

مدل چندمحصولی تولید اقتصادی و سفارش اقتصادی با هزینه‌های نگهداری متفاوت

مهناز افراسیابی،* احمد صادقی**

تاریخ دریافت: ۹۳/۴/۱۸ - تاریخ پذیرش: ۹۶/۳/۷

چکیده

مدل‌هایی که در زمینه مدیریت موجودی ارائه شده‌اند پارامترهای متعددی را در بر می‌گیرند. نکته‌ای که در مدل‌های کلاسیک مربوط به تعیین مقدار اقتصادی سفارش و مقدار اقتصادی تولید وجود دارد ثابت بودن پارامترهایی نظیر هزینه نگهداری و هزینه راه‌اندازی و نرخ تقاضا در این مدل‌هاست. این مساله موجب عدم نزدیکی مقدار اقتصادی سفارش و تولید در حالت کلاسیک با شرایط دنیای واقعی می‌شود. برای نمونه در ارتباط با هزینه نگهداری باید ذکر کرد که هزینه نگهداری کالاهای فاسد شونده و نابود شدنی همواره یکسان و ثابت نبوده و با گذشت زمان افزایش می‌یابد. در این مقاله، با در نظر گرفتن هزینه نگهداری و خرید به صورت تابعی افزایشی و پیوسته از زمان سیکل سفارش، مدل‌های کلاسیک سفارش و تولید اقتصادی توسعه داده می‌شود به دلیل پیچیدگی مسئله در نظر گرفته شده از دو الگوریتم فراابتکاری شامل الگوریتم ژنتیک با رتبه‌بندی نامغلوب و الگوریتم اجتماع ذرات چندهدفه پرداخته می‌شود. از آنجاییکه بهینه کردن سطح خدمت یکی از دغدغه‌های اصلی سطح مدیریتی بحساب می‌آید، افزودن بهینگی سطح خدمت، به عنوان هدف دوم بررسی می‌شود. از آنجا که عملکرد الگوریتم‌های فراابتکاری به طور قابل توجهی تحت تاثیر تنظیم پارامترهایشان قرار دارد از روش تاگوچی به منظور تنظیم پارامترهای الگوریتم‌های توسعه یافته استفاده شده است.

واژگان کلیدی: تولید اقتصادی، هزینه‌های نگهداری، بهینه‌سازی چندهدفه، الگوریتم فراابتکاری،

هزینه کمبود

* کارشناسی ارشد مهندسی صنایع دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات، گروه مهندسی صنایع

** استادیار دانشگاه آزاد اسلامی، واحد قزوین، دانشکده مهندسی صنایع و مکانیک، گروه مهندسی صنایع، قزوین، ایران (نویسنده

مسئول)؛ a.sadeghi@qiau.ac.ir

مقدمه

موجودی‌ها در سازمان‌ها به اشکال گوناگون، از قبیل مواد اولیه، کالاها یا قطعات در جریان ساخت، کالای ساخته شده و غیره وجود دارند. نگهداری موجودی‌ها در هر یک از اشکال، باید از لحاظ اقتصادی قابل توجیه باشد. نگهداری موجودی از طرفی باعث صرفه‌جویی در مقیاس، صرفه‌جویی در هزینه‌های سفارش‌دهی و انعطاف‌پذیری در مواجهه با تقاضاهای پیش‌بینی نشده می‌گردد. از طرف دیگر، نگهداری هر واحد کالای اضافی در انبار مستلزم صرف هزینه‌هایی مانند هزینه خواب سرمایه، هزینه افت کالا، هزینه انبار و غیره می‌گردد. بنابراین کنترل موجودی، فعالیتی مهم در هر سازمان محسوب می‌شود. مدل‌های سنتی کنترل موجودی، چندین معیار مختلف هزینه‌ای و الزمات خدماتی را در یک هدف جمع می‌کنند. مثلاً تابع هدف مدل مقدار سفارش اقتصادی با فرض مجاز بودن کمبود، حداقل نمودن مجموع هزینه‌های نگهداری، سفارش‌دهی و کمبود موجودی است. در این مدل‌های چند معیاره، بهینه‌ساز برای دستیابی هم‌زمان به کمترین هزینه نگهداری و سفارش‌دهی و همچنین بالاترین سطح خدمت به مشتری، با یک تابع بهینه‌یابی عمل می‌نماید، یعنی هدف افزایش خدمت‌دهی به مشتریان را به شکل هزینه کمبود بیان می‌کند تا بتوان آن را با سایر هزینه‌های موجودی جمع کرده و کمینه‌سازی نمود. علاوه بر مدل سازی کنترل موجودی چندهدفه، چالش دیگر، یافتن تصمیم بهینه‌ای است که پاسخگویی اهداف گوناگون باشد. تکنیک‌های سنتی بهینه‌یابی چند هدفه که از طریق رتبه‌بندی اهداف، یا بهینه‌یابی یک هدف و در نظر گرفتن سایر اهداف به عنوان محدودیت سعی در حل این گونه مسائل دارند، اغلب جواب‌های رضایت‌بخشی ارائه نمی‌دهند و در مواردی که فضای جواب هدف غیر محدب است نمی‌توانند جواب‌های بهینه پاراتو را بیابند. بنابراین بهتر است در حل این گونه مسائل از الگوریتم‌های تکاملی استفاده نمود، که در بهینه‌یابی مسائل چند هدفه کارایی خود را به اثبات رسانده‌اند.

