بررسی حافظه بلندمدت دوگانه با تأکید بر توزیع چوله و دم پهن پسماندها: شواهدی از بورس اوراق بهادار تهران

محمدجواد محقق نیا*، منصور کاشی**، علیرضا دلیری***، محمد دنیائی****

(تاریخ دریافت: : ۹۲/۲/۲۲- تاریخ پذیرش: ۹۲/۹/۱۵)

چکیده

پژوهش حاضر وجود حافظه بلندمدت را در بورس اوراق بهادار تهران با کاربرد مدل‌های GPH، GSP، ARFIMA و FIGARCH بررسی می‌کند. داده‌های موردبررسی، حاوی بازده روزانه هستند و آزمون‌های حافظه بلندمدت، برای بازده و نیز برای نوسان سری TEPIX انجام‌شده‌است. نتایج مدل‌های GPH، GSP و ARFIMA، وجود حافظه بلندمدت را در بازده سری نشان می‌دهند. همچنین نتایج اشاره براین دارند که پویایی‌های حافظه بلندمدت در بازده و نوسان می‌تواند توسط کاربرد مدل ARFIMA-FIGARCH، مدل‌سازی شود. نتایج این مدل شواهد قوی حافظه بلندمدت را هم در میانگین شرطی و هم در واریانس شرطی نشان می‌دهد. به‌علاوه، فرض غیرنرمال برای دربرگرفتن دم پهن و نامتقارن باقیمانده‌های تخمین زده‌شده، مناسب است. یافته‌ها نشان می‌دهند که مدل براساس فرض نرمال گاوسی، ممکن است برای مدل‌سازی خصوصیت حافظه بلندمدت مناسب نباشد. در نهایت به‌نظر می‌رسد که بازار سرمایه تهران نمی‌تواند به‌عنوان بازار کارا از لحاظ سرعت انتقال داده‌ها بررسی شود. ازاین‌رو، امکان کسب سودهای غیرعادی باثبات، از طریق پیش‌بینی قیمت سهام وجود دارد.

کلمات کلیدی: حافظه بلندمدت، *ARFIMA*، *FIGARCH*، توزیع چوله ***Student-t*** بورس اوراق بهادار تهران.

مقدمه

* استادیار گروه بانکداری اسلامی، دانشکده مدیریت و حسابداری، دانشگاه علامه طباطبائی، تهران، ایران

** کارشناس ارشد مدیریت بازرگانی-مالی، دانشکده مدیریت و حسابداری، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان، ایران

*** دانشجوی دکتری مدیریت مالی، دانشکده مدیریت و حسابداری، دانشگاه علامه طباطبائی، تهران، ایران

**** دانشجوی دکتری مدیریت مالی، دانشکده مدیریت و حسابداری، دانشگاه علامه طباطبائی، تهران، ایران (نویسنده مسئول)

Donyaei911@st.atu.ac.ir

طی دهه‌های اخیر، فرایندهای حافظه بلندمدت[1] در سری‌های زمانی از موضوعات موردتوجه در تحقیقات نظری و تجربی اقتصاد–مالی بوده و مطالعات زیادی را در این زمینه به خود اختصاص داده‌است. فرایندهای حافظه بلندمدت، وابستگی معناداری را بین مشاهدات در فواصل بسیار دور و مجزا از هم را باعث خواهد شد که بالطبع، مشاهدات مستقل از هم نبوده، همبستگی بین آن‌ها وجود داشته و مشاهدات گذشته به پیش‌بینی داده‌ها کمک خواهند کرد. بنابراین می‌توان وجود حافظه بلندمدت را در وابستگی مشاهدات به سبب کاهش هیپربولیکی[2] تابع خودهمبستگی[3] یا با یک چگالی طیفی در فرکانس λ که متناسب است با $\lambda^{-2\xi}$ درحالی‌که λ به صفر نزدیک می‌شود، تشخیص داد. به‌طوری‌که $0/5 > \xi > 0$ نمایانگر پارامتر حافظه بلندمدت است. ازاین‌رو، از جهت اینکه این نوع فرایندها یک زمان قابل بررسی (یا با میل بیشتر) را برای کاهش دربرمی‌گیرند، اثر شوک در سرتاسر دوره ماندگار[4] خواهد بود (*Ding, Granger and Engle, 1993*). در حقیقت، گسترش شوک در یک فرایند انباشته از مرتبه صفر *I(0)*، با کاهش نرخ نمایی[5] روبرو می‌شود (یعنی دربرگیرندهٔ حافظه کوتاه‌مدت است) و در یک فرایند انباشته از مرتبه یک *I(1)*، ماندگاری شوک‌ها نامحدود است. درحالی‌که مدل خود رگرسیون میانگین متحرک انباشته کسری (*ARFIMA*)[6]، بین *I(0)* و ماندگاری کامل را پر می‌کند؛ به‌طوری‌که در این نوع مدل رفتار کوتاه‌مدت سری زمانی، دربرگیرندهٔ پارامترهای مدل خود رگرسیون میانگین متحرک (*ARMA*)[7] است و پارامتر تفاضل کسری (ξ)، برای مدل‌سازی خصوصیات حافظه بلندمدت به‌کار برده می‌شود.

در حوزهٔ مدل‌سازی حافظه بلندمدت در واریانس شرطی و شبیه‌سازی رفتار همبستگی نگاشت نوسانات مشاهده‌شده باید به نقطهٔ آغازین این فرایند که توسط بایلی، بلرسلو و

1- Long Memory
2- Hyperbolically
3- Autocorrelation
4- Persistent
5- Exponential Rate
6- Autoregressive Fractional Integrated Moving Average
7- Autoregressive Moving Average

میکلس [1] (۱۹۹۶) (به اختصار *BBM*) پیشنهاد شد، بازگشت که مدل *GARCH(p,q)* انباشته جزئی [2] را معرفی کردند. آن‌ها با بسط‌دادن مدل *IGARCH* از مدل‌های خانوادهٔ *GARCH* و از طریق تخصیص‌دادن ماندگاری در واریانس شرطی، مدل *FIGARCH* را ارائه دادند. لازم به ذکر است که ماندگاری نامتناهی *IGARCH* بسیار محدودکننده به‌نظر می‌رسد و اینکه برخلاف شواهد تجربی در تحلیل سری‌های زمانی، حافظه مدل‌های *GARCH* و *IGARCH* کوتاه‌تر از عموم سری‌های زمانی مالی می‌باشند. در ضمن، اهمیت تفاوت کاربردی بین فرایند *GARCH* و *FIGARCH* را می‌توان در میرایی شوک‌ها جستجو کرد که در فرایند *GARCH*، میرایی سریع و به‌صورت نرخ نمایی است؛ درحالی‌که در فرایند *FIGARCH*، میرایی شوک‌ها با نرخ آهسته هیپربولیکی انجام می‌پذیرد. با این توصیفات، مدل *FIGARCH* انعطاف بیشتری در مدل‌سازی واریانس شرطی نسبت به مدل *GARCH* و *IGARCH* ارائه خواهد داد.

در ادبیات نظری مربوط به حافظه بلندمدت دوگانه [3]، بررسی یکجای میانگین و واریانس شرطی با نظر به اینکه آن‌ها پدیده‌ای مجزا و متفاوت از هم هستند (هر چند که در اغلب سری‌ها، حافظه بلندمدت هم در میانگین شرطی و هم واریانس شرطی وجود دارد) ایده اصلی مطالعات تجربی در این زمینه را فراهم می‌کند؛ برای مثال، کونراد و کراناسوس [4](۲۰۰۵) با مدل ترکیبی *ARFIMA-FIGARCH*، شواهد معناداری را از حافظه بلندمدت دوگانه در سری تورم شاخص قیمت مصرف‌کننده یافتند. بین و همکاران [5](۲۰۰۲) پیشنهاد دادند که ویژگی حافظه بلندمدت دوگانه نمایان‌گر بازده نرخ ارز است. ناگایاسو [6](۲۰۰۳)، کارایی بازار سرمایه ژاپن را با استفاده از مدل حافظه بلندمدت دوگانه بررسی کرد. ویلاسوسو [7] (۲۰۰۲)، دقت مدل‌های *FIGARCH*، *IGARCH* و *GARCH*

1- Bollerslev, Bollerslev and Mikkelsen
2- Fractionally Integrated Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity.
3- Dual long memory
4- Conrad and Karanasos
5- Beine et al
6- Nagayasu
7- Vilasuso

