac{5S}{2}\right).$

$\bar{X}_{\left(\frac{5S}{2}\right)}$  برآورده شده، بیانگر اولین سطح برآوردی مورد نیاز می‌باشد. روند در این دوره به صورت زیر برآورد خواهد شد:

$$\bar{T}_{\left(\frac{5S}{2}\right)} = \bar{X}_{\left(\frac{5S}{2}\right)} - \bar{X}_{\left(\frac{5S}{2}\right)-1} \quad (5)$$

برآوردهای اولیه از عوامل فصلی با استفاده از رابطه زیر به دست می‌آیند:

$$F_{\left(\frac{5S}{2}\right)-j} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\bar{X}_{\left(\frac{5S}{2}\right)-j}}{\bar{X}_{\left(\frac{5S}{2}\right)-j}} + \frac{\bar{X}_{\left(\frac{3S}{2}\right)-j}}{\bar{X}_{\left(\frac{3S}{2}\right)-j}} \right] \quad (6)$$

۲- با شروع از دوره  $1 + \left(\frac{5S}{2}\right)$ ، داده‌های به دست آمده به ازای  $t = \left(\frac{5S}{2}\right) + 1, \dots, n$  روابط ۱ الی ۳ مورد استفاده قرار می‌گیرند.

۳- با رسیدن به زمان  $n$ ، می‌توان مقادیر آینده،  $\hat{X}_{n+h}$  را از سری زمانی به صورت زیر محاسبه کرد:

$$\begin{aligned} \hat{X}_{n+h} &= (\bar{X}_n + hT_n)F_{n+h-S} & (h = 1, 2, \dots, S) & \quad (7) \\ &= (\bar{X}_n + hT_n)F_{n+h-2S} & (h = S + 1, S + 2, \dots, 2S) & \end{aligned}$$

### مدل زنجیره مارکوف هلت وینترز

از مدل زنجیره مارکوف به منظور افزایش دقت مدل پیش‌بینی هلت وینترز استفاده می‌شود. این مدل ترکیبی جدید، مدل زنجیره مارکوف هلت وینترز نام دارد. در این مدل، ابتدا داده‌های اولیه به روش هلت وینترز پیش‌بینی می‌شوند، سپس خطای بین مقادیر پیش‌بینی شده و مقادیر واقعی برای داده‌های موجود محاسبه می‌شود. مدل زنجیره مارکوف هلت وینترز رفتار انتقال خطا را با استفاده از ماتریس انتقال مارکوف مورد توجه قرار داده و اصلاحات لازم را برای ارائه مقادیر پیش‌بینی شده بر اساس ماتریس‌های مارکوف انجام می‌دهد. در ادامه، مراحل این مدل را تشریح خواهیم کرد:

مرحله ۱- به دست آوردن خطاها

ابتدا مقادیر اولیه سری زمانی را به دو بخش تقسیم نموده و بر حسب مقادیر بخش اول  $(X_{(i)}^0)$ ، مقادیر پیش‌بینی شده بخش دوم  $(\hat{X}_{(i)}^0)$  را با استفاده از روش هلت‌وینترز به دست می‌آوریم. سپس خطاهای بین مقادیر واقعی و پیش‌بینی شده بخش دوم را با توجه به رابطه  $e(i) = X_{(i)}^0 - \hat{X}_{(i)}^0$  به دست می‌آوریم. در اینجا، منظور از  $i (i = 1, 2, \dots, n)$ ، یک نقطه زمانی است.

مرحله ۲- تقسیم‌بندی حالات

در این مرحله، خطاهای به دست آمده از مرحله قبل را طبقه‌بندی می‌کنیم. برای طبقه‌بندی خطاها، ابتدا تعداد طبقات  $(K)$  را مشخص نموده (در این مقاله از فرمول استورجس<sup>۱</sup>  $(r = 1 + 3.3 \log N)$  برای تعیین تعداد طبقات استفاده شده است) و سپس عرض طبقات  $(I)$  را با توجه به رابطه زیر به دست می‌آوریم:

$$I = \frac{(R) \text{ کوچکترین خطا} - \text{بزرگترین خطا}}{(r) \text{ تعداد طبقات}} \quad (8)$$

در نهایت، بر مبنای عرض طبقات، خطاها را طبقه‌بندی می‌کنیم. هر یک از طبقات در واقع یک حالت خواهد بود که آن را با  $S_{ij}$  نشان می‌دهیم.  $S_{ij}$  حالت  $Z_{ij}$  از گام زمانی  $i$  ام می‌باشد که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$S_{ij} \in [L_{ij}, U_{ij}] \quad (9)$$

که در اینجا منظور از  $L_{ij}$  و  $U_{ij}$  به ترتیب حد پائین و بالای حالت  $Z_{ij}$  برای گام زمانی  $i$  ام سری خطاهاست.