پیشینه تحقیق

بر خلاف بهینه‌یابی تک هدفه که در آن جواب بهینه واحد جستجو می‌شود، در مسائل چندهدفه، به دلیل تبادل بین اهداف متضاد جواب بهینه واحدی وجود ندارد و باید چندین جواب بهینه که مجموعه نامغلوب نامیده می‌شود را جستجو نمود. روش‌های بهینه‌یابی چندهدفه عموماً به دو دسته روش‌های کلاسیک و الگوریتم‌های تکاملی طبقه‌بندی می‌شوند. الگوریتم‌های جستجو و بهینه‌یابی که از یک جواب واحد استفاده کرده و در هر تکرار آن را بهنگام می‌نمایند و از قاعده‌ای مشخص برای تبدیل استفاده می‌نمایند روش‌های کلاسیک می‌نامند. روش‌های مجموع وزنی و برنامه‌ریزی آرمانی از این جمله‌اند. روش‌های کلاسیک در هم‌گرایی به جواب بهینه به جواب ابتدایی وابسته‌اند و تمایل به چسبندگی به یک جواب زیر بهینه دارند. همچنین در مسائلی که فضای جستجو گسسته است، این روش‌ها فاقد کارایی‌اند. از این رو الگوریتم‌های تکاملی که می‌تواند برخی از مشکلات روش‌های کلاسیک را برطرف نمایند، به طور فزاینده‌ای جانشین این روش‌ها در حل مسائل عملی شده‌اند. الگوریتم‌های تکاملی، که از اصول تکامل طبیعی برای جستجوی جواب بهینه تقلید می‌کنند و دارای دو عملیات مشخص انتخاب و جستجو هستند. این الگوریتم‌ها از اصول معینی استفاده نمی‌کنند و ساختار خاصی در حل یک مساله ندارند [1]. کنترل موجودی چندهدفه موضوع بسیاری از مطالعات در طی چند دهه گذشته بوده است. پادمانابهان¹ و وارت² [2] مساله موجودی چند هدفه کالاهای فاسد شدنی با محدودیت منابع را مطرح نمود و با روش برنامه‌ریزی آرمانی غیرخطی حل نمودند. اگرل³ [3] یک مسئله موجودی چند هدفه با محوریت سطح سرویس‌دهی، هزینه و کمبود سالانه را مطرح کرده و از روش تکاملی بهینه‌یابی برای حل آن استفاده نمودند. روی⁴ و مایتی⁵ [4] مدل‌های موجودی چند هدفه‌ای را برای کالاهای فاسد شدنی در محیط فازی و با دو هدف حداکثرسازی سود و حداقل نمودن هزینه ضایعات

1- Padmanabhan, G

2- Vart, P

3- Agrell, P.J

4-Roy, T

5- Maiti, M

ارائه داده و با استفاده از روشهای برنامه‌ریزی غیرخطی فازی و برنامه‌ریزی آرمانی تجمعی فازی آن را حل نمودند. در سال‌های اخیر برخی از محققان اقدام به استفاده از الگوریتم تکاملی چندهدفه برای حل مسائل موجودی چندهدفه نموده‌اند. بلجاسمی^۱ و دیگران [5] برای به دست آوردن تقریب پارتو مساله حمل و نقل موجودی چندهدفه الگوریتم الگوریتم تکاملی مبتنی بر شدت پارتو (نسخه دوم) (SPEA-II)^۲ را بکار برد. تسو^۳ [6] مساله موجودی چندهدفه را با الگوریتم بهینه‌سازی دسته ذرات چندهدفه^۴ (MOPSO) حل نموده و سپس جواب‌های آرشیو پارتو را با تکنیک تاپسیس رتبه‌بندی کرده است. سپس تسو^۷ [7] الگوریتم‌های تکاملی MOEMO و MOPSO را برای مسئله موجودی چندهدفه، توسعه داده و آنها را با الگوریتم SPEA مقایسه می‌نماید مقایسه حالات فروش از دست رفته و فروش معوقه نیز در مطالعه او صورت گرفته است. هادلی^۵ و ویتن^۶ [8] مدل‌های مختلفی از مدل تولید اقتصادی و مدل سفارش اقتصادی را در شرایطی بررسی نمودند که در آنها پارامتر تقاضا به صورت احتمالی در نظر گرفته شده بود و کمبود موجودی نیز در آن لحاظ گردیده بود. پان^۷ و دیگران [9] سیستم‌های موجودی یکپارچه را با هدف بهینه‌سازی همزمان مقدار سفارش، زمان تولید، کمبود در نقطه سفارش بررسی کردند. آنها دو مدل موجودی ارائه کردند که در مدل اول تقاضا به صورت توزیع نرمال و در مدل دوم تقاضا به صورت یک توزیع عمومی در نظر گرفته شده است. اسفیکاس^۸ [10] مدل‌های سفارش اقتصادی و تولید اقتصادی را با در نظر گرفتن هزینه‌های کمبود به دو صورت ثابت و خطی بسط و توسعه داد. گوح^۹ [11] مدل موجودی کلاسیک را در حالتی که تقاضا وابسته به سطح موجودی و هزینه نگهداری وابسته به زمان توسعه داد. هزینه نگهداری را به دو صورت در نظر گرفت، در حالت