در پیش‌بینی نوسان‌های شش نرخ ارز (دلار کانادا، فرانک فرانسه، مارک آلمان، لیر ایتالیا، ین ژاپن و پوند انگلیس در مقابل دلار آمریکا) مقایسه کرد و درنهایت نتیجه گرفت که استفاده از مدل *FIGARCH* نتایج پیش‌بینی را به‌طور قابل ملاحظه‌ای بهبود می‌بخشد. تسی[۱] (۱۹۹۸) مدل *FIGARCH* را برای نرخ مبادله ین- دلار به‌کار برد و در تحلیل خود به عملکرد بسیار خوب مدل *FIGARCH* در مقایسه با مدل‌های *APARCH* و *FIAPARCH* دست یافت. اخیراً، اقتصاددانان اهمیت قابل توجهی به مقولهٔ مدل‌سازی توزیع‌های نامتقارن و دم‌پهن پسماندهای سری‌های زمانی اختصاص داده‌اند و این ویژگی‌ها را در بسیاری از مطالعات تجربی بررسی نموده‌اند. به‌عنوان نمونه، از این شیوه در مدل‌سازی برای قیمت‌گذاری اختیارها[۲] (*Fang and Lai, 1997*)، قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای[۳] (*Harvey and Siddique, 2000*) و پاداش ریسک[٤] (*Smith, 2006*) استفاده شده‌است و از آنجایی‌که عموم باقیمانده‌های سری زمانی مالی دربردارندهٔ چولگی و کشیدگی اضافی هستند، کاربرد فرض توزیع گاوسی[5] (یا نرمال) برای در برگرفتن این دم پهن و کشیدگی پسماندها، مناسب نخواهد بود. برای هم‌گرا و نزدیک‌شدن به ویژگی دم‌پهن و نامتقارن پسماندها، مطالعات تجربی متعددی، چارچوب مدل‌های خانواده *GARCH* را به‌وسیلهٔ توزیع‌های متفاوت گسترش داده‌اند. برای مثال، توزیع *Student-t* بلرسلو[٦] (۱۹۸۷)، کشیدگی اضافی بازده داده‌ها را دربرمی‌گیرد. به‌علاوه، توزیع چوله *Student-t* لامبرت و لورنت[۷] (۲۰۰۱)، توانایی دربرداشتن توزیع نامتقارن و دم‌پهن بازده داده‌ها را خواهد داشت.

در این رابطه، محققانی مانند بورمتی و همکاران[۸] (۲۰۰۷) و تانگ و همکاران[۹] (۲۰۰۶) برای سنجش، اندازه‌گیری و کنترل ریسک مالی با استفاده از مدل‌های خانواده *GARCH* از

1- Tse
2- Option pricing
3- Capital-asset pricing
4- Risk premium
5- Gaussian
6- Bollerslev
7- Lambert and Laurent
8- Bormetti et al
9- Tang et al

توزیع‌های غیر گاوسی استفاده نموده‌اند. در این حوزه و از مطالعاتی که از توزیع‌های غیرنرمال در قالب مدل *ARFIMA-FIGARCH* به بررسی پرداختند، می‌توان به مطالعه کانگ و یون[1] (۲۰۰۷) و کاسمان و تورون[2] (۲۰۰۷) اشاره کرد که نشان دادند مدل *ARFIMA-FIGARCH* با توزیع چوله *Student-t*، در مقابل توزیع نرمال، مدل‌سازی بهتری در مورد حافظه بلندمدت دوگانه ارائه می‌دهد. همچنین کاسمان، کاسمان و تورون[3] (۲۰۰۸)، حافظه بلندمدت را در ۸ کشور اروپای شرقی بررسی کردند و به این نتیجه رسیدند که مدل *ARFIMA-FIGARCH*، پیش‌بینی بهتری از مدل‌های *ARFIMA-GARCH* و *ARFIMA-HYGARCH* با توزیع چوله *Student-t* را ارائه می‌دهد.

از تحقیقات داخلی در این زمینه، فقط مطالعه کشاورز و صمدی (۱۳۸۸) است که با استفاده از چند مدل از خانواده *GARCH*، تلاطم شاخص بورس تهران را مدل‌سازی و سپس دقت آن‌ها را در تخمین ارزش در معرض خطر[4]، مقایسه کردند. نتایج تحقیق آن‌ها نشان می‌دهد که انجام پیش‌بینی در دورهٔ خارج از دورهٔ نمونه *ARFIMA-FIGARCH* با توزیع نرمال نسبت به توزیع *Student-t* دقیق‌ترین مدل بوده و نتایج بهتری را ارائه می‌دهد. تحقیقات داخلی دیگر در زمینه حافظه بلندمدت عموماً در حوزه تشخیص این فرایند و یا استفاده از مدل‌های *ARFIMA* و یا *FIGARCH* به صورت مجزا برای پیش‌بینی و مدل‌سازی در مطالعات مربوطه بوده‌است. به‌عنوان مثال، مشیری و مروت (۱۳۸۵)، چندین مدل را برای پیش‌بینی بازده شاخص کل سهام تخمین زد که در این میان مدل *ARFIMA* در بین سایر مدل‌های اقتصادسنجی مانند *ARMA* و *GARCH* توانست پیش‌بینی بهتری انجام دهد ،اما در کل مدل شبکه عصبی پیش‌بینی بهتری ارائه داد. عرفانی (۱۳۸۷) وجود حافظه بلندمدت را با استفاده از سه روش *DFA*، کلاسیک *R/S* و *MRS* شاخص کل بورس اوراق بهادار ارزیابی کرد که نتایج هر سه آزمون وجود حافظه

1- Kang & Yoon
2- Kasman & Torun
3- Kasman, Kasman & Torun
4- Value at risk

بلندمدت را تأیید می‌کرد. وی در تحقیق دیگری در سال ۱۳۸۸، دقت پی بینی مدل‌های *ARFIMA* را با مدل‌های *ARIMA* مقایسه کرد و به این نتیجه رسید که دقت مدل *ARFIMA* در پیش‌بینی بازده شاخص بیشتر است. محمودی و دیگران (۱۳۸۹) با استفاده از روش‌های مختلف تخمین پارامتر ξ مانند *R/S*، *GPH*، *MRS*، *EML*، *NLS*، *Whittle* و *Wavelet* به برآورد حافظه بلندمدت در بازارهای جهانی نفت پرداختند. اما این نوع سری ها دارای حافظه بلندمدت نبودند و ویژگی بازگشت به میانگین را از خود بروز دادند. سالارزهی و دیگران (۱۳۹۱) نیز نتیجه گرفتند که تفاوت عملکرد بهتر پیش‌بینی مدل حافظه بلندمدت *ARFIMA* برای بازده *TEPIX* نسبت به مدل *ARIMA* بسیار جزئی است.

با توجه به مطالب گفته شده، هدف مطالعه حاضر، ابتدا شناخت حافظه بلندمدت در بازده و نوسان خواهد بود و سپس بررسی حافظه بلندمدت دوگانه با استفاده از مدل *ARFIMA-FIGARCH* در بازده شاخص کل قیمت سهام تهران است که پیرو آن، به بررسی خصوصیات توزیع بازده سهام با کاربرد توزیع‌های نرمال، *Student-t* و توزیع چوله *Student-t* تحت برنامه *Oxmetic/G@RCH* پرداخته می‌شود.

روش شناسی (متدولوژی) تحقیق

در این بخش برای تست انباشته کسری، از رویه‌های پارامتریک *ARFIMA-FIGARCH* و نیمه‌پارامتریک *GPH*[1] و *GSP*[2] استفاده خواهدشد و در آخر به توصیف چگالی مدل‌های خانواده *GARCH* و همچنین آزمون تنظیمی برازش پیرسون پرداخته می‌شود.

رویه‌های تست فرایند کسری

مدل *ARFIMA-FIGARCH*

1- Geweke & Porter-Hodak
2- Gaussian semi-parametric

در این بخش، شکل اجمالی مدل‌های حافظه بلندمدت دوگانه که توسط بایلی و دیگران[۱] (۲۰۰۲) پیشنهاد شده، بررسی می‌شود. آن‌ها خصوصیات حافظه بلندمدت دوگانه را به صورت زیر تعریف کرده‌اند:

$$\Phi(L)(1-L)^{\xi}(y_t - m_t) = \Theta(L)\varepsilon_t$$
$$\varepsilon_t = z_t \sqrt[2]{h_t},$$
$$\lambda(L)\left[1-L\right]^d \varepsilon_t^2 = \omega + \left[1-\beta(L)\right](\upsilon_t)$$

که در آن، ξ و d به‌ترتیب، رفتار حافظه بلندمدت میانگین و واریانس سری را دربرمی گیرد. تغییرات υ_t نیز به‌صورت $\upsilon_t = \varepsilon_t^2 - h_t$ تعریف می‌شود و ε_t دارای توزیعی یکسان و مستقل است $(I.I.D)$[۲] که دارای میانگین صفر و واریانس واحد است ($E_t(\varepsilon_t) = 0, Var_t(\varepsilon_t) = h_t$ $E_t(\varepsilon_t \varepsilon_s) = 0$ به‌واسطهٔ $s \neq t$). L به عملگر وقفه اشاره دارد و $\Theta(L) = (1 + \theta_1 L + ... + \theta q L^q)$ و $\Phi(L) = (1 - \phi_1 L - .... - \phi_p L^p)$ به‌ترتیب نمایانگر چندجمله‌ای خودرگرسیون (AR)[۳] و میانگین متحرک (MA)[۴] می باشد.