مرحله ۳- به دست آوردن ماتریس احتمال انتقال حالت‌ها

احتمال انتقال حالت‌ها به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$P_{ij}^{(m)} = \frac{M_{ij}^{(m)}}{M_i} \quad , \quad j = 1, 2, \dots, r. \quad (10)$$

در رابطه فوق،  $P_{ij}^{(m)}$ ، احتمال انتقال از حالت  $i$  به حالت  $j$  پس از  $m$  گام،  $M_{ij}^{(m)}$ ، دفعات انتقال از حالت  $i$  به حالت  $j$  پس از  $m$  گام و  $M_i$ ، تعداد داده‌هایی است که به حالت  $i$  اُم تعلق دارند. از آنجایی که انتقال برای  $m$  داده آخر سری مشخص نیست،  $M_i$  باید بر حسب اولین  $n - m$  داده مشخص شود، که منظور از  $n$  مقدار داده‌های سری اولیه است. سپس، ماتریس احتمال انتقال را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$R^{(m)} = \begin{bmatrix} P_{11}^{(m)} & P_{12}^{(m)} & \dots & P_{1r}^{(m)} \\ P_{21}^{(m)} & P_{22}^{(m)} & \dots & P_{2r}^{(m)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{r1}^{(m)} & P_{r2}^{(m)} & \dots & P_{rr}^{(m)} \end{bmatrix} \quad , \quad j = 1, 2, \dots, r. \quad (11)$$

ماتریس احتمال انتقال حالت‌ها،  $R^{(m)}$ ، قوانین انتقال سیستم را نشان می‌دهد. احتمال انتقال حالت‌ها،  $P_{ij}^{(m)}$ ، نشان‌دهنده احتمال انتقال از حالت اولیه  $i$  به حالت محتمل  $j$  پس از  $m$  گام است. با در دست داشتن ماتریس احتمال انتقال مارکوف می‌توان پیش‌بینی‌ها را انجام داد. به عنوان مثال، اگر  $m = 1$  و حداکثر گام انتقال برابر با ۱ باشد، در این حالت،  $R^{(1)}$  را می‌توان به دست آورد. اگر داده اصلی پیش‌بینی شده در حالت  $i$  اُم باشد، داده پیش‌بینی شده گام بعدی بر حسب بردار سطری احتمال انتقال حالت‌ها،  $P_{ij}^{(1)}$ ، محاسبه می‌شود (لی و همکاران، ۲۰۰۷).

مرحله ۴- به دست آوردن مقادیر پیش‌بینی شده

پس از اینکه خطاها،  $e(i)$ ، به  $r$  حالت تقسیم‌بندی شدند، آنگاه  $r$  بردار سطری احتمال انتقال به وجود می‌آید. احتمالات یک حالت خطای مشخص برای گام بعدی به وسیله احتمالات موجود در  $r$  بردار سطری به دست می‌آید که به صورت  $\{a_i(T), i = 1, 2, \dots, r\}$  در گام زمانی  $T$  نشان داده می‌شوند. مراکز  $r$  حالت به صورت  $\{v_i, i = 1, 2, \dots, r\}$  تعریف می‌شوند. سپس مقدار پیش‌بینی شده در گام بعد بر اساس روابط زیر به دست می‌آید (لی و همکاران، ۲۰۰۷):

$$\bar{X}^{(0)}(T+1) = \hat{X}^{(0)}(T+1) + \sum_{i=1}^r a_i(T)v_i \quad (12)$$

در حالی که

$$a^{(T)} = [a_1(T), a_2(T), \dots, a_r(T)] = a^{(T-1)}R^{(m)} \quad (13)$$

و

$$\begin{cases} a^{(T+1)} = a^{(T)}R^{(m)} \\ a^{(T+2)} = a^{(T+1)}R^{(m)} \\ \vdots \\ a^{(T+k)} = a^{(T+k-1)}R^{(m)} \end{cases} \quad (14)$$

در اینجا،  $m=1$  است.

### پیش‌بینی مقدار شاخص‌های جابه‌جایی مسافر

مقدار شاخص‌های تعداد مسافر جابه‌جا شده و تعداد سفرهای مسافری انجام شده در استان بوشهر طی فصول سال‌های ۱۳۸۷-۱۳۹۱ به ترتیب در جداول ۱ و ۲ نشان داده شده است. مقادیر این شاخص‌ها از آمار رسمی اداره کل حمل و نقل و پایانه‌های استان بوشهر جمع‌آوری شده است. از آنجایی که هر دو شاخص جابه‌جایی مسافر از تغییرات فصلی برخوردارند، استفاده از مدل زنجیره مارکوف هلت‌وینترز می‌تواند روش مؤثری برای پیش‌بینی مقدار این شاخص‌ها باشد.