1- Belgasmi, N.H

2- strength Pareto evolutionary algorithm II

3- Tsou, C.S

4- Multi-objective Particle Swarm Optimization

5- Hadley, G

6- Whitin, T.M

7- Pan, C.H

8- Sphicas. G.P

9- Goh, M

اول به صورت تابع غیرخطی از کمبود و در حالت دوم به صورت تابع غیرخطی از سطح موجودی. گیری^۱ [12] مدل سفارش سنتی را برای اقلام فاسد شدنی، در حالتی که کمبود مجاز و نرخ تقاضا و هزینه نگهداری به صورت تابع پیوسته از زمان در نظر گرفت. دومینی و هیل [13] تعداد سفارشات مشتریان را دارای تابع توزیع پواسون و تعداد سفارشات را متغیر تصادفی فرض کردند. قاسمی^۲ و نجفی^۳ [14] مدل سفارش تک محصولی را با در نظر گرفتن هزینه نگهداری به صورت تابعی افزایشی از سیکل سفارش را به ازای اسیلون‌های مختلف بررسی کردند. قاسمی [15] مدل تولید اقتصادی را با در نظر گرفتن هزینه‌های نگهداری متفاوت برای دو مدل بدون کمبود و با کمبود بررسی کردند.

مدل تحقیق

در این تحقیق سعی شده هزینه نگهداری و خرید به صورت تابعی کاهش از سیکل سفارش در نظر گرفته شود و با اعمال محدودیت‌های فضای انبار و تعداد سفارش و محدودیت سرمایه، و با در نظر گرفتن مینیمم هزینه‌ها به عنوان تابع هدف اول و ماکزیمم سطح خدمت به عنوان تابع هدف دوم بررسی گردد. و از روشی ابتکاری برای حل مدل بهره گرفته شده است.

مفروضات

نرخ تقاضایی کالا ثابت است.

تخفیف نداریم.

تحویل کالا یکجاست.

تمامی پارامترها ثابت قطعی هستند.

هزینه نگهداری به صورت تابعی افزایشی و پیوسته از سیکل سفارش است.

هزینه خرید به صورت تابعی افزایشی و پیوسته از سیکل سفارش است.

مدل چند محصولی است و کمبود موجودی جایز است.

1- Giri, B.C

2-Ghasemi, N

3- Afshar Nadjaf B

پارامترها

D_i : تقاضای سالیانه محصول i ام

A_i : هزینه سفارش دهی محصول i ام

h_0 : ضریب متغیر هزینه نگهداری در بازه زمانی سیکل سفارش

h_{\min} : حداقل هزینه نگهداری ممکن

C_0 : ضریب متغیر هزینه خرید در بازه زمانی سیکل سفارش

C_{\min} : حداقل هزینه خرید ممکن

P_i : تولید سالیانه محصول i ام

f_i : مقدار فضای مورد نیاز محصول i ام

Cap : ظرفیت انبار

X : حداکثر سرمایه درگیر موجودی

N : ظرفیت تعداد سفارش

n : تعداد محصولات

متغیرهای تصمیم

h_i : هزینه نگهداری واحد کالا برای محصول i ام که بصورت تابعی افزایشی از T_i

C_i : هزینه خرید (قیمت تمام شده) واحد کالا برای محصول i ام که بصورت تابعی افزایشی

از T_i

T_i : زمان سیکل سفارش محصول i ام

Q_i : مقدار سفارش/تولید اقتصادی محصول i ام

B_i : مقدار کمبود محصول i ام

توسعه مدل

در مدل موجودی مورد بررسی دو هدف بررسی می‌شود. هدف اول کمینه سازی کل هزینه-ها (شامل هزینه سفارش دهی، هزینه نگهداری و هزینه خرید و هزینه کمبود) و هدف دوم هم ماکزیمم سطح خدمت دهی می‌باشد. همچنین با فرض محدودیت‌های فضای انبار، سرمایه و تعداد سفارش و مجاز بودن کمبود بررسی می‌شود.

مدل سفارش اقتصادی با فرض غیر مجاز بودن کمبود

در این بخش، مدل‌های EOQ در حالتی که کمبود مجاز است، در شرایطی که هزینه نگهداری و هزینه خرید به صورت تابعی افزایشی و پیوسته از سیکل سفارش در نظر گرفته می‌شود، توسعه داده می‌شود. ابتدا هزینه نگهداری و هزینه خرید (قیمت تمام شده) کالا به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} h &= h_{\min} + h_0 T^\varepsilon & 0 < \varepsilon < 1 & \quad (1) \\ c &= c_{\min} + c_0 T^\varepsilon & 0 < \varepsilon < 1 & \end{aligned}$$

با توجه به اینکه h_{\min} و c_{\min} به ترتیب کمترین هزینه نگهداری و کمترین هزینه خرید می‌باشد با افزایش ε (ε عددی است مثبت بین صفر و یک)، چون $T \leq 1$ است بنابراین $c_0 T^\varepsilon$ و $h_0 T^\varepsilon$ کاهش می‌یابد در ضمن مجموع دو هزینه مینیمم، مینیمم می‌شود. توابع هدف و محدودیت‌های مساله را به صورت زیر می‌توان تعریف نمود.