طبق مطالعهٔ هاسکینگ[۵] (۱۹۸۱)، اگر $0/5 > \xi > -0/5$ باشد، فرایند z_t دارای حالت ایستایی کواریانس است و بدین‌ترتیب $0/5 > \xi > 0$ دلالت بر فرایند حافظه بلندمدت دارد و اگر $1 > \xi > 0/5$ باشد، حالت برگشت به میانگین را بدون درنظرگرفتن ایستایی کواریانس برای z_t نمایان می‌سازد. اما، زمانی که $0/5 > \xi > 0$ باشد، در وقفه‌های بالا، کاهش هیپربولیکی[۶] در تابع اتوکواریانس[۷] آشکار می‌شود. حال، اگر γ_k نشان‌دهندهٔ تابع اتوکواریانس باشد، کاهش هیپربولیکی در رابطه $\gamma_k \sim ck^{2\xi-1}$، به خوبی نمایان می گردد؛ به‌شرطی که $k \to \infty$ و $c > 0$ باشد. ضمن اینکه، به‌ازای $0 > \xi > -0/5$ مجموعه قدر مطلق خود همبستگی فرایند، طبق رابطهٔ

1- Baillie et al
2- Independent and Identically Distributed
3- Autoregressive
4- Moving Average
5- Hosking
6- Hyperbolic
7- Atuocovariance Function

$\lim_{n\to\infty}\sum_{j=-n}^{n}\left|\rho_j\right|$ به یک مقدار ثابت میل می‌کند و ویژگی حافظه کوتاه‌مدت را برای سری زمانی z_t نمایان می‌سازد. در این حالت، $ARFIMA(0,\xi,0)$ ویژگی ناماندگاری[1] یا حافظه میان‌مدت[2] را آشکار می‌سازد و همهٔ خودهمبستگی‌های این فرایند، به‌جز وقفهٔ صفر، منفی بوده و کاهش هیپربولیکی به صفر را دارند. در نوشتار حاضر، $\lambda(L)$ و $\beta(L)$ به‌صورت معادله‌های زیر تعریف شده‌اند:

$$\lambda(L)=\lambda_1 L+\lambda_2 L^2+....+\lambda_s L^s$$
$$\beta(L)=\beta_1 L+\beta_2 L^2+....+\beta_r L^r$$

لذا، جهت ایستابودن فرایند *ARFIMA-FIGARCH*، همهٔ ریشه‌های (L)، $\Phi(L)$، $\Theta(L)$، $\lambda(L)$ و $1-\beta(L)$ باید خارج از دایره واحد باشند. همچنین، با کاربرد معادله $\lambda(L)\left[1-L\right]^d\ \varepsilon_t^2=\omega+\left[1-\beta(L)\right](\upsilon_t)$ و باز نویسی آن، رابطه زیر بدست خواهد آمد:

$$\left(1-\beta(L)\right)(h_t)=\omega+\left[1-\beta(L)-\phi(L)(1-L)\right]^d\ \varepsilon_t^2.$$

با درنظرگرفتن رابطهٔ بالا به‌عنوان فرایند *FIGARCH(1, d ,1)*، بلرسلو و میکلسن[3] (۱۹۹۶) نشان دادند که واریانس شرطی زمانی مثبت خواهد شد که: $\omega>0$ ، $\beta-d\leq\lambda\leq\frac{2-d}{2}$ و $d\,(\lambda-\frac{1-d}{2})\leq\beta(\lambda-\beta+d)$ باشند. به‌علاوه، وقتی $d=1$ باشد، فرایند یک مدل $GARCH$ انباشته خواهد شد. با توجه به این مورد، درصورتی‌که $1>d>0$ باشد، وجود حافظه بلندمدت در فرایند واریانس شرطی برقرار خواهد شد. درنتیجه، مدل $FIGARCH$ جایگاهی در بین مدل $GARCH$ و $IGARCH$ را خواهد داشت. مزیت این نگرش را می‌توان این گونه بیان نمود که ساختار حافظه بلندمدت واریانس شرطی با میانگین شرطی بلندمدت همراه خواهد شد.

1- Antipersistent
2- Intermediate memory
3- Bollerslev and Mikkelsen

همچنین $(1-L)^{\xi}$ نمایانگر پارامتر تفاضل‌گیری جزئی مدل است که با استفاده از یک سری دو جمله‌ای به‌صورت زیر قابل تجزیه است:

$$(1-L)^{\xi}=\sum_{k=0}^{\infty}\binom{\xi}{k}(-L)^{k}=1-\xi L+\frac{\xi(\xi-1)}{2!}L^{2}-\dots\dots\dots\dots$$

که $\Gamma(\cdot)$ نمایانگر تابع گاما است و $(1-L)^{d}$ طبق رویهٔ $(1-L)^{\xi}$ خصوصیات واریانس شرطی را بسط می‌دهد.

روش *GPH*

روش GPH مبتنی بر دامنه فرکانس است. در چارچوپ تحلیل طیفی و دامنه فرکانس، سری‌های زمانی مشاهده‌شده به‌عنوان جمع موزونی از سری‌های پایه‌ای است که الگوهای ادواری مختلفی دارند. تکنیک دوره نگاشت ابزاری برای تمایز بین روندهای کوتاه‌مدت و حافظه بلندمدت فراهم می‌آورد. تخمین‌زننده دوره نگاشت[1] برای تخمین پارامتر حافظه، توسط جووک و پورتر هوداک[2] (۱۹۸۳) ارائه شد و به‌طور خلاصه به تخمین زن GPH معروف است (محمدی و طالبلو، ۱۳۸۹). ایده روش GPH بدین‌طریق است که تابع چگالی طیفی، توسط دوره نگاشت با استفاده از تعریف $c\lambda^{-2\xi}$ درحالی که $\lambda \to 0^{+}$ تخمین زده می‌شود. تخمین‌زن رگرسیون اصلاح‌شده لگاریتم نگاشت، از جووک و پورتر هوداک (۱۹۸۳) براساس رابطه زیر است:

$$\log I(\lambda_j)=$$
$$\log f_u(0)-\xi\log\left|1-e^{i\lambda j}\right|^{2}+\log\left[I(\lambda_j)/f(\lambda_j)\right]+\log\left[f_u(\lambda_j)/f_u(0)\right]$$

1- Periodogram
2- Geweke & Porter-Hodak

که $I(\lambda_i) = \left| T^{-1} \sum_{t=1}^{T} (y_t - \bar{y}) e^{it\lambda_j} \right|^2$ دورهٔ نگاشت تابع $f(\lambda)$ است که برحسب فرکانس فوریه تعریف‌شده‌است، درحالی‌که $\lambda_j = 2\pi j / T, j = 1,2,3,....,m$ و $m = \left[(T-1)/2\right]$ می‌باشد. همچنین در معادله $\log I(\lambda_j)$، $\lambda_j \in (0,\pi)$ و $f_u(.)$ تابع چگالی $u_t = (1-L)^{\xi} y_t$ است که توسط $f_u(\lambda) = \left(\sigma^2 / 2\pi\right)\left(\left|\theta\left(e^{-i\lambda}\right)\right|^2 / \left|\phi\left(e^{-i\lambda}\right)\right|^2\right)$ مفروض است. معادله بالا را می‌توان به‌عنوان یک رگرسیونی خطی ساده به صورت زیر نوشت:

$$z_j = c - \xi x_j + \varepsilon_j \qquad j = 1,2,3,.........,m$$

که در آن $z_j = \log I(\lambda_j)$، $x_j = \log\left|1 - e^{i\lambda j}\right|^2$، $\varepsilon_j = \log\left[I(\lambda_j)/f(\lambda_j)\right]$ و $c = \log f_u(0)$ می‌باشد. پارامتر تفاضل جزئی ξ می‌تواند توسط رگرسیون حداقل مربعات خطی z_j بر $-x_j$ با توجه به $j = 1,2,3,.........,m$ تخمین زده‌شود. در اینجا m تابعی از T است ($m = g(T) = T^{\alpha}$ در ازاء $0 < \alpha < 1$)؛ به‌طوری‌که، وقتی $T \to \infty$ میل کند، $m / T \to 0$. در ضمن، محور افقی حداقل مربعات تخمین‌زننده ξ به‌طور مجانبی در ازاء استاندارد خطای $\pi\left(6m\right)^{-1/2}$ نرمال می‌باشد. این نوع تخمین‌زن همانطور که اگیاکلوگلو و همکاران[1] (۱۹۹۲) نشان دادند، زمانی که ضریب خطا AR و یا MA برابر یک باشد، ناکارامد و دارای اریب خواهد بود. به‌علاوه، به‌دلیل اینکه GPH تنها بواسطه $|\xi| < 1/2$ مستحکم و مستدل است، به خوبی خصوصیات مجانبی را دربر نمی‌گیرد.

1 Agiakloglou et al

نگرش *Local Whittle*: تخمین زن *GSP*

کلاس دیگری از تخمین‌زن نیمه‌پارامتریک در حوزهٔ فرکانس، تخمین‌زن *Local Whittle* می‌باشد که پیرو نگرش *Local Whittle*، توسط کوسنچ[1] (۱۹۸۷) مطرح شد. رابینسون[2] (۱۹۹۵) نوع دیگری از این تخیمن زن را ارائه داد که به‌واسطه نوع بیان راست‌نمایی، خصوصیات مجانبی مطلوب و فرضیاتش، مورد توجه قرار گرفت. این تخمین‌زن به‌نام تخمین‌زن نیمه‌پارامتریک نیمه‌گاوسی (*GSP*) شناخته شده‌است. تخمین‌زن *GSP* شبیه تخمین‌زن *GPH* براساس دوره نگاشت و با استفاده از تعریف $c\lambda^{-2\xi}$ در شرایط $\lambda \to 0^+$ طراحی شده‌است. همچنین *GSP* مانند *GPH* شامل پارامتر اضافی m است که می‌تواند کمتر یا مساوی $[(T-1)/2]$ قرار بگیرد و در شرایطی که $T \to \infty$ میل کند، $1/m + m/T \to 0$.