جدول ۱. تعداد مسافر جابه‌جا شده طی فصول سال‌های ۱۳۸۷-۱۳۹۱ در استان بوشهر

فصل سال	بهار	تابستان	پائیز	زمستان
۱۳۸۷	۱۲۹۴۷۰۳	۱۱۱۱۱۲۲	۱۲۱۶۹۳۲	۱۲۳۵۹۵۹
۱۳۸۸	۱۲۶۱۲۰۳	۹۵۸۸۸۸	۱۱۳۴۵۲۷	۱۱۵۲۳۶۸
۱۳۸۹	۱۱۵۱۹۵۷	۸۵۶۸۶۸	۹۷۷۲۴۰	۱۰۵۰۲۰۴
۱۳۹۰	۱۰۷۴۷۳۶	۹۱۳۱۷۰	۱۰۶۰۶۴۹	۱۰۰۲۰۴۵
۱۳۹۱	۹۸۳۵۷۳	۸۴۵۱۴۶	۸۸۹۵۷۶	۹۲۰۰۴۲

جدول ۲- تعداد سفرهای مسافری انجام شده طی فصول سال‌های ۱۳۸۷-۱۳۹۱ در استان بوشهر

فصل سال	بهار	تابستان	پائیز	زمستان
۱۳۸۷	۹۰۶۴۶	۷۹۷۰۳	۸۷۱۸۴	۸۹۱۸۹
۱۳۸۸	۹۰۵۶۵	۷۱۴۳۲	۸۰۶۳۴	۸۱۳۶۵
۱۳۸۹	۸۰۹۸۹	۶۲۶۳۲	۷۰۲۲۵	۶۹۴۰۲
۱۳۹۰	۷۰۰۶۲	۵۸۱۶۶	۶۶۷۳۹	۶۸۳۰۸
۱۳۹۱	۶۷۴۵۹	۵۹۱۴۷	۶۳۱۲۸	۶۵۰۲۳

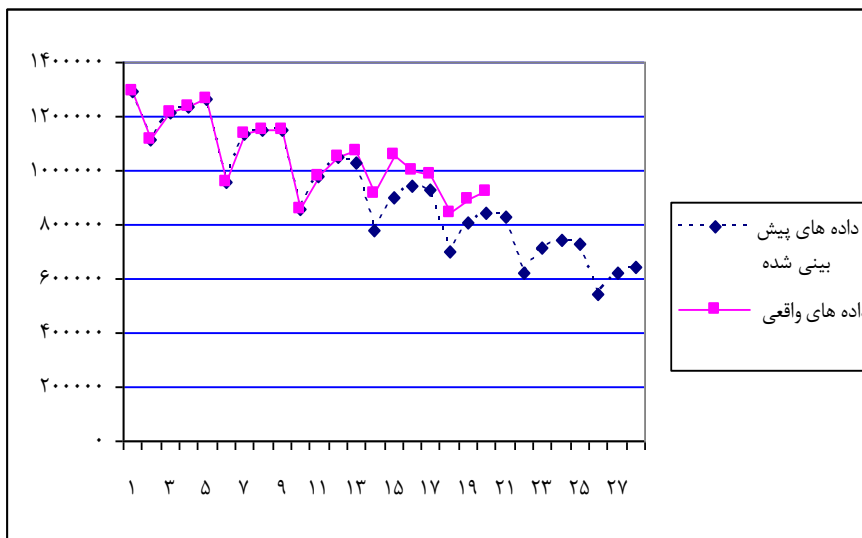
### استفاده از مدل پیش‌بینی هلت‌ویترز

در این بخش، بر اساس داده‌های ۱۲ فصل اول (فصول سال‌های ۱۳۸۷-۱۳۸۹)، داده‌های ۸ فصل دوم (فصول سال‌های ۱۳۹۰ و ۱۳۹۱) برای هر دو شاخص پیش‌بینی شده‌اند. این کار به منظور مقایسه مقادیر واقعی این ۸ فصل با مقادیر پیش‌بینی شده آنهاست. به علاوه، با استفاده از این مدل، مقدار این شاخص‌ها در فصول ۲ سال آتی (فصول سال‌های ۱۳۹۲ و ۱۳۹۳) نیز پیش‌بینی شده‌اند. جدول ۳، نحوه کدگذاری فصول سال‌های ۱۳۹۰ الی ۱۳۹۳ را در مورد هر دو شاخص جابه‌جایی مسافر نشان می‌دهد.