$$\begin{aligned} MIN &= \sum_{i=1}^n \left(\frac{A_i}{T_i} + \frac{h_i D_i T_i}{2} - h_i B_i + \frac{h_i B_i^2}{2 D_i T_i} \right. \\ &\quad \left. + c_i D_i \right) \end{aligned} \quad (2)$$

$$MIN = \sum_{i=1}^n \frac{B_i}{T_i} \quad (3)$$

Sit:

$$\sum_{i=1}^n f_i(Q_i - B_i) \leq Cap \quad (I_{max} = Q_i - B_i) \quad (۴)$$

$$\sum_{i=1}^n c_i(Q_i - B_i) \leq X \quad (I_{max} = Q_i - B_i) \quad (۵)$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{T_i} \quad (۶)$$

$$h_i = h_{\min_i} + h_{0_i} T_i^\varepsilon \quad (۷)$$

$$c_i = c_{\min_i} + c_{0_i} T_i^\varepsilon \quad (۸)$$

$$Q_i = D_i T_i \quad (۹)$$

$$Q_i, B_i \leq D_i \quad (۱۰)$$

$$T_i, B_i, Q_i, h_i, c_i > 0 \quad (۱۱)$$

رابطه ۲ مربوط به حداقل نمودن هزینه کل سالیانه مورد انتظار است که از مجموع هزینه‌های نگهداری و سفارش دهی و خرید و کمبود سالیانه به دست آمده است. رابطه ۳ مربوط به ماکزیم سطح خدمت به مشتری می‌باشد که به صورت تعداد دفعات کمبود در سال محاسبه می‌شود. رابطه ۴ مربوط به محدودیت فضای انبار و رابطه ۵ مربوط به محدودیت سرمایه و رابطه ۶ مربوط به محدودیت تعداد سفارش می‌باشد. روابط ۷ و ۸ به ترتیب نشان می‌دهند هزینه نگهداری و هزینه خرید به صورت تابعی افزایشی و پیوسته از سیکل سفارش در نظر گرفته شده است. از طریق رابطه ۹ مقدار سفارش یا تولید اقتصادی را بدست می‌آوریم. رابطه

۱۰ نشان می‌دهد مقدار سفارش و کمبود کوچکتر از نرخ تقاضا در سال می‌باشد و رابطه ۱۱ هم متغیرهای تصمیم مساله را نشان می‌دهد.

مدل تولید اقتصادی با فرض غیر مجاز بودن کمبود

در حالت دریافت تدریجی، مصرف تدریجی، کل کالاهای سفارش شده در یک سفارش، به صورت یکجا به انبار تحویل نشده، بلکه به صورت تدریجی و به مقدار p واحد کالا در واحد زمان به انبار وارد می‌شود. مواجهه با کمبود مجاز می‌باشد. در این بخش، مدل ریاضی با توجه به فرض‌های گفته شده و کمینه‌سازی هزینه کل موجودی سامانه ارایه می‌شود. مدل شامل هزینه‌های سفارش‌دهی و نگهداری و هزینه خرید و هزینه کمبود است. توابع هدف و محدودیت‌های مساله را به صورت زیر می‌توان تعریف نمود.

$$MIN = \sum_{i=1}^n \left(\frac{A_i}{T_i} + \frac{h_i D_i T_i}{2P_i} (P_i - D_i) - h_i B_i + \frac{h_i P_i B_i^2}{2D_i T_i (P_i - D_i)} + c_i D_i \right) \quad (12)$$

$$MIN = \sum_{i=1}^n \frac{B_i}{T_i} \quad (13)$$

Sit :

$$\sum_{i=1}^n f_i Q_i \left(1 - \frac{D_i}{P_i}\right) \leq Cap \quad (I_{max} = Q_i \left(1 - \frac{D_i}{P_i}\right)) \quad (14)$$

$$\sum_{i=1}^n c_i Q_i \left(1 - \frac{D_i}{P_i}\right) \leq X \quad (I_{max} = Q_i \left(1 - \frac{D_i}{P_i}\right)) \quad (15)$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{T_i} \leq N \quad (16)$$

$$h_i = h_{\min_i} + h_{0_i} T_i^\varepsilon \quad (17)$$

$$c_i = c_{\min_i} + c_{0_i} T_i^\varepsilon \quad (18)$$

$$Q_i = D_i T_i \quad (19)$$

$$Q_i, B_i \leq D_i \quad (20)$$

$$T_i, B_i, Q_i, h_i, c_i > 0 \quad (21)$$

روش‌های حل

با توجه به اینکه مدل‌های بدست آمده از نوع برنامه ریزی غیر خطی می‌باشند. برای حل آنها از الگوریتم‌های فرا ابتکاری مانند الگوریتم رتبه بندی نامغلوب و الگوریتم ازدحام ذرات چندهدفه استفاده می‌کنیم.