GSP، ξ را توسط مینیمم‌کردن تابع زیر به دست می‌آورد:

$$r(\xi) = q(\hat{g},\xi) - 1 = \log m^{-1}\sum_{j=1}^{m}\frac{I(\lambda_j)}{\lambda_j^{-2\xi}} - 2\xi m^{-1}\sum_{j=1}^{m}\log\lambda_j$$

که $q(\hat{g},\xi) = m^{-1}\sum_{j=1}^{m}\left(\frac{I(\lambda_j)}{\hat{g}\lambda_j^{-2\xi}} + \log\hat{g}\lambda_j^{-2\xi}\right)$ در ازای $\hat{g} = m^{-1}\sum_{j=1}^{m}\lambda_j^{2\xi}I(\lambda_j)$ است. ارزش $\hat{\xi}$ که مینیمم تابع $r(\xi)$ است، به ارزش واقعی ξ همگرا می‌شود، زمانی‌که $T \to \infty$ میل کند. همچنین، رابینسون(۱۹۹۵) نشان داد که وقتی $\xi \in (-1/2, 1/2)$ باشد، $m^{1/2}(\hat{\xi} - \xi)$ به سمت $N(0, 1/4)$ همگرا خواهد شد. بنابراین، با توجه به فرضیات تحت *GSP* که منطقی‌تر از *GPH* می‌باشند، توزیع مجانبی *GSP*، به‌شدت ساده، استنباط مجانبی آن آسان و در کل، کاراتر از تخمین‌زن *GPH* خواهد بود. تنها اشکال *GSP* در مقایسه با *GPH* را می‌توان در لزوم بهینه‌سازی عددی این نوع تخمین زن دانست. در پی توسعه *GSP*، رابینسون و

1- Künsch
2- Robinson

هنری[1] (۱۹۹۸) این تخمین‌زن را در صورت بودن خصوصیات ناهمگنی پراکنشی[2] شرطی (تحت شرایط با قاعده به‌واسطهٔ شکل کلی ناهمگنی پراکنشی شرطی رابینسون (۱۹۹۱)) در سری‌ها بسط و تئوری مجانبی حافظه بلندمدت را با درنظرگرفتن ساختار $ARCH$ گسترش دادند. بنابراین با وجود ناهمگنی پراکنشی شرطی در سری، استفاده از روش‌های دیگر شبیه GPH، باعث ناسازگاری نتایج تخمین خواهد شد.

از مباحث مهم در برآورد آزمون‌های GPH و GSP انتخاب پارامتر پهنای باند m است. به‌طوری‌که جووک و پورتر هوداک (۱۹۸۳) مرتبهٔ پهنای باند $T^{0.5}$ را به‌واسطهٔ ایستایی ξ برای GPH پیشنهاد دادند. هوریچ و دیگران[3] (۱۹۹۸) این مرتبه را براساس مینیمم‌سازی میانگین خطای مربعات $T^{0.8}$ درنظر گرفتند. در کل، مقدار بزرگتر m، $\hat{\xi}$ را سریع‌تر به ξ همگرا می‌کند و از سوی‌دیگر اگر سری زمانی از نظر حافظه بلندمدت ایده‌آل نباشد و یا به‌عبارتی، حاوی فرایند $ARFIMA(n,\xi,s)$ باشد، به‌طوری‌که n یا s یا هر دو برابر صفر نباشند، باید ارزش کوچکی را برای m انتخاب کرد. نظر به اینکه، در فرکانس‌های بالا، رفتار کوتاه‌مدت سری بر شکل چگالی طیفی اثرگذار است (*Balcılar, 2002*).

چگالی مدل‌های خانواده GARCH

مدل‌های سنجش نوسان پارامترها، توسط کاربرد رویه‌های بهینه‌سازی غیرخطی برای ماکزیمم‌کردن لگاریتم تابع راست‌نمایی گاوسی تخمین‌زده می‌شوند. تحت فرضیه متغیر تصادفی $z_t \sim (0,1)$ توزیع گاوسی راست‌نمایی یا نرمال به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$L_{Norm} = -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\left[\ln\left(2\pi\right)+\ln\left(\sigma_t^2\right)+z_t^{\,2}\right]$$

که در آن، T تعداد مشاهدات است. برای دربرگرفتن کشیدگی اضافی در پسماندها، توزیع

1- Robinson & Henry
2- heteroscedasticity
3- Hurvich et al

Student-t می‌تواند در مدل‌سازی سری‌های زمانی به‌کار برده‌شود (*Bollerslev, 1987; Baillie & Bollerslev,1989*). اگر متغیر تصادفی $z_t \sim ST\left(0,1,\upsilon\right)$ باشد، لگاریتم راست‌نمایی توزیع *Student-t*$\left(L_{ST}\right)$ به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$L_{ST} = T\left\{\ln\Gamma\left(\frac{\upsilon+1}{2}\right)-\ln\Gamma\left(\frac{\upsilon}{2}\right)-\frac{1}{2}\ln\left[\pi\left(\upsilon-2\right)\right]\right\}$$
$$-\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\left[\ln\left(\sigma_t^2\right)+\left(1+\upsilon\right)\ln\left[1+\frac{{z_t}^2}{\sigma_t^2\left(\upsilon-2\right)}\right]\right],$$

که در آن، $2<\upsilon\leq\infty$ است. در مقایسه با توزیع نرمال، وقتی توزیع *Student-t* تخمین زده می‌شود، پارامتر اضافی υ مقیاس درجه دم‌پهن چگالی است. برای مثال، ارزش پایین پارامتر υ نشان‌دهندهٔ دم‌پهن‌تر چگالی خواهد بود.

با توجه به مشاهدات گسترده در توزیع باقیمانده‌ها و گرایش آن‌ها به داشتن خصوصیت نامتقارن و کشیدگی لپتو[1] و برای دربرگرفتن چولگی و کشیدگی اضافی، توزیع چوله *Student-t* نیز بررسی می‌گردد. اگر $z_t \sim SKST\left(0,1,K,\upsilon\right)$ باشد، لگاریتم راست‌نمایی توزیع چوله *Student-t*$\left(L_{STST}\right)$ به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$L_{SKST} = T\left\{\ln\Gamma\left(\frac{\upsilon+1}{2}\right)-\ln\Gamma\left(\frac{\upsilon}{2}\right)-\frac{1}{2}\ln\left[\pi(\upsilon-2)\right]+\ln\left(\frac{2}{k+1/k}\right)+\ln(s)\right\}$$
$$-\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\left[\ln\left(\sigma_t^2\right)+(1+\upsilon)\ln\left[1+\frac{\left(sz_t+m\right)^2}{\upsilon-2}k^{-2I_t}\right]\right],$$

1- Leptokurtosis

که $I=1$ است، اگر $z_t \geq -m/s$ باشد یا $I=-1$، اگر $z_t < -m/s$ گردد و k نمایانگر پارامتر نامتقارن است. مقادیر ثابت $m=m(k,\upsilon)$ و $s=\sqrt{s^2(k,\upsilon)}$ به‌ترتیب، میانگین و انحراف استاندارد توزیع چوله *Student-t* می‌باشند:

$$m(k,\upsilon)=\frac{\Gamma\left((\upsilon-1)/2\right)\sqrt{\upsilon-2}}{\sqrt{\pi}\Gamma(\upsilon/2)}\left(k-\frac{1}{k}\right),$$

$$s^2(k,\upsilon)=\left(k^2+\frac{1}{k^2}-1\right)-m^2.$$

گفتنی است که ارزش $\ln(k)$، نمایانگر درجه نامتقارن توزیع پسماندها است. به‌عنوان مثال، اگر $\ln(k)>0\left(\ln(k)<0\right)$، چگالی دارای چولگی راست (چپ) است و هنگامی که *k=1* باشد، توزیع چوله *Student-t* برابر با توزیع *Student-t* خواهد بود.

آزمون تنظیمی برازش پیرسون[1]

آزمون تنظیمی برازش پیرسون می‌تواند ارتباط توزیع‌های گوناگون تخمین زده‌شده مانند توزیع‌نرمال، *Student-t* و توزیع چوله *Student-t* را ارزیابی کند. این آزمون توزیع‌های تجربی z با تغییرات تئوریکال را موردمقایسه قرار می‌دهد. پالمار و ولار[2] (۱۹۹۷)، پسماندها را در سلول‌هایی مطابق با بزرگی‌شان برای آزمون این تست طبقه‌بندی کردند. آماره برازش پیرسون به‌واسطهٔ عدد مفروض سلول‌ها که با g نمایش داده شده‌است، به‌صورت زیر بیان می‌گردد:

$$P(g)=\sum_{i=1}^{g}\frac{\left(n_i-En_i\right)^2}{En_i},$$

که n_i تعداد مشاهدات در سلول i و En_i تعداد مشاهدات موردانتظار است. تحت فرض صفر توزیع صحیح، آماره $P(g)$ به‌عنوان $\chi^2(g-1)$ توزیع داده‌شده و نظر به اینکه اجماعی بر روی انتخاب درست g وجود ندارد. در این مطالعه برای اندازه نمونه، g برابر ۶۰ درنظر گرفته شده‌است.