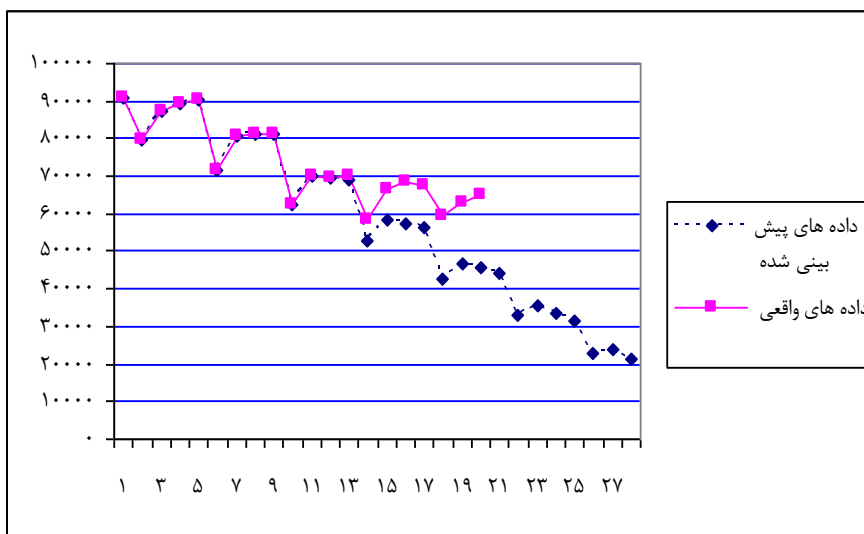
در این مقاله، ضرائب  $A$ ،  $B$  و  $C$  به طور فرضی به ترتیب برابر با  $0.5$ ،  $0.5$  و  $0.3$  در نظر گرفته شده‌اند. در نمودارهای ۲ و ۳، مقادیر اولیه شاخص‌های جابه‌جایی مسافر و مقادیر پیش‌بینی شده آنها از فصل اول سال ۱۳۹۰ (فصل سیزدهم) تا آخرین فصل سال ۱۳۹۳ (فصل بیست و هشتم) که بر اساس ۱۲ فصل اول بازه زمانی به دست آمده‌اند، نشان داده شده است.

جدول ۳. نحوه کدگذاری فصول سال‌های ۱۳۹۰-۱۳۹۳ در مورد هر دو شاخص جابه‌جایی مسافر

$t$			
۱۳ (بهار ۱۳۹۰)	۱۴ (تابستان ۱۳۹۰)	۱۵ (پائیز ۱۳۹۰)	۱۶ (زمستان ۱۳۹۰)
۱۷ (بهار ۱۳۹۱)	۱۸ (تابستان ۱۳۹۱)	۱۹ (پائیز ۱۳۹۱)	۲۰ (زمستان ۱۳۹۱)
۲۱ (بهار ۱۳۹۲)	۲۲ (تابستان ۱۳۹۲)	۲۳ (پائیز ۱۳۹۲)	۲۴ (زمستان ۱۳۹۲)
۲۵ (بهار ۱۳۹۳)	۲۶ (تابستان ۱۳۹۳)	۲۷ (پائیز ۱۳۹۳)	۲۸ (زمستان ۱۳۹۳)



نمودار ۲. پیش‌بینی شاخص تعداد مسافر جابه‌جا شده تا آخرین فصل سال ۱۳۹۳ با استفاده از مدل هلت و وینترز



نمودار ۳. پیش‌بینی شاخص تعداد سفرهای مسافری انجام شده تا آخرین فصل سال ۱۳۹۳ با استفاده از مدل هلت و وینترز

وینترز

### استفاده از مدل پیش‌بینی زنجیره مارکوف هلت‌وینترز

در این بخش، به کاربرد مدل زنجیره مارکوف هلت‌وینترز در پیش‌بینی مقدار شاخص‌های تقاضای مسافر برای سفر در استان بوشهر به ترتیب مراحل آن اشاره خواهیم کرد.

#### مرحله ۱- به دست آوردن خطاها

در این مرحله، ابتدا مقادیر واقعی ۸ فصل دوم بازه مورد بررسی (فصول سال‌های ۱۳۹۰ و ۱۳۹۱) با مقادیر پیش‌بینی شده آنها توسط مدل هلت‌وینترز مقایسه شده و میزان خطای بین آنها به دست آمد. نتایج این محاسبات برای هر دو شاخص تعداد مسافر جابه‌جا شده و سفرهای مسافری انجام شده در جدول ۴ نشان داده شده است.

#### مرحله ۲- تقسیم‌بندی حالات

در این مرحله، خطاهای به دست آمده طبقه‌بندی شدند. بر اساس فرمول استورجس، تعداد طبقات برابر با چهار به دست آمد که این چهار طبقه (حالت) برای خطاهای محاسبه شده مربوط به شاخص تعداد مسافر جابه‌جا شده به صورت زیر دسته‌بندی شدند:

$$v_1 = [71633, 42809] \quad v_2 = [100457, 71633] \quad v_3 = [129282, 100457] \quad v_4 = [158106, 129282]$$

برای خطاهای محاسبه شده مربوط به شاخص تعداد سفرهای مسافری انجام شده نیز، این چهار طبقه به صورت زیر دسته‌بندی شدند:

$$v_1 = [5829, 1261] \quad v_2 = [10398, 5829] \quad v_3 = [14966, 10398] \quad v_4 = [19534, 14966]$$

سپس بر اساس این چهار طبقه مربوط به هر شاخص، کلیه خطاها شماره‌گذاری شدند که نتایج آن در جدول ۴ نشان داده شده است.