الگوریتم ژنتیک با رتبه‌بندی نامغلوب

الگوریتم ژنتیک مرتب‌سازی نامغلوب^۱ (NSGA-II) یکی از الگوریتم‌های تکاملی چندهدفه نخبه‌گرا می‌باشد که توسط دب و همکاران (۲۰۰۱) ارائه شده است.

1- Non-dominated Sorting Genetic Algorithm

کدگذاری

نخستین گام در الگوریتم‌های ژنتیک رتبه بندی نامغلوب و ازدحام ذرات چندهدفه، کدگذاری مجموعه‌ای از پارامترها به عنوان ژن و اتصال آنها به هم برای ایجاد یک رشته از کروموزم‌ها است. کروموزوم^۱ طراحی شده شامل دو بخش است، بخش اول برداری به طول متغیرهای کمبود که درایه‌های آن عدد تصادفی بزرگتر از صفر است و بخش دوم برداری به طول متغیرهای دوره سفارش که درایه‌های آن عدد تصادفی بزرگتر از صفر است.

عملگر تقاطع^۲

با اعمال عملگر تقاطع بر روی کروموزم والدین، دو نوزاد با ترکیب ساختار کروموزم‌ها ایجاد می‌شوند. در الگوریتم پیشنهادی از تقاطع تک نقطه‌ای استفاده شده است که در آن یک نقطه به عنوان نقطه برش در طول کروموزم‌های والدین انتخاب می‌شود و کروموزم‌ها از آن نقطه به دو بخش تقسیم می‌شوند و دو کروموزم جدید با تعویض بخش اول و حفظ بخش دوم به صورت قبلی، حاصل می‌شوند.

عملگر جهش^۳

عملگر جهش فضایی از جواب‌ها را جستجو می‌کند که توسط عملگر تقاطع یافت نشده است. با توجه به این که عملگر جهش مورد استفاده در این تحقیق، عملگر جهش جابه‌جایی می‌باشد از جهش جابه‌جایی به این صورت استفاده می‌شود که دو ژن را از یک کروموزوم گرفته و جای آن دو را با هم عوض می‌کنند.

الگوریتم چند هدفه ازدحام ذرات

الگوریتم بهینه سازی چند هدفه ازدحام ذرات (MOPSO) توسط کوئلو در سال ۲۰۰۴ معرفی گردید و در واقع این الگوریتم تعمیمی است از الگوریتم بهینه سازی ازدحام ذرات^۱

1- Chromosome

2 - Crossover operator

3- Mutation operator

(PSO) که برای حل مسائل چندهدفه بکار می‌رود در الگوریتم MOPSO یک مفهومی به نام آرشیو یا مخزن نسبت به الگوریتم PSO اضافه شده است. که به تالار مشاهیر نیز معروف است. انتخاب بهترین جواب کلی و بهترین خاطره شخصی برای هر ذره گام مهمی و اساسی در الگوریتم بهینه سازی ازدحام ذرات است.

هنگامی که ذرات می‌خواهند حرکتی انجام دهند یک عضو از مخزن را به عنوان لیدر یا رهبر انتخاب می‌کنند. این لیدر حتما باید عضو مخزن و همچنین نامغلوب باشد. اعضای مخزن بیانگر جبهه پارتو و شامل ذرات نامغلوب هستند. پس به جای Gbest یکی از اعضای مخزن انتخاب می‌شود. به این دلیل در PSO مخزن وجود ندارد زیرا در آن تنها یک هدف وجود دارد و یک ذره است که بهترین است. اما در MOPSO چند ذره وجود دارد که نامغلوب هستند و در مجموعه جواب جای دارند.

برای مقایسه بهترین بردلر خاطره شخصی به شکل زیر عمل می‌کنیم

(۱) اگر موقعیت جدید بهترین خاطره را مغلوب کند، آنگاه موقعیت جدید جای بهترین خاطره را می‌گیرد و به بیان ریاضی

$$Pbest_i^{n+1} = X_i^{n+1}$$

(۲) اگر موقعیت جدید توسط بهترین خاطره مغلوب شد، کاری انجام نمی‌گیرد. به بیان ریاضی

$$Pbest_i^n = Pbest_i^{n+1}$$

(۳) اگر هیچ کدام یکدیگر را مغلوب نکنند، به تصادف یکی را به عنوان لیدر بهترین موقعیت در نظر گرفته میشود.

ترتیب اجرای این الگوریتم به شرح زیر می‌باشد:

- (۱) تعیین پارامترهای مورد نیاز برای اجرای الگوریتم چندهدفه ازدحام ذرات
- (۲) جمعیت اولیه ایجاد می‌شود.

- ۳) بهترین خاطره شخصی هر ذره تعیین می‌شود.
 - ۴) اعضای نامغلوب جمعیت جداسازی و در مخزن ذخیره می‌شوند.
 - ۵) هر ذره از میان اعضای مخزن یک لیدر (رهبر) انتخاب می‌کند و حرکت خود را انجام می‌دهد. (یعنی سرعت و موقعیت آن به روز می‌شود)
 - ۶) بهترین خاطره شخصی هر کدام از ذرات به روز می‌شوند.
 - ۷) اعضای نامغلوب جدید به مخزن افزوده می‌شوند.
 - ۸) اعضای مغلوب مخزن حذف می‌شوند.
- در صورتی که شرایط خاتمه محقق نشده است از شماره ۵ به بعد الگوریتم تکرار می‌شود.