1- The adjusted Pearson Goodness-of-fit test
2- Palm and Vlaar

ویژگی‌های آماری متغیر پژوهش

داده‌هایی که در این تخمین برای مدل‌سازی در بورس به‌کار برده شده‌است، شاخص قیمت بورس تهران برای دوره زمانی ۱۳۸۰/۰۹/۰۴ تا ۱۳۹۱/۱۲/۲۸ بوده که شامل ۲۶۶۷ مشاهده می‌باشد. در این قسمت برای محاسبه بازده شاخص کل از لگاریتم درصد تغییرات $\left(r_t = \log(\frac{p_t}{p_{t-1}}) \times 100 \right)$ استفاده‌شده که p_t، مقدار شاخص قیمت بورس در زمان t است.

در تجزیه‌وتحلیل مقدماتی طبق جدول و شکل شماره ۱، آماره‌های چولگی و کشیدگی اضافی نشان‌دهندهٔ این مورد است که سری بازده، دارای توزیع دنباله پهن‌تر و رأس بالاتری نسبت به توزیع نرمال است. همانطورکه آماره جارک-برا *(J-B)*[1] برای بازده لگاریتمی برابر ۱۲۷۸۴٫۰ است؛ که نشان‌دهندهٔ ردشدن فرض نرمال بودن توزیع بازده‌ها است. در تحلیل دیگر، با مقایسه انحراف‌معیار در برابر میانگین، این متغیر در طول دوره بررسی از تلاطم زیادی برخوردار بوده‌است.

جدول شماره ۱- آماره توصیفی بازده *TEPIX*

تعداد مشاهدات	*2667*
میانگین	*0.090097*
انحراف معیار	*0.61762*
چولگی	*0.39776***
کشیدگی اضافی	*10.696***
مینیمم	*-5.4503*
ماکزیمم	*5.2608*
J-B	*12784.0***
$Q(20)$	*1235.51**
$Q_s(20)$	*375.545**
ARCH (5)	*32.583**

توضیحات: *J-B* ارزش آماره جارک- برا باقیمانده‌های بازده را نشان می‌دهد. $Q(20)$ و $Q_s(20)$ آماره تست باکس-پیرس را به‌ترتیب برای باقیمانده بازده و باقیمانده مربعات بازده تا مرتبه ۲۰ سریال همبستگی، بیان می‌کنند. *ARCH (5)* نمایانگر آماره- تی شاخص آزمون *ARCH* است.

** و * به‌ترتیب نشان‌دهندهٔ رد معناداری در سطح ٪۵ و ٪۱۰ می‌باشند.

1- Jarque-Bera

برای آزمون فرضیه صفر مبتنی بر نوفهٔ سفید بودن r_t از آمارههای باکس–پیرس[۱] باقیماندههای بازده $\left(Q\left(20\right)\right)$ و مربع باقیماندههای بازده $\left(Q_s\left(20\right)\right)$ استفاده می گردد که بهترتیب هر کدام دارای توزیع مجانبی و خیدو $\left(\chi^2\right)$ با ۲۰ درجه آزادی هستند. باقیماندههای بازده و مربع باقیماندههای بازده این آزمون برای در برداشتن فرایند $I.I.D$ و مستقل، رد میشوند و ازاینرو باقیماندههای مربع و بازده، تا وقفه ۲۰ همبستگی بسیار بالایی دارند. در این خصوص آمارهٔ $Q_s\left(20\right)$ بشدت بالا میباشد که نشاندهندهٔ نفوذ فراگیر تلاطم خوشهای در بازار سرمایه است. همانطور که آزمون مربوط به نشانههای $ARCH$ (آزمون ضرایب لاگرانژ *(LM)*[۲]) این ویژگی را موردتأیید قرار میدهد.

همچنین با انجام آزمونهای ایستایی (جدول شماره ۲) که توسط آماره دیکی–فولر تعمیمیافته *(ADF)*[۳]، آماره فیلیپس–پرون *(PP)*[۴] و آماره کوویت کووسکی-فیلیپس-اشمیت-شین *(KPSS)*[۵] در سطح معنیداری ٪۱ صورت گرفتهاست، فرض صفر این سه آزمون (فرض صفر دو آزمون ADF و PP وجود ریشه واحد میباشد درحالی $KPSS$ فرض صفر مبنی بر عدم وجود ریشه را دارا می باشد) رد میشود. طبق مطالعات بایلی و همکاران[۶] (۱۹۹۶)، ردشدن هر دو آماره pp و $kpss$ حاکی از این است که فرایند نه توسط *I(0)* و نه توسط *I(1)* توصیف میشود، بنابراین چنین فرایندی ممکن است توسط فرایند کسری جزیی بهتر توصیف شود.

جدول شماره ۲: آزمونهای ریشه واحد برای بازده *TEPIX*

آمارهها	مقادیر تخمین زدهشده
ADF	*-12.56069(7)****
PP	*-41.66481(27)****
KPSS	*0.261882(30)*

توضیحات: ارزش حیاتی ٪۱ مکینان[۷] برای آزمون ADF و PP برابر با *-3.435* است. برای آزمون $KPSS$ ارزش حیاتی *0.739* برابر با سطح معناداری ٪۱ میباشد. اعداد داخل پرانتز بهترتیب نمایانگر وقفه دورهها و پهنای باند برای آماره ADF و آمارههای PP و $KPSS$ میباشد.

***نشاندهندهٔ رد معناداری در سطح ٪۱ میباشد.

1- Box–Pierce
2- Lagrange multiplier
3- Augmented Dickey–Fuller
4- Phillips &Perron
5- Kwiatkowski, Philips, Schmidt, Shin
6- Baillie & et al
7- Mackinnon

نتایج تخمین حافظه بلندمدت در بازده

انتخاب تعداد عرض فرکانس مرتبه پایین (پهنای باند) در تخمین پارامتر حافظه بلندمدت با روش‌های GPH و GSP از مباحث مهم در این نوع تخمین می‌باشند؛ به‌طوری‌که مرتبه بالای عرض دوره نگاشت باعث اریب در تخمین ξ می‌شود و ازسوی‌دیگر، با درنظر گرفتن مرتبه بسیار پایین عرض دوره نگاشت، منجر به افزایش تغییرپذیری نمونه‌گیری تخمین به علت کاهش اندازه نمونه، خواهد شد. به‌این‌منظور برای ارزیابی مستدل و محکم برآوردهای GPH و GSP بر حسب انتخاب پهنای باند، چندین ارزش پهنای باند m انتخاب می‌گردد؛ به‌طوری‌که تغییر ارزش‌ها تابعی از اندازه نمونه T خواهند بود و از طریق $m=\left[T^{\alpha}\right]$ به‌واسطه $\alpha=\{0.5,0.55,0.65\}$ مشخص می‌شوند. نتایج پیرو جدول ۳ و طبق آماره GPH از وجود حافظه بلندمدت در تمام ارزش‌های پهنای باند m حمایت می‌کند و همچنین آماره GSP فاصله معناداری از صفر نداشته و فرض صفر این آزمون (عدم‌وجود حافظه بلندمدت $(\xi=0)$) در بازده، شبیه آماره GPH رد می‌شود[۱].

جدول شماره ۳: تخمین پارامتر ξ با روش‌های نیمه‌پارامتریک

$m=T^{\alpha(0.5,0.55,0.65)}$	m=51	m=76	m=168
GPH(ξ parameter)	0.288288 (0.101851) [0.0046]	0.290688 (0.0809966) [0.0003]	0.284627 (0.052336) [0.0000]
GSP(ξ parameter)	0.207734 (0.070014) [0.0030]	0.244393 (0.0573539) [0.0000]	0.337498 (0.0385758) [0.0000]
توضیحات: اعداد داخل پرانتز خطای استاندارد پارامتر ξ می‌باشند. مقادیر داخل کروشه p-value فرض صفر $(\xi=0)$ آزمون‌ها می‌باشند.			

در ادامه با توجه به اینکه تخمین روش‌های GPH و GSP برای فرایند $ARFIMA(n,\xi,s)$ به دلیل نادیده انگاشتن اجزای کوتاه‌مدت، دارای اریب خواهند بود (همان‌طور که اگیاکلوگلو و همکاران (۱۹۹۲) این امر را در آزمون GPH اثبات کردند)، به بررسی همزمان تخمین پارامتر انباشته کسری (ξ) با پارامترهای کوتاه‌مدت (n,s) برای بازده

۱ - نتایج تخمین GPH و GSP توسط Oxmetric صورت گرفته است.