جدول ۴. میزان خطای شاخص‌های جابه‌جایی مسافر در فصول پیش‌بینی شده و حالت‌های مرتبط با آنها در مدل زنجیره مارکوف هلت‌وینترز

حالت	خطا	فصول سال (ت)	شاخص‌های جابه‌جایی مسافر
۱	۴۲۸۰۹	۱۳ (بهار ۱۳۹۰)	شاخص تعداد مسافر جابه‌جا شده
۴	۱۳۷۳۵۲	۱۴ (تابستان ۱۳۹۰)	
۴	۱۵۸۱۰۶	۱۵ (پائیز ۱۳۹۰)	
۱	۶۱۴۵۸	۱۶ (زمستان ۱۳۹۰)	
۱	۵۳۳۲۴	۱۷ (بهار ۱۳۹۱)	
۴	۱۴۷۷۰۲	۱۸ (تابستان ۱۳۹۱)	
۲	۸۰۵۷۱	۱۹ (پائیز ۱۳۹۱)	
۲	۷۹۵۲۹	۲۰ (زمستان ۱۳۹۱)	
۱	۱۲۶۱	۱۳ (بهار ۱۳۹۰)	شاخص تعداد سفرهای مسافری انجام شده
۱	۵۳۰۳	۱۴ (تابستان ۱۳۹۰)	
۲	۸۲۴۸	۱۵ (پائیز ۱۳۹۰)	
۳	۱۰۸۲۷	۱۶ (زمستان ۱۳۹۰)	
۳	۱۱۰۷۰	۱۷ (بهار ۱۳۹۱)	
۴	۱۶۲۷۱	۱۸ (تابستان ۱۳۹۱)	
۴	۱۶۲۳۵	۱۹ (پائیز ۱۳۹۱)	
۴	۱۹۵۳۴	۲۰ (زمستان ۱۳۹۱)	

مرحله ۳- به دست آوردن ماتریس احتمال انتقال حالت‌ها

با توجه با حالت‌های مشخص شده در جدول ۴، ماتریس احتمال انتقال حالت‌ها برای دو شاخص مورد بررسی به صورت زیر به دست آمد:

$$R^{(1)} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0.66 \end{bmatrix}$$

ماتریس احتمال انتقال حالت‌های شاخص تعداد سفرهای مسافری انجام شده

$$R^{(1)} = \begin{bmatrix} 0.33 & 0 & 0 & 0.66 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.33 & 0.33 & 0 & 0.33 \end{bmatrix}$$

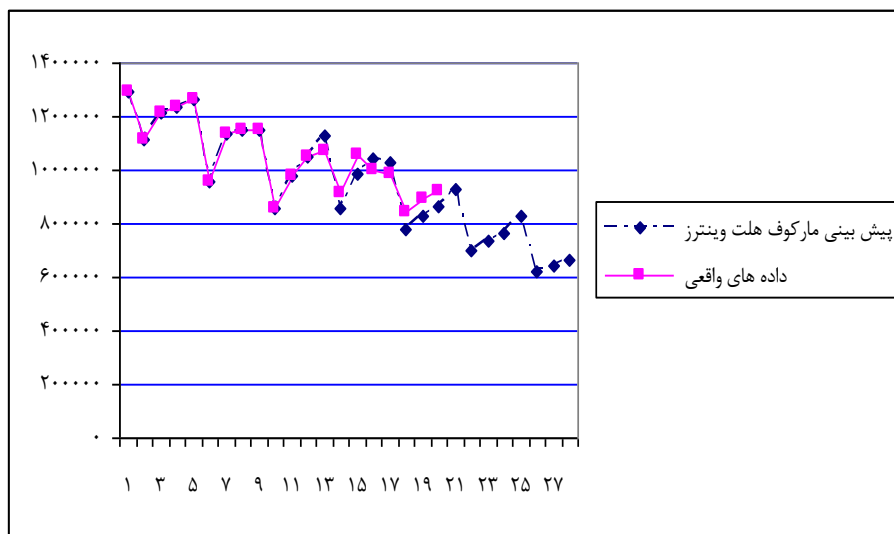
ماتریس احتمال انتقال حالت‌های شاخص تعداد مسافر جابه‌جا شده

مرحله ۴- به دست آوردن مقادیر پیش‌بینی شده

در این بخش، ابتدا با توجه به چهار حالت تعیین شده، مراکز حالات تعیین شدند که مقدار آنها برای هر دو شاخص در جدول ۵ نشان داده شده است. سپس با استفاده از فرمول‌های ۱۲ الی ۱۴، مقادیر پیش‌بینی این شاخص‌ها به دست آمد. لازم به ذکر است که با توجه به فصلی بودن داده‌ها، برای پیش‌بینی مقادیر سال‌های آتی (فصول سال‌های ۹۲ و ۹۳) از داده‌های چهار فصل آخر استفاده شده است. نمودارهای ۴ و ۵ داده‌های واقعی و پیش‌بینی شده تا فصل بیست و هشتم (زمستان ۱۳۹۳) را که با استفاده از مدل زنجیره مارکوف هلت وینترز به دست آمده‌اند، برای هر دو شاخص مورد بررسی نشان می‌دهند.