۵- مقایسه کارایی الگوریتم‌ها

هم‌گرایی به جواب‌های بهینه پارتو و فراهم نمودن چگالی و تنوع در میان مجموع جواب‌های به دست آمده دو هدف اصلی هر الگوریتم تکاملی چندهدفه هستند ولی به دلیل آنکه این دو هدف تا حدودی در تضاد با یکدیگرند، معیاری که بتواند به تنهایی و به صورت مطلق در مورد عملکرد الگوریتم‌ها تصمیم بگیرد، وجود ندارد. اگر امکان دستیابی به چندین معیاری میسر بود، اظهار نظر در مورد برتری یک الگوریتم نسبت به الگوریتم دیگر نیز امکان‌پذیر می‌گردید. بنابراین الگوریتم‌های ارائه شده در این مقاله با معیارهای زیر مورد مقایسه قرار گرفته‌اند.

- شاخص کمیت

این شاخص، تعداد جواب‌های بهینه پارتو را اندازه‌گیری می‌کند. مشخص است که هر چه تعداد جواب‌های تولید شده بیشتر باشد الگوریتم کارا تر است.

- فاصله گذاری

با استفاده از این شاخص، یکنواختی توزیع نقاط پارتو را در مجموعه جواب‌های پارتو بدست آمده اندازه گیری می‌کنیم. بنابراین الگوریتمی که جواب‌های غیرمغلوب نهایی آن دارای مقدار فاصله گذاری کوچکی باشند، مطلوب تر خواهد بود. شاخص فاصله با استفاده از رابطه (۲۲) قابل محاسبه می‌باشد.

$$S = \left[\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N-1} (\bar{d} - d_i)^2 \right]^{1/2} \quad (12)$$

d_i : فاصله اقلیدسی جواب i ام با نزدیکترین جواب در مجموعه پارتو.

\bar{d} : میانگین فواصل اقلیدسی d_i .

N : تعداد جواب‌های مجموعه پارتو.

- کیفیت: هر اندازه میانگین کیفیت الگوریتمی بیشتر باشد آن الگوریتم از عملکرد بهتری برخوردار است.
- تنوع: برای اندازه گیری تنوع جواب‌ها در مجموعه جواب پارتو تولید شده معمولاً از شاخص تنوع به صورت زیر استفاده می‌گردد.

$$D = \sqrt{\sum_{i=1}^N \max_j (\|x_i - y_j\|)} \quad (23)$$

$\|x_i - y_j\|$: فاصله اقلیدسی بین دو جواب پارتوی x_i و y_j .

N : تعداد جواب‌های مجموعه پارتو

برای محاسبه این شاخص، بعد از اینکه فاصله هر دو جواب نسبت به هم محاسبه شد، دورترین جواب برای هر نقطه تعیین می‌شود که عبارت زیر رادیکال در واقع مجموع این فواصل است.

مثال عددی

مطابق با جدول ۱، پنج اندازه متفاوت با توجه به تعداد محصولات برای مسائل نمونه در نظر گرفته شده است که در هر اندازه چهار نوع مسأله متمایز با توجه به بازه انتخابی برای هزینه-های ثابت سفارش و مقدار ثابت E بکار گرفته می‌شود. در مجموع ۲۰ مسأله نمونه برای آزمایش طراحی شده است. سایر پارامترهای مورد نیاز برای مسائل نمونه، به شرح جدول ۲ تنظیم می‌گردند.

جدول ۱: ساختار مسائل نمونه

پارامتر	تنظیم پارامتر
D	$U[100,200]$
P	$U[250,350]$
h_0	$U[5,10]$
h_{min}	$U[10,20]$
c_0	$U[10,15]$
c_{min}	$U[20,40]$
F	$U[2,10]$
Cap	$U[0.5, 1] \times \sum_i f_i \cdot D_i$
X	$\sum_i c_{min_i} \cdot D_i$
N	$\sum_i U[2, 5]_i$

جدول ۲: طراحی پارامترهای مسائل نمونه

اندازه مسائل (I)	انواع مسائل	هزینه سفارش (A)	ثابت ϵ
5	I	(50,100)	0.25
10	II	(50,100)	0.75
20	III	(500,1000)	0.25
40	IV	(500,1000)	0.75
80			

جدول ۳. پارامترهای الگوریتمها و سطوح آنها

سطوح	نماد	پارامتر
اندازه جمعیت (pop_size)	A	A(1) - 50 A(2) - 100 A(3) - 150
ضریب C_1	B	B(1) - 1.5 B(2) - 2 B(3) - 2.5
ضریب C_2	C	C(1) - 1.5 C(2) - 2 C(3) - 2.5
ضریب W_{min} اینرسی	D	D(1) - 0.1 D(2) - 0.2 D(3) - 0.3
ضریب W_{max} اینرسی	E	E(1) - 0.7 E(2) - 0.8 E(3) - 0.9
نرخ تقاطع (r_c)	F	F(1) - 0.7 F(2) - 0.8 F(3) - 0.9
نرخ جهش (r_m)	G	G(1) - 0.05 G(2) - 0.1

بر اساس نتایج بدست آمده از روش تاگوچی، پارامترهای هر الگوریتم مطابق با جدول ۴ تنظیم می‌گردد.

