فصلنامه علمی مطالعات مدیریت صنعتی – سال هجدهم، شماره ۵۷، تابستان ۹۹
صفحات ۳۷۵-۳۴۵
DOI: 10.22054/jims.2018.25088.1864

ارائه مدل چندهدفه مسیریابی در شبکه سیستم‌های حمل و نقل عمومی چندوجهی درون‌شهری

وحید برادران*، ارمغان آذری‌خواه**

تاریخ دریافت:۹۶/۶/۲۲
تاریخ پذیرش:۹۷/۷/۲۵

چکیده:

توسعه انواع سیستم‌های حمل‌ونقل عمومی شهری که هر کدام مناطق مختلفی را پوشش می‌دهند، مسئله انتخاب نوع سیستم حمل‌ونقل و تعیین مسیر مناسب سفر بین دو ایستگاه مبداء و مقصد مشخص را برای مسافران و استفاده‌کنندگان سیستم‌های حمل‌ونقل عمومی دشوار کرده است. در شهرهای بزرگ مانند تهران شبکه‌ای از سیستم‌های حمل‌ونقل عمومی موسوم به سیستم‌های چندوجهی شامل ایستگاه‌ها به عنوان گره‌ها و وسایل حمل‌ونقل عمومی واسط بین دو ایستگاه متوالی به عنوان کمان‌های آن تشکیل می‌شود. مسافران پیوسته به دنبال روشی برای یافتن مسیر بهینه در شبکه‌های حمل‌ونقل چندوجهی پیچیده می‌باشند تا با کمترین هزینه و سردرگمی از مبدا مشخص به مقصد مورد نظر خود برسند. در این مقاله، جهت مسیریابی در شبکه‌های سیستم‌های حمل‌ونقل چندوجهی مدلی برنامه‌ریزی ریاضی چندهدفه با سه تابع هدف توسعه داده شده‌است. اهداف مدل ارائه شده، حداقل‌کردن هزینه، زمان سفر و تعداد تغییر نوع وسایل نقلیه می‌باشد. ضمن بررسی اعتبارسنجی مدل‌ها با مسائل آزمون، دو الگوریتم دقیق و فراابتکاری (الگوریتم مورچگان) برای حل مدل پیشنهادی توسعه داده شده است. نتایج ارزیابی عملکرد روش‌های حل نشان می‌دهد زمان حل مسائل با روش دقیق برای مسائل با بیش از ۱۵ گره غیرکارا است. در حالی که الگوریتم فراابتکاری، مسائل نمونه را با کیفیتی مشابه روش دقیق اما با زمان منطقی ارائه می‌کند.

کلمات کلیدی: کوتاه‌ترین مسیر، سیستم‌های حمل‌ونقل عمومی، سیستم‌های حمل‌ونقل چندوجهی، برنامه‌ریزی ریاضی چندهدفه، الگوریتم مورچگان چندهدفه.

* استادیار، گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شمال، ایران (نویسنده مسئول)
V_Baradaran@iau-tnb.ac.ir
** کارشناسی ارشد، مهندسی صنایع، گرایش مدیریت سیستم و بهره‌وری، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شمال، ایران

مقدمه

توسعه روزافزون شهرنشینی و رشد شهرها، تقاضا برای حمل‌ونقل و جابجایی را افزایش داده است که این امر مشکلات بسیاری از قبیل تراکم ترافیک، آلودگی‌های صوتی و هوا، اتلاف انرژی و زمان، افزایش مصرف سوخت و استهلاک وسایل نقلیه و غیره را به وجود آورده است (حسنی‌نسب، ۱۳۹۰). یکی از راه‌های مقابله با مشکلاتِ متأثر از افزایش تقاضای حمل‌ونقل در درون شهرها، توسعه سیستم‌های حمل‌ونقل عمومی است. برنامه‌ریزی برای استفاده حداکثری از توان و ظرفیت سیستم‌های حمل‌ونقل عمومی و افزایش رضایت مسافران و استفاده‌کنندگان این سیستم‌ها به بهبود کارایی و بهره‌وری سیستم‌های حمل‌ونقل عمومی کمک می‌کند.