TEPIX پرداخته می‌شود. برخی از مدل‌های *ARFIMA* را در ازاء مرتبه‌های متفاوت (n,s) با فرض توزیع نرمال تخمین زده‌شده و عملکرد مدل‌های *ARFIMA* برای تعیین مرتبه شایسته در جهت تشخیص خصوصیات حافظه بلندمدت در سطح بازده سری‌ها، مورد مقایسه قرار می‌گیرد. با توجه به اینکه پیامد انتخاب مرتبه وقفه برای ساختن مدل مرتبه بالاتر پویا، مهم است و اینکه مرتبه‌های بالا باعث ارزش تخمین بالا برای ضرایب *AR* و *MA* می‌شوند، لذا، براساس مدل چونگ[1] (۱۹۹۳) در ازاء محدودیت مرتبه‌های $n = 0,1,2$ و $s = 0,1,2$، مدل‌های متفاوت $ARFIMA\,(n,\xi,s)$ برای سری بازده تخمین زده می‌شود. نتایج تخمین و آماره‌های تشخیصی مدل‌های $ARFIMA\,(n,\xi,s)$ به‌طورخلاصه در جدول شماره ۴ ارائه شده‌است.

جدول شماره ٤: نتایج تخمین مدل‌های *ARFIMA* برای بازده *TEPIX*

(n,ξ,s)	$(0,\xi,0)$	$(0,\xi,1)$	$(0,\xi,2)$	$(1,\xi,0)$	$(2,\xi,0)$	$(1,\xi,1)$	$(1,\xi,2)$	$(2,\xi,1)$	$(2,\xi,2)$
μ	0.108 (0.079)**	0.103 (0.057)**	0.102 (0.057)**	0.102 (0.055)**	0.104 (0.059)**	0.102 (0.056)**	0.101 (0.041)	0.114 (0.085)**	0.093 (0.065)**
ψ_1	–	–	–	0.128 (0.052)	0.116 (0.058)	0.026 (0.279)**	-0.981 (0.016)	0.719 (0.108)	-0.248 (0.151)**
ψ_2	–	–	–	–	-0.018 (0.049)**	–	–	-0.081 (0.038)	-0.792 (0.226)
ξ	0.293 (0.0334)	0.221 (0.0336)	0.217 (0.055)	0.211 (0.038)	0.224 (0.055)	0.218 (0.042)	0.216 (0.033)	0.314 (0.116)	0.264 (0.036)
θ_1	–	0.119 (0.0476)	0.124 (0.061)	–	–	0.095 (0.264)**	1.109 (0.049)	-0.692 (0.118)	0.309 (0.126)
θ_2	–	–	0.005 (0.059)**	–	–	–	0.133 (0.045)	–	0.794 (0.242)
ω	0.315 (0.0235)	0.313 (0.0236)	0.313 (0.0236)	0.313 (0.023)	0.313 (0.023)	0.313 (0.023)	0.313 (0.023)	0.313 (0.0236)	0.313 (0.02367)
Ln(L)	-2247.0	-2238.8	-2238.7	-2239.0	-2238.5	-2238.7	-2235.9	-2237.0	-2235.4
AIC	1.687	۸1.681	1.682	1.6820	1.6824	1.6826	1.6812	1.6820	1.6816
کشیدگی اضافی	12.789**	13.197**	13.173**	13.112**	13.222**	13.183**	13.018**	13.180**	13.25**
چولگی	-0.180**	-0.154**	-0.149**	-0.140**	-0.160**	-0.151**	-0.151**	-0.212**	-0.189**
J-B	18190.*	19363.*	19293.*	19113.*	19439.*	19323.*	18843.*	19323.*	19529.*
$Q(20)$	59.660*	43.468*	43.449*	43.928*	43.174*	43.461*	39.562*	37.003*	36.353*
ARCH (5)	22.512*	50.438*	50.264*	49.528*	50.650*	50.345*	49.533*	50.512*	43.876*

توضیحات: خطاهای استاندارد در پرانتز و زیر تخمین پارامترها درج شده‌اند. *Ln(L)* ارزش ماکزیمم‌شده راست‌نمایی گاوسی است.

ARCH (5) نمایانگر آماره- تی شاخص آزمون *ARCH* می‌باشد که براساس باقیمانده‌های استانداردشده محاسبه شده‌است.

** و * به‌ترتیب نشان‌دهندۀ رد معناداری در سطح ٪۵ و ٪۱۰ می‌باشند.

1- Cheung

بر اساس انتخاب مدل AIC، ارزش لگاریتم راست‌نمایی و معناداری پارامترهای تخمین زده‌شده، بازده شاخص قیمت کل مدل $ARFIMA\ (1,\xi,2)$ را برای فرایند حافظه بلند نسبت به مدل‌های تصریح شده دیگر برتری داد. در جدول شماره ۴، تخمین پارامتر حافظه بلندمدت (ξ) متفاوت از صفر بوده و از لحاظ آماری در سطح ٪۵ معنادار است. بنابراین، به‌طور واضح پذیرفته می‌شود که شواهدی از حافظه بلندمدت در بازده $TEPIX$ وجود دارد. با این وجود، آماره‌های تشخیصی نمایان می‌سازند که برخی از محدودیت‌ها در ساخت مدل $ARFIMA$ وجود دارد. برای مثال، باقیمانده‌های استاندارد نشان‌دهندۀ چولگی و کشیدگی اضافی بالایی است که رد فرض نرمال را درپی دارد. همچنین آمارۀ $J\text{-}B$ نشان می‌دهد که باقیمانده‌ها دچار کشیدگی هستند. به‌علاوه، آماره– تی شاخص آماره $ARCH$ برای رد فرض صفر نبود اثرات $ARCH$ در پسماندهای استانداردشده دارای معناداری بالایی است. فرض صفر $I.I.D$ سری‌های آماره $Box\text{-}Pierce$ هم، در سطح ٪۱۰ معناداری بالایی را از خود نشان می‌دهند. بنابراین، نتایج آماره‌ها دلالت بر این موضوع دارند که مدل‌سازی در سطح بازده‌ها برای دربرگرفتن وجود ویژگی حافظه بلندمدت در بازار سهام تهران، مناسب نیست.

نتایج تخمین حافظه بلندمدت در نوسان

در این بخش، عملکرد مدل‌های $GARCH$، $IGARCH$ و $FIGARCH$ در مدل‌سازی فرایند نوسان حافظه بلندمدت مورد مقایسه قرارگرفته و بهترین مرتبه‌های مناسب $GARCH$ و $IGARCH$ طبق آماره AIC مشخص شده‌اند. نتایج مدل‌های مذکور و مدل‌های $FIGARCH$ در جدول شماره ۵ ارائه شده‌است:

جدول شماره ۵: تخمین مدل‌های *(FI)GARCH*

مدل *(p,d,q)*	*GARCH (1,0,1)*	*IGARCH (1,1,1)*	*FIGARCH (1,d,1)*	*FIGARCH (1,d,0)*
μ	0.024902 (0.012903)**	0.021763 (0.013519)**	0.026115 (0.013876)**	0.030205 (0.014294)
ω	0.069837 (0.016511)	0.065568 (0.014283)	0.112319 (0.028998)	0.072328 (0.018716)
ϕ_1	0.514548 (0.077994)	0.622389 (0.078403)	-0.558170 (0.076588)	–
d	–	1.000	0.507335 (0.089275)	0.418046 (0.094928)
β_1	0.387948 (0.079312)	0.377611	-0.638078 (0.063231)	-0.145869 (0.054717)
Ln(L)	-2069.309	-2074.024	-2040.546	-2053.446
AIC	1.554788	1.557574	1.533968	1.542891
کشیدگی اضافی	6.8418**	7.4134**	7.0894**	8.1289**
چولگی	-0.57970**	-0.69459**	-0.62431**	-0.68787**
J-B	5351.2**	6321.7**	5758.3**	7553.3**
$Q(20)$	1055.42*	1009.32*	1107.23*	1113.71*
ARCH (5)	5.2071*	5.1699*	2.3990*	3.7834*
P(60)	250.7728*	269.8054*	238.6243*	248.1181*

توضیحات: *P(60)* آماره برازش پیرسون برای ۶۰ سلول می باشد.
P(60) و *ARCH(5)* بر اساس باقیمانده‌های استاندارد شده محاسبه شده‌اند.
** و * به‌ترتیب نشان‌دهندهٔ رد معناداری در سطح ٪۵ و ٪۱۰ می‌باشند.

همانطورکه جدول شماره ۵ نشان می‌دهد، جمع تخمین‌های α_1 و β_1 مدل *GARCH* بسیار نزدیک به یک بوده که نشان‌دهندهٔ ماندگاری بالای فرایند نوسان می‌باشد. برای مدل‌های تخمین زده *FIGARCH*، تخمین پارامتر حافظه بلندمدت (d) به‌طور معنی‌داری متفاوت از صفر است که طبق ارزش تئوریکال، فرایند حافظه بلندمدت در نوسان بازار سهام تهران محرز می‌شود. این نتایج اهمیت مدل‌سازی حافظه بلندمدت را در نوسان متذکر می‌شود و این نکته را آشکار می‌سازد که نوسانات آینده به ارزش‌های گذشته بستگی دارند. بنابراین نوسانات قابلیت پیش‌بینی را خواهند داشت. از مقایسه آمارهای تشخیصی مدل‌های *GARCH* و *IGARCH* در مقابل مدل‌های *FIGARCH*، مدل‌های *FIGARCH* عملکرد بهتری از دو مدل دیگر دارند. همچنین مدل *FIGARCH(1,d,1)* با توجه به معیار *AIC* در برابر مدل *FIGARCH(1,d,0)* تصویری بهتر از مدل‌سازی حافظه بلندمدت در نوسان را ارائه می‌دهد.