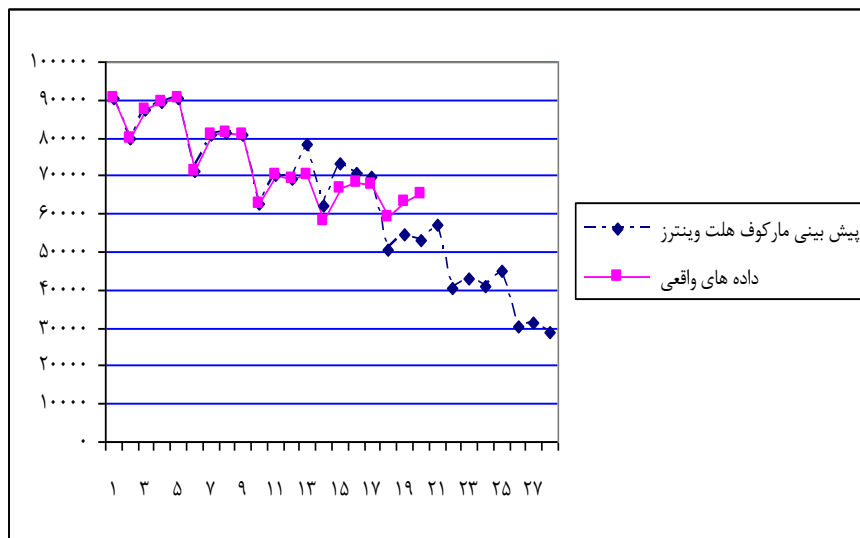
جدول ۵. مراکز حالات چهارگانه مرتبط با شاخص‌های مورد بررسی

$v_4 = 143696/9$ و $v_3 = 114869/6$ , $v_2 = 86045/2$ , $v_1 = 57220/9$	شاخص تعداد مسافر جابه‌جا شده
$v_4 = 17250/2$ و $v_3 = 12681/7$ , $v_2 = 8113/3$ , $v_1 = 3544/9$	شاخص تعداد سفرهای مسافری انجام شده



نمودار ۴. پیش‌بینی شاخص تعداد مسافر جابه‌جا شده تا آخرین فصل سال ۱۳۹۳ با استفاده از مدل زنجیره مارکوف

هلت وینترز



نمودار ۵. پیش‌بینی شاخص تعداد سفرهای مسافری انجام شده تا آخرین فصل سال ۱۳۹۳ با استفاده از مدل زنجیره مارکوف هلت وینترز

### مقایسه دقت پیش‌بینی دو مدل هلت وینترز و زنجیره مارکوف هلت وینترز

در این بخش، دقت پیش‌بینی مدل‌های هلت وینترز و زنجیره مارکوف هلت وینترز با استفاده از سه شاخص میانگین قدر مطلق انحرافات (MAD)، میانگین مجذور خطا (MSE) و جذر میانگین مجذور خطا (RMSE) مورد مقایسه قرار گرفتند. روابط ۱۵ تا ۱۷ نحوه به دست آوردن این شاخص‌ها را نشان می‌دهند. نتایج حاصل از مقایسه مدل‌ها در مورد هر دو شاخص تعداد مسافر جابه‌جا شده و سفرهای مسافری انجام شده در جدول ۶ نشان داده شده است. همان‌گونه که در این جدول مشخص است، مدل زنجیره مارکوف هلت وینترز از دقت بالاتری در پیش‌بینی برخوردار است.

$$MAD = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |X_t - \hat{X}_t| \quad (15)$$

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (X_t - \hat{X}_t)^2 \quad (16)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (X_t - \hat{X}_t)^2} \quad (17)$$

جدول ۶. مقایسه دقت دو مدل هلت وینترز و زنجیره مارکوف هلت وینترز در پیش‌بینی شاخص‌های جابه‌جایی مسافر

شاخص‌های جابه‌جایی مسافر	شاخص خطا	مدل	هلت وینترز	زنجیره مارکوف هلت وینترز
شاخص تعداد مسافر جابه‌جا شده	MAD		۹۵۱۰۶	۵۶۷۳۶
	MSE		۱۰۸۶۸۵۸۵۹۴۰	۳۳۲۷۴۴۷۲۵۰
	RMSE		۱۰۴۲۵۳	۵۷۶۸۴
شاخص تعداد سفرهای مسافری انجام شده	MAD		۱۱۰۹۴	۶۵۷۷
	MSE		۱۵۵۹۲۸۰۰۸	۵۳۹۷۹۶۴۸
	RMSE		۱۲۴۸۷	۷۳۴۷

### نتیجه‌گیری

بخش حمل‌ونقل دارای شاخص‌های مختلفی است که یکی از مهم‌ترین آنها، شاخص جابه‌جایی مسافر می‌باشد. این شاخص، خود دارای دو شاخص فرعی تعداد مسافر جابه‌جا شده و تعداد سفرهای مسافری انجام شده است که هر دو از تغییرات فصلی برخوردارند. پیش‌بینی مقادیر این شاخص‌ها دارای مزایای زیادی است که از آن جمله می‌توان به برنامه‌ریزی‌های سازمان‌های دولتی مرتبط در خصوص تعیین تعداد مناسب ناوگان مسافری و ارائه سایر خدمات مناسب به مسافری اشاره کرد.