جدول ۴: بهترین ترکیب برای پارامترهای الگوریتم‌ها

	pop_size	c ₁	c ₂	W _{min}	W _{max}	r _c	r _m
NSGA-II	50	-	-	-	-	0.9	0.1
MOPSO	150	1.5	1.5	0.2	0.9	-	-

سنجش دو الگوریتم

و برای سنجش دو الگوریتم هر مساله توسط هر الگوریتم 10 بار اجرا شده و نتایج جدول ۵ و ۶ بدست می‌آید.

جدول ۵: سنجش دو الگوریتم حل مدل تک‌هدفه (مدل سفارش اقتصادی بدون کمبود)

مدل ۱								
مسائل نمونه	NSGA-II				MOPSO			
	تعداد	کیفیت (%)	فاصله	تنوع	تعداد	کیفیت (%)	فاصله	تنوع
1	22.3	49.2	2959.553	1564.884	19	69	929.918	1344.652
2	13.7	56	4774.5	2090.051	17.4	57.2	1222.33	1894.273
3	18.2	49	5787.977	2826.101	10	53.4	2600.014	2512.329
4	10.4	36.7	5340.502	1978.661	16.2	40.1	1230.315	1935.244
5	14	55.2	8057.272	2162.6	21	61	4012.279	1983.992
6	17.9	45	7334.611	3006.11	24	59.8	6237.36	2263.806
7	19.7	50.5	6000.3	4423.126	23.9	75.1	5349.051	2987.669
8	11.4	33	15543.22	3589.186	16.1	54	5302.975	3361.368
9	23.3	46	10117.9	2320.383	20.3	57	3505.877	1884.606
10	34	34.9	15811.14	4764.36	29	49	11499.21	2840.895
11	28	44	19553.74	6365.807	24.5	64.7	23727.08	4584.917
12	24.1	43.4	10961.73	4775.901	18.1	62	9813.651	3138.137
13	19.4	24	13465.48	3506.279	11.7	52	10331.8	3270.6

14	13.2	19.8	15006.48	2906.506	17.5	24.9	6917.056	2611.804
15	49	43	13184.8	4562.25	45	67	9465.47	4077.107
16	32.5	40	24379.79	7118.464	28.3	58	14833.27	3797.772
17	26.7	49.1	10318.7	3772.199	45.3	78.1	10380.4	3358.39
18	16	24.6	13942.81	3901.441	23	27	9346.7	3617.754
19	25.8	36	16024.02	4240.418	29.2	56.4	17918.59	3820.952
20	31	43.7	24392.8	4175.489	37.7	71	21227.23	3737.472

جدول ۶: سنجش دو الگوریتم حل مدل تک هدفه (مدل تولید اقتصادی بدون کمبود)

مدل ۲								
مسائل نمونه	NSGA-II				MOPSO			
	تعداد	کیفیت (%)	فاصله	تنوع	تعداد	کیفیت (%)	فاصله	تنوع
1	12	61.2	1082.002	1464.094	17.3	77.3	924.8149	1264.265
2	15.3	57	1717.945	1374.462	13	68	1416.748	1282.357
3	8.9	53	1334.652	2574.404	11	75.4	1375.473	2441.313
4	19.1	40.4	1899.839	1428.366	15	51	1186.714	1422.119
5	11	61	2484.928	1671.148	18.4	77	2257.708	1453.903
6	22	58	2642.947	2412.428	14.5	73.5	1984.206	2293.375
7	17.3	45.2	3732.181	2845.337	20.7	87	2524.04	2672.588
8	9.8	41	3047.412	2418.585	12.2	69.3	2155.937	2319.257
9	13.2	52.7	2444.093	2248.362	19	86.3	2092.13	1696.277
10	18	49.3	5686.732	2987.209	23	58	2984.004	2899.247
11	21	64	9783.937	3349.098	29.1	72	2797.342	3261.28
12	14.1	43	3307.561	2984.235	18	69.1	3547.554	2615.552
13	10	52.9	3414.922	2455.936	8.9	55	4128.761	2124.091
14	16.5	22	4164.99	2287.522	18	36.2	4139.877	2162.603
15	24	67.1	4878.587	2692.149	15.2	76.9	2797.118	2187.45

16	31	58	5216.913	2595.553	27	64	2041.449	2478.268
17	28.8	49	6244.755	2821.309	34.3	81	3945.097	2706.406
18	22.7	27.3	9766.397	2787.694	32	49.4	5441.184	2418.362
19	13.6	46	16178.25	2950.148	21	79.8	5836.852	2703.679
20	26	41.6	7259.861	3540.554	23.5	73.4	2569.683	3131.318

جدول‌های ۷ و ۸ خروجی تحلیل واریانس را به صورت P-Value های بدست آمده گزارش داده است. لذا خروجی‌های آماری بیانگر این است که در معیارهای تعداد و فاصله و تنوع دو الگوریتم کاملاً قابلیت رقابت با یکدیگر را دارند و در سایر معیار کیفیت، تفاوت معنادار بین عملکرد الگوریتم‌ها وجود دارد.