با این وجود، چندین محدودیت در مدل *FIGARCH(1,d,1)* باقی مانده‌است. برای مثال، پسماندهای استانداردشده، چولگی و کشیدگی اضافی را نشان می‌دهد که این امر انگیزه استفاده از توزیع‌های *Student-t* و توزیع چوله *Student-t* را بوجود می‌آورد. همچنین آماره برازش پیرسون (*P(60)*) نشان‌دهندهٔ فرض نامناسب توزیع گاوسی برای دربرگرفتن پویای بازده *TEPIX* می‌باشد. در آزمون دیگر، آماره *Box-Pierce* $\left(Q\,(20)\right)$ همبستگی بالای پسماندها تا وقفهٔ ۲۰ را آشکار می‌نماید که لزوم وجود معادله میانگین برای مدل‌سازی خصوصیت حافظه بلندمدت را محرز می‌کند. بنابراین، برای مدل‌سازی ویژگی حافظه بلندمدت، استفاده از مدل‌های ترکیبی حافظه بلندمدت دوگانه که به‌طور همزمان بازده و نوسان را تخمین می‌زنند، منطقی به‌نظر می‌آید.

نتایج تخمین حافظه بلندمدت دوگانه

در بخش‌های تحلیلی قبل، خصوصیت حافظه بلندمدت به‌طور جداگانه‌ای در بازده و در نوسان، بررسی و مورد اثبات واقع شد. بنابراین در این بخش مناسب است حافظه بلندمدت دوگانه را برای دست‌یابی به مدل برتر از جهت مدل‌سازی ویژگی حافظه بلندمدت مورد تجزیه‌وتحلیل قرار گیرد.

جدول شماره ۶ نتایج مدل *ARFIMA(1, ξ ,2)-FIGARCH(1,d,1)* را تحت توزیع‌های متفاوت نرمال، توزیع *Student-t* و توزیع چوله *Student-t* نشان داده‌است. مشاهدات حاصل از جدول شماره ۶ مؤید این مطلب است که پارامترهای حافظه بلندمدت (ξ,d) به‌طور معناداری متفاوت از صفر هستند که خصوصیت حافظه بلندمدت دوگانه بازده و نوسان *TEPIX* را مورد تأیید قرار می‌دهد. در بررسی مدل *ARFIMA(1, ξ ,2)-FIGARCH(1,d,1)* با توزیع‌های مختلف، توزیع *Student-t* و توزیع چوله *Student-t* عملکرد بهتری نسبت به توزیع نرمال بروز می‌دهند؛ نظر به اینکه آماره- تی پارامتر υ، از معناداری بالایی برخوردار است (با توجه به اینکه برتری عملکرد مدل با توزیع *Student-t* در برابر توزیع چوله *Student-t* بسیار جزئی است). در ضمن، پارامتر نامتقارن $\left(\ln(k)\right)$ از معناداری برخوردار نیست؛ این امر نشان می‌دهد که پسماندهای بازده *TEPIX* تخمین

زده‌شده توسط مدل *ARFIMA(1,ξ ,2)-FIGARCH(1,d,1)* متقارن‌اند. به‌عبارت روشن‌تر، تغییر توزیع چوله *Student-t* برابر با توزیع *Student-t* می باشد. به‌علاوه، ارزش پایینی آماره آزمون *P(60)* نسبت به توزیع نرمال، تأیید دوباره‌ای بر کاربرد درست توزیع چوله *Student-t* و *Student-t* نسبت به توزیع نرمال خواهد بود. بنابراین می‌توان استنباط کرد که فرض غیر نرمال برای دربرگرفتن گرایش توزیع بازده سهام به کشیدگی لپتو از توانایی مطلوبی نسبت به توزیع نرمال برخوردار است.

جدول شماره ٦: تخمین مدل‌های ترکیبی *ARFIMA-FIGARCH*

مدل‌های *ARFIMA-FIGARCH* با توزیع های متفاوت	*ARFIMA(1,ξ ,2)-FIGARCH(1,d,1)* با توزیع نرمال	*ARFIMA (1, ξ ,2)-FIGARCH(1,d,1)* با توزیع *Student-t*	*ARFIMA(1,ξ ,2)-FIGARCH(1,d,1)* با توزیع چوله *Student-t*
μ	-0.006480 (0.046269)**	0.072802 (0.037973)**	0.086603 (0.058085)**
ψ_1	0.920558 (0.057909)**	-0.316397 (0.18795)**	0.596292 (0.084535)
θ_1	-0.582816 (0.12769)	0.552887 (0.17820)	-0.439384 (0.10003)
θ_2	-0.247591 (0.038833)	0.097416 (0.039464)	-0.139107 (0.021055)
ω	0.026221 (0.012062)	0.020348 (0.010247)	0.003762 (0.0034154)**
ϕ_1	0.682513 (0.14180)	0.091509 (0.22613)	0.737423 (0.18635)
d	0.225280 (0.12741)**	0.472185 (0.054470)	0.507558 (0.090649)
β_1	0.533933 (0.11079)	0.168614 (0.22880)	0.816713 (0.13310)
υ	–	3.692142 (0.20539)	3.708682 (0.20709)
Ln(k)	–	–	-0.013302 (0.023097) **
Ln(L)	-1789.677	-1453.267	-1453.191
AIC	1.348839	1.097313	1.098006
$Q(20)$	22.0822	26.9456	21.3281
$Q_s(20)$	27.5161	26.9460	26.7798
ARCH(5)	2.1053	1.4363	2.0313
P(60)	364.1586*	72.9100	74.9798

توضیحات: *Ln(k)* نشانگر پارامتر نامتقارن است.

** و * به ترتیب نشان دهنده‌ی رد معناداری در سطح ۵٪ و ۱۰٪ می باشند.

نتیجه‌گیری

فرایندهای حافظه بلندمدت، خودهمبستگی معناداری بین مشاهداتی که در پی زمان بسیار طولانی موردبررسی قرار گرفته‌اند را باعث خواهدشد و ازآن‌جایی‌که سری‌ها در طی زمان مستقل نیستند، درک گذشته به پیش‌بینی آینده کمک می‌کند. پژوهش حاضر، ویژگی مذکور (حافظه بلندمدت) را هم از لحاظ میانگین شرطی و هم از لحاظ واریانس شرطی مورد بررسی قرار داده‌است. برای این امر، از مدل‌های *GPH*، *GSP* و *ARFIMA-FIGARCH* برای نیل به هدف تحقیق استفاده گردید. طبق بررسی و تجزیه‌وتحلیل‌های انجام‌شده در این مطالعه، دو نکته مهم و قابل ارزش قابل طرح است:

اول، نتایج مستدل و محکم از وجود حافظه بلندمدت دوگانه با بررسی مدل *ARFIMA-FIGARCH* به دست‌آمد که به عکس مدل‌های *GPH*، *GSP*، *ARFIMA* و *FIGARCH* از جامعیت و کارایی بهتری برخوردار است. به‌علاوه، در مدل‌سازی واریانس شرطی، مدل‌های نوع *FIGARCH* تصویری بهتر از مدل‌سازی را نسبت به مدل‌های *GARCH* و *IGARCH* ارائه دادند. بنابراین، ذکر این نکته ضروری به‌نظر می‌رسد که در انجام روش‌های تحلیل ریسک مانند روش «ارزش در معرض ریسک» که نیازمند سری واریانس است، اگر سری واریانس، تحت بررسی مدل حافظه بلندمدت (مانند *FIGARCH*) قرار گیرد، نسبت به اینکه از مدل‌های حافظه کوتاه‌مدت در تحلیل سری‌ها استفاده شود، عملکرد کاراتری پیدا خواهد کرد.

دومین مورد در ارتباط با استفاده از فرض غیرنرمال برای دربرگرفتن دم‌پهن و نامتقارن باقیمانده‌های تخمین زده‌شده می‌باشد. یافته‌های تحقیق از مناسب‌بودن توزیع چوله *Student-t* و توزیع *Student-t* در برابر ویژگی‌های دم‌پهن و نامتقارن حمایت می‌کند و پیشنهاد می‌دهند که مدل‌هایی که براساس فرض نرمال گاوسی مانند مدل قیمت‌گذاری سرمایه‌ای بنا نهاده شده‌اند، ممکن است از کارایی مناسب برخوردار

نباشند. در نهایت با اثبات وجود حافظه بلندمدت می‌توان چنین استنباط کرد که سرمایه‌گذاران در بازار اوراق بهادار تهران، گرایش به عکس‌العمل آهسته و تدریجی نسبت به ورود اطلاعات جدید دارند که این امر طبق فرایند شرطی در بازار خواهد بود. بنابراین، به‌نظر می‌رسد که بازار اوراق بهادار تهران نمی‌تواند به عنوان بازار کارا[1] از لحاظ سرعت انتقال اطلاعات بررسی شود. ازاین‌رو، امکان کسب سودهای غیرعادی باثبات، در چنین بازاری وجود دارد و بالطبع، فرض شکل ضعیف کارایی بازار نیز نقض خواهد شد.