در همین راستا، در این پژوهش از مدل ترکیبی زنجیره مارکوف هلت وینترز به منظور پیش‌بینی شاخص‌های حمل‌ونقل مسافر در استان بوشهر استفاده شده است. مدل هلت وینترز از جمله مدل‌های پرکاربرد برای پیش‌بینی داده‌های فصلی به شمار می‌رود که با توجه به عواملی نظیر سادگی و نیازمندی کم به انباشت داده‌ها از محبوبیت برخوردار است. از طرف دیگر،

می‌توان با استفاده از مدل زنجیره مارکوف، رفتار احتمال خطای به دست آمده در پیش‌بینی مدل هلت‌وینترز را بررسی و اصلاحات لازم را به منظور بهبود دقت پیش‌بینی انجام داد. لذا نوآوری این پژوهش، ترکیب این دو مدل به منظور ارائه پیش‌بینی‌های دقیق‌تر شاخص‌های جابه‌جایی مسافر می‌باشد.

در این مقاله، شاخص‌های جابه‌جایی مسافر در استان بوشهر با هر دو مدل هلت‌وینترز و زنجیره مارکوف هلت‌وینترز پیش‌بینی شدند و دقت پیش‌بینی آنها با استفاده از شاخص‌های میانگین قدر مطلق انحرافات، میانگین مجذور خطا و جذر میانگین مجذور خطا با هم مقایسه شدند. نتایج حاصل از مقایسه مدل‌ها نشان داد که مدل زنجیره مارکوف هلت‌وینترز از دقت بالاتری برخوردار است. لذا پیشنهاد می‌شود به جای مدل هلت‌وینترز، از مدل ترکیبی زنجیره مارکوف هلت‌وینترز برای پیش‌بینی شاخص‌های جابه‌جایی مسافر استفاده شود تا بتوان به پیش‌بینی‌های دقیق‌تری دست یافت و در راستای ارائه خدمات مناسب به مسافری اقدامات لازم را انجام داد. به علاوه، از این مدل می‌توان برای سایر شاخص‌های بخش حمل و نقل که از تغییرات فصلی برخوردارند نیز استفاده نمود.

لازم به ذکر است که از آنجایی که در این پژوهش، تنها یک سناریو برای ضرایب هموارسازی در مدل هلت‌وینترز بررسی شده است، پیشنهاد می‌شود در پژوهش‌های آتی، چندین سناریو در خصوص این ضرایب مطرح شده و بهترین سناریو بر حسب کمترین خطای بین مقادیر واقعی و پیش‌بینی شده انتخاب شود. همچنین، ترکیب سایر مدل‌های پیش‌بینی با زنجیره مارکوف و مقایسه آنها با مدل ارائه شده در این پژوهش از دیگر پیشنهاد‌های این پژوهش برای پژوهش‌های آتی می‌باشد.

## منابع

آذر، عادل؛ مومنی، منصور. "آمار و کاربرد آن در مدیریت (جلد دوم: تحلیل آماری)"، انتشارات سمت، تهران، ۱۳۸۱.

Abdullah, A., and Bekhet, H.A. "Analyzing the Performance of Malaysia's Transportation Sector and the Impact on Its Energy Consumption: Output Multiplier Approach", Annual Malaysia Input-Output Research Association (MIORA) Conference, April, 2011.

Asrari, A., Seyed Javan, D., Javidi, M.H., and Monfared, M. "Application of Gray-Fuzzy-Markov Chain Method for Day-Ahead Electric Load Forecasting", *Przegląd Elektrotechniczny (Electrical Review)*, Vol. 88, No.3b, pp. 228-237, 2012.

Chen, L.H., and Guo, T.Y. "Forecasting financial crises for an enterprise by using the Grey Markov forecasting model", *Qual Quant*, Vol. 45, pp. 911-922, 2011.

Damásio, B., and Nicolau, J. "Combining a regression model with a multivariate Markov chain in a forecasting problem", *Statistics & Probability Letters*, Vol. 90, pp. 108-133, 2014.

de Souza e Silva, E.G., Legey, L.F.L., and de Souza e Silva, E.A. "Forecasting oil price trends using wavelets and hidden Markov models", *Energy Economics*, Vol. 32, No.6, pp. 1507-1519, 2010.

Faghih-Roohi, S., Xie, M., and Ng, K.M. "Accident risk assessment in marine transportation via Markov modelling and Markov Chain Monte Carlo simulation", *Ocean Engineering*, Vol. 91, pp. 363-370, 2014.

Ghosh, B., Basu, B., and O'Mahony, M. "Bayesian Time-Series Model for Short-Term Traffic Flow Forecasting", *Journal of Transportation Engineering*, Vol. 133, No. 3, pp. 180-189, 2007.