جدول ۷- نتایج تحلیل واریانس معیارهای مقایسه الگوریتمهای MOPSO و NSGA-II (مدل ۱)

نام شاخص	P-value	نتیجه تست
تعداد	۰,۶۶۲۱	پذیرش فرض صفر
کیفیت	۰	رد فرض صفر
فاصله	۰,۱۰۲۸	پذیرش فرض صفر
تنوع	۰,۰۵۲۹۶	پذیرش فرض صفر

جدول ۸- نتایج تحلیل واریانس معیارهای مقایسه الگوریتمهای MOPSO و NSGA-II (مدل ۲)

نام شاخص	P-value	نتیجه تست
تعداد	۰,۳۹۱۰	پذیرش فرض صفر
کیفیت	۰	رد فرض صفر
فاصله	۰,۰۵۷۲	پذیرش فرض صفر
تنوع	۰,۲۵۹۵	پذیرش فرض صفر

نتیجه گیری و پیشنهادات

در این پژوهش تلاش شد در زمینه مدل‌های موجودی با غیر ثابت در نظر گرفتن پارامتر مربوط به هزینه نگهداری و هزینه خرید از طریق تابعی افزایشی و پیوسته از زمان سیکل سفارش و با اعمال محدودیت‌های فضای انبار، سرمایه و تعداد دفعات سفارش جهت تعیین مقدار اقتصادی سفارش و مقدار اقتصادی تولید در حالتی که کمبود مجاز است مدل‌هایی ارائه شود که به شرایط دنیای واقعی نزدیکتر باشند. با توجه به شرایط فوق که مدل حاصله از نوع برنامه‌ریزی غیرخطی است. برای حل و مقایسه از الگوریتم‌های رتبه بندی نامغلوب و ازدحام ذرات چند هدفه استفاده شده است. برای توسعه تحقیق می‌توان پیشنهادهای زیر را توصیه کرد:

- در این تحقیق هزینه نگهداری و خرید به صورت تابعی افزایشی از سیکل سفارش در نظر گرفته شد. در تحقیقات آتی می‌توان به صورت تابعی کاهشی از سیکل سفارش در نظر گرفت.
- بررسی پارامترهای در شرایط غیر قطعی، برای نمونه به صورت فازی و یا احتمالی.
- استفاده از الگوریتم‌های فرا ابتکاری دیگر مانند الگوریتم رقابت استعماری چند هدفه .
- بررسی در شرایط متغیر قیمتی مانند شرایط تخفیف
- در تحقیقات آتی می‌توان متغیرهای دیگر به عنوان مثال تقاضا و یا هزینه راه‌اندازی را به صورت پارامتر در نظر گرفت.
- استفاده از روش‌های ابتکاری برای تولید جمعیت اولیه به جای تولید تصادفی

منابع

دب، کالیمونی، الگوریتم‌های ژنتیک با رویکرد بهینه‌یابی چندهدفه، ترجمه جعفر رضایی و منصور داوودی منفرد، تهران: انتشارات پلک، ۱۳۸۷، چ اول .

Padmanabhan, G., Vart, P.,(1990), *Analysis of multi-item inventory systems under resource constraints: A non-linear goal programming approach*, engineering costs and production economics 20 , 121-127.

Agrell, P.J.,(1995), *A multicriteria framework for inventory control*, International Journal of Production Economics 41, 59-70.

Roy, T., Maiti, M.,(1998), *Multi-objective inventory models of deteriorating items with some constraints in fuzzy environment*, computers operations research 25(12),1085-1095.

Belgamsi, N., Ben Saïd, L., & Ghédira, K.,(2008), *Evolutionary multiobjective optimization of the multi-location transshipment problem*, Operational Research 8(2) , 167-183.

Tsou, C.S.,(2008), *Multi-objective inventory planning using MOPSO and TOPSIS* , Expert systems with applications 35, 136-142.

Tsou, C.S.,(2009), *Evolutionary pareto optimizers for continuous review stochastic inventory systems*, European journal of operation research 195, 364-371.

Hadley, G., Whitin, T.M., (1975), *An optimal final inventory model*, Prentic Hall.

Pan, C.H., Lo, M.C., Hsiao.Y.C.,(2004), *optimal reorder point inventory models with variable lead time and backorder discount considerations*, European Journal of Operational Research, 158, 488-505

Sphicas, G.p., (2006), *EOQ and EPQ with linear and fixed backorder costs: two cases identified and models analyzed without calculus*, Int. J. Production Economics, 100, 59-64

Goh, M.,(1992), *Some results for inventory models having inventory level dependent demand rate*, International Journal of Operational Economics, 27(1), 155-160

Girin, B.C., Goswami, A., Chaudhuri, K.s., (1996), *An EOQ model for deteriorating items with time-varying demand and costs*, Journal of Operational Research Society, 47(11), 1398-1405

Darwish, M.A., (2008), *EPQ models with varying setup cost*. Int. J. Production Economics, 113 ,297-306

Ghasemi, N., Afshar Nadjaf, B.,(2013), *EOQ Models with Varying Holding Cost* , Industrial Mathematics, 7.

Ghasemi, N.,(2015), *Developing EPQ models for non-instantaneous deteriorating items*, J Ind Eng Int, 11,427-437.