۱ - توضیح اینکه، بازار کارا، بازاری است که در آن اطلاعات با سرعت بالایی بر قیمت سهام تاثیر می‌گذارد و قیمت‌ها خود را با توجه به این اطلاعات تعدیل می‌کنند. در واقع بازار کارا به سرمایه‌گذاران این اطمینان را می‌دهد که همه آنها از اطلاعات مشابهی آگاهی دارند. فرضیه بازار کارا به میزان سرعتی اشاره دارد که طبق آن اوراق بهادار موجود در بازار سرمایه نسبت به اعلام اطلاعات جدید واکنش نشان می‌دهند. فرضیه بازار کارا، ۳ شکل دارد: ۱- شکل ضعیف: که در آن، قیمت اوراق بهادار، اطلاعات موجود در توالی قیمت‌های تاریخی (گذشته) را منعکس می‌کند؛ ۲- شکل نیمه قوی: که در آن، قیمت‌ها تمامی اطلاعات گذشته و حال را که در دسترس عموم قرار دارند، منعکس می‌کنند و ۳- شکل قوی: که در آن، قیمت‌ها منعکس کننده تمامی اطلاعات (هم عمومی، هم خصوصی و محرمانه) هستند.

منابع

سالارزهی، حبیب‌الله، کاشی، منصور، حسینی، سیدحسن و دنیائی، محمد. (۱۳۹۱). مقایسه کارآمدی مدل‌های ARIMA و ARFIMA برای مدل‌سازی و پیش‌بینی شاخص قیمت تهران (TEPIX)، *فصلنامه دانش سرمایه‌گذاری*، سال اول، شماره دوم، صص ۶۳-۳۵

تیموری، محمد و رضا طالبلو (۱۳۸۹)، پویایی‌های تورم و رابطه تورم و عدم‌اطمینان اسمی با استفاده از الگوی ARFIMA-GARCH ، *فصلنامه پژوهش‌های اقتصادی*، سال دهم، شماره اول، صص ۱۷۰-۱۳۷

محمودی، وحید، محمدی، شاپور و چیت‌سازان، هستی. (۱۳۸۹). بررسی حافظه بلندمدت در بازارهای جهانی نفت، *فصلنامه تحقیق مدل‌سازی اقتصادی*، سال اول، شماره ۱، صص ۲۹-۴۸.

مشیری، سعید و مروت، حبیب. (۱۳۸۵). پیش‌بینی شاخص کل بازدهی سهام تهران با استفاده از مدل‌های خطی و غیرخطی، *فصلنامه پژوهش‌های بازرگانی*، سال دهم، شماره ۴۱، صص ۲۷۵-۲۴۵.

عرفانی، علیرضا. (۱۳۸۷). بررسی حافظهٔ بلندمدت بودن شاخص کل قیمت بورس اوراق بهادار تهران، *پژوهشنامهٔ علوم‌انسانی و اجتماعی*، سال هشتم، شمارهٔ بیست‌وهشتم، صص ۷۷-۹۲.

شعرایی، سعید و ثنائی اعلم، محسن. (۱۳۸۹). بررسی وجود حافظه بلندمدت در بورس اوراق بهادار تهران و ارزیابی مدل‌هایی که حافظه بلندمدت را درنظر می‌گیرند، *مجله پژوهش‌های حسابداری مالی*، سال دوم، شماره ۴ (پیاپی ۶)، صص ۱۷۳-۱۸۹

عرفانی، علیرضا. (۱۳۸۸). پیش‌بینی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران با مدل ARFIMA، *تحقیقات اقتصادی*، شماره ۸۶، صص ۱۶۳-۱۸۰

کشاورز حداد، غلامرضا و صمدی، باقر. (۱۳۸۸). برآورد و پیش‌بینی تلاطم بازدهٔ در بازار سهام تهران و مقایسه دقت روش‌ها در تخمین ارزش در معرض خطر: کاربردی از مدل‌های خانواده FIGARCH، *تحقیقات اقتصادی*، شماره ۸۶، صص ۱۹۳-۲۳۵

Baillie R. T., Han, Y. W. and Kwon, T-G. (2002). Further long memory properties of inflationary shocks, *Southern Economic Journal*, 68: 496-510

Baillie, R., Bollerslev, T. and Mikkelsen, H. (1996). Fractionally Integrated Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity, *Journal of Econometrics*, 74 (1): 3–30.

Baillie, R.T. and T. Bollerslev. (1989). the message in daily exchange rates: A conditional-variance tale, *Journal of Business and Economic Statistics*, 7: 297-305.

Beine, M. and Laurent, S. (2003). Central bank interventions and jumps in double long memory models of daily exchange rates, *Journal of Empirical Finance*, 10: 641–660.

Bollerslev, T. (1987). A conditional heterosedastic time series model for speculative prices and rates of return, *Review of Economics and Statistics*, 69: 542-547.

Bollerslev, T. and Mikkelsen, H. O. (1996). Modeling and Pricing Long Memory in Stock Market Volatility, *Journal of Econometrics*, 73 (1): 151-184.

Bormetti, G., Cisana, E. Montagna, G. and Nicrosini, O. (2007). *A non-Gaussian approach to risk measures, Physica* A, 376: 532–542.

Cheung, Y.W. (1993). Tests for fractional integration: A Monte Carlo investigation, *Journal of Time Series Analysis*, 14: 331-45.

Conrad, C. and Karanosos, M. (2005). On the inflation-uncertainty hypothesis in the USA, Japan, and the UK*: A dual long memory approach, Japan and the World Economy*, 17: 327-343.

Ding, Z., Granger, C. W. J. and Engle, R. F. (1993). A long memory property of stock market returns and a new model, *Journal of Empirical Finance*, 1: 83–106.

Fang, H. and Lai, T.Y. (1997). Co-kurtosis and capital asset pricing, *Financial Review*, 32: 293-307

Harvey, C.R. and Siddique, A. (2000). Time-varying Conditional Skewness and the Market Risk Premium, *Research in Banking and Finance*, 1: 25-58.

Hosking, J. R. M. (1981). Fractional Differencing, Biometrika, 68 (1): 165-176.

Kang, S.H., Kim, K.S. and Yoon, S.M. (2006). Dual Long Memory Properties in the Korean Stock Market, *Journal of Economic Studies*, 24: 259-286.

Kasman, A. and Torun, E. (2007). Long memory in the Turkish stock market return and volatility, *Central Bank Review*, 2: 13-27.

Kasman, A., Kasman, S. and Torun, E. (2008). Dual long memory property in returns and volatility: Evidence from the CEE countries' stock markets, *Emerging Markets Review*, 10 (2): 122-139.

Lambert, P. and Laurent, S. (2001). *Modeling Financial Time Series using GARCH-type Models and a Skewed Student Density*, Mimeo, Université de Liège.

Nagayasu, J. (2003). The Efficiency of the Japanese Equity Market, *International Finance Review*, 4: 155-171.

Palm, F. and Vlaar, P. (1997). *Simple diagnostics procedures for modeling financial times series*, Allg. Stat. Arch., 81: 85–101.

Smith, D.R. (2006). Conditional Coskewness and Asset Pricing, Available at SSRN: http://ssrn.com/abstract=882836

Tang, T.L. and Shieh, S.J. (2006). *Long memory in stock index futures markets: a value at risk approach, Physica* A, 366: 437–448.

Tse, Y.K. (1998). The Conditional Heteroskedasticity of the YEN-Dollar Exchange Rates, *Journal of Applied Econometrics*, 13 (1): 49-56.

Vilasuso, J. (2002). Forecasting exchange rate volatility, *Economics Letters*, 76: 59-64.

Robinson P. (1995). Log-periodogram regression of time series with long range dependence. *The Annals of Statistics*. 23(3): 1048-1072.

Agiakloglou C., Newbold P., Wohar M. (1993). Bias in an estimator of the fractional difference parameter. *Journal of Time Series Analysis* 14: 235-246.

Künsch, H.R. (1986). Discriminating between monotonic trends and long-range dependence. *Journal of Applied Probability*, 2: 1025-1030.

Robinson, P. M., and M. Henry. (1998): *Long and Short Memory Conditional Heteroscedasticity in Estimating the Memory Parameter of Levels*, Discussion paper STIDERC Econometrics EM/98/357, London School of Economics and Political Science, London, UK.

Robinson, P.M. (1991). *Testing for strong serial correlation and dynamic conditional heteroscedasticity in multiple regressions*, J. Econometrics, 47: 67-84.

Hurvich, C.M., Deo, R., and Brodsky, J. (1998). The Mean Squared Error of Gewekeand Porter-Hudak's Estimator of the Memory Parameter of a Long-Memory TimeSeries," *Journal of Time Series Analysis*, 19: 19-46.

Balcılar, M. (2002). Persistence in Inflation: Long Memory, Aggregation, or Level Shifts?, *sixth METU International Conference on Economics, September 11-14, 2002*, Ankara, Turkey

Geweke J. and Porter-Hudak S. (1983). The Test and Application of Long memory Time Series Models. *Journal of Time Series Analysis*, 4(4): 221-238.