Grubb, H., and Mason, A. "Long lead-time forecasting of UK air passengers by Holt-Winters methods with damped trend", *International Journal of Forecasting*, Vol. 17, No.1, pp. 71-82, 2001.

He, Y., and Huang, M. "A Grey-Markov Forecasting Model for the Electric Power Requirement in China", *Proceedings of the Advances in Artificial Intelligence: 4th Mexican International Conference on*

Artificial Intelligence (MICAI '05), November 14-18, 2005, Springer, pp. 574–582, 2005.

Kazemi, A., Modarres, M., Mehregan, M.R., Neshat, N., and Foroughi A., A. "*Markov Chain Grey Forecasting Model: A Case Study of Energy Demand of Industry Sector in Iran*", 3rd International Conference on Information and Financial Engineering, Singapore, 2011, International Proceedings of Economics Development & Research, Vol. 12, pp. 505–512, 2011.

Li, G.D., Yamaguchi, D., and Nagai, M. "*A GM (1, 1)–Markov chain combined model with an application to predict the number of Chinese international airlines*", Technological Forecasting & Social Change, Vol. 74, pp. 1465–1481, 2007.

Ma, H., and Zhang, Z. "*Grey Prediction with Markov-Chain for Crude Oil Production and Consumption in China*", Advances in Intelligent and Soft Computing, Vol. 56, pp. 551-561, 2009.

Pourmousavi Kani, S.A., and Ardehali, M.M. "*Very short-term wind speed prediction: A new artificial neural network–Markov chain model*", Energy Conversion and Management, Vol. 52, No.1, pp. 738-745, 2011.

Sai-Hua, X. "*A Study of Environmental Model Based on Gray-Markov Chain and Box-Type Model*", International Conference on Environmental Engineering and Technology, Hong Kong, Advances in Biomedical Engineering, Vol. 8, pp. 94-99, 2012.

Sun, S., Zhang, C., and Zhang, Y. "*Traffic Flow Forecasting Using a Spatio-temporal Bayesian Network Predictor*", Lecture Notes in Computer Science, Vol. 3697, pp. 273-278, 2005.

Sun, X.H., and Liu, T.Q., "*Short-term Traffic Flow Forecasting Based on a Hybrid Neural Network Model and SARIMA Model*", Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, Vol. 8, No.5, pp. 32-37, 2008.

Taylor, J.W. "*Short-term electricity demand forecasting using double seasonal exponential smoothing*", Journal of the Operational Research Society, Vol. 54, pp. 799-805, 2003.

Tong, M., and Xue, H. "*Highway Traffic Volume Forecasting Based on Seasonal ARIMA Model*", Journal of Highway and Transportation Research and Development, Vol. 3. No.2, pp.109-112, 2008.

Volchenkov, D., and Blanchard, P. "*Markov Chain Methods for Analyzing Complex Transport Networks*", Journal of Statistical Physics, Vol.132, pp. 1051-1069, 2008.

Wang, J., and Tian, L. "*Carbon Emissions Reductions Trend Analysis and Research in Yangtze River Delta*", International Journal of Nonlinear Science, Vol.10, No.2, pp. 217-221, 2010.

Wang, X.P., and Meng, M. "*Forecasting electricity demand using grey-markov model*", Proceedings of the Seventh International Conference on Machine Learning and Cybernetics, Kunming, July12-15, 2008, Ieee, pp. 1244–1248, 2008.

Williams, B., and Hoel, L. "*Modeling and Forecasting Vehicular Traffic Flow as a Seasonal ARIMA Process: Theoretical Basis and Empirical Results*", Journal of Transportation Engineering, Vol. 129. No.6, pp. 664-672, 2003.

Xie, M.Q., Li, X.M., Zhou, W.L., and Fu, Y.B. "*Forecasting the Short-Term Passenger Flow on High-Speed Railway with Neural Networks*", Computational Intelligence and Neuroscience, Vol.2014, Article ID 375487, 8 pages, 2014.

Yu, G., Hu, J., Zhang, C., and Zhuang, L. "*Short-term traffic flow forecasting based on Markov chain model*", Proceedings of Intelligent Vehicles Symposium, June 9-11, 2003, Ieee, pp. 208–212, 2003.

Zhang, X., Yao, W., Li, Y., and Song, F. "*Load Prediction of In-Service Bridges by Using an Unbiased Grey Markov Forecasting Model*", Journal of Statistics Applications & Probability, Vol. 1, No.1, pp. 29-34, 2012.

Zhang, Y. "*Predicting Model of Traffic Volume Based on Grey-Markov*", Modern Applied Science, Vol. 4, No.3, pp. 46-50, 2010.

Zhan-li, M., and Jin-hua, S. "*Application of Grey-Markov Model in Forecasting Fire Accidents*", Procedia Engineering, Vol. 11, pp. 314–318, 2011.

Zhao, W., Wang, J., and Lu, H. "*Combining forecasts of electricity consumption in China with time-varying weights updated by a high-order Markov chain model*", Omega, Vol. 45, pp. 80–91, 2014.