در سفرهای درون شهری از نقطه‌ای به نقطه دیگر، بسیار مشاهده شده که مسافران از سیستم‌های حمل‌ونقل مختلفی مانند مترو، اتوبوس عادی، اتوبوس تندرو، تاکسی و ... به طور متوالی استفاده می‌کنند که به این نوع سیستم‌ها، سیستم‌های حمل‌ونقل چندوجهی[1] می‌گویند. شبکه‌ای که گره‌های آن را ایستگاه‌های توقف وسایل حمل‌ونقل عمومی (اتوبوس، مترو، تاکسی و ...) تشکیل دهند و کمان‌ها در این شبکه انواع سیستم‌های حمل‌ونقل عمومی واسط بین دو ایستگاه حمل‌ونقل عمومی باشد را شبکه حمل‌ونقل عمومی چندوجهی می‌نامند. در این شبکه ممکن است بین دو گره چندین کمان (چندین نوع سیستم حمل‌ونقل برای ارتباط دو ایستگاه متوالی) برقرار باشد. یکی از مشکلات این سیستم‌ها، مسیریابی در چنین شبکه‌هایی است. به‌عنوان مثال، فرض‌کنید در یک شهر، چند سیستم حمل‌ونقل عمومی با مسیرهای تردد معلوم وجود داشته باشد. اگر شخصی بخواهد از یک نقطه به نقطه‌ای دیگر حرکت‌کند، عمدتاً به‌دلیل نبود اطلاعات سفر مانند زمان‌بندی وسایل حمل‌ونقل، طول مدت سفر و ... نمی‌تواند بهترین مسیر یا ترکیب سیستم‌های مختلف حمل‌ونقل عمومی را انتخاب کند. پیامد عدم تصمیم‌گیری صحیح و انتخاب ترکیب مناسب سیستم‌های حمل‌ونقل عمومی (مسیریابی در سیستم‌های حمل‌ونقل چندوجهی) ضمن برهم‌زدن توازن تقاضای سیستم‌های حمل‌ونقل

1. Multi-modal Transportation System

عمومی، به دلایل سردرگمی و تحمیل هزینه‌ها به مسافران، موجب نارضایتی آن‌ها می‌شود. از این‌رو پیشنهاد برنامه‌ای مناسب برای انتخاب بهترین مسیرها می‌تواند در جهت بهبود کیفیت خدمات حمل‌ونقل عمومی و رضایت هرچه بیشتر افراد موثر باشد (حسنی‌نسب، ۱۳۹۰).

مسئله مسیریابی یکی از قدیمی‌ترین مسائل حوزه برنامه‌ریزی حمل‌ونقل در حوزه‌های شهری و سیستم‌های حمل‌ونقل بخش خصوصی مانند درون کارخانه‌ای است که در بسیاری از تصمیم‌گیری‌های عملی و فعالیت‌های برنامه‌ریزی شده مورد نیاز می‌باشد. یافتن مسیر مناسب بین دو نقطه در یک شبکه (مجموعه کمان‌های متوالی واسط بین دو گره در شبکه‌های جهتدار)، یک مسئله اساسی در مسیریابی شبکه‌های حمل‌ونقل می‌باشد و عموماً با مدل‌های بهینه‌سازی مدل‌سازی و حل می‌شوند (عینی و صالحی‌پور، ۱۳۹۰). اهداف مسئله مسیریابی عموماً کمینه‌کردن زمان یا مسافت سفر است. اما در مسائل حمل‌ونقل عمومی عوامل مختلفی مانند راحتی، زمان و هزینه سفر، تناوب و سرویس‌دهی وسیله نقلیه و همچنین وضعیت ترافیکی مسیر که بر میزان مطلوبیت و انتخاب وسیله نقلیه سفر (در مسئله این مقاله، منظور مسیر است) تاثیرگذار هستند، مدنظر قرار می‌گیرند. تغییر وسیله نقلیه یکی از عوامل مهم دیگری است که بر عدم مطلوبیت مسافران از سیستم‌های حمل‌ونقل عمومی موثر است. به عنوان مثال بر اساس یک مطالعه در آمریکا، بیش از ۵۸ درصد پتانسیل تقاضا، تنها به علت یک تغییر وسیله نقلیه در طول سفر کاهش می‌یابد. بنابراین در کنار هزینه و زمان سفر، کاهش تعداد تغییر وسایل نقلیه نیز هدفی برای افزایش مطلوبیت سیستم حمل‌ونقل عمومی است (استرن[1]، ۱۹۹۶).

توسعه ابزاری که مسیر مناسب و بهینه از ترکیب مختلف سیستم‌های حمل‌ونقل عمومی را بین دو نقطه از شبکه حمل‌ونقل عمومی چندوجهی پیشنهاد دهد، نیاز مسافران و متقاضیان حمل‌ونقل عمومی است. این مسئله از سرگردانی، ازدحام و شلوغی سیستم‌های حمل‌ونقل با مدیریت سفرهای مسافران جلوگیری می‌کند. از طرفی دیگر به رعایت نظم و مدیریت تقاضای سیستم‌های حمل‌ونقل عمومی کمک می‌کند. در مسئله انتخاب ترکیب بهینه

1 .Stern

سیستم‌های حمل‌ونقل عمومی درون شهرها، مسافران با چندین هدف روبه‌رو هستند؛ مانند انتخاب ترکیباتی از وسایل حمل‌ونقل، زمان سفر کمتر و هزینه کمتر. لذا این مسئله در غالب یک مسئله مسیریابی چندهدفه[1](MOSP) با محدودیت‌های گوناگون قابل بیان است.

مسئله مسیریابی چندهدفه در شبکه حمل‌ونقل عمومی چندوجهی، حالت توسعه یافته مسئله کوتاهترین مسیر با اهداف چندگانه است. مسئله کوتاه‌ترین مسیر در واقع مسئله یافتن مسیری بین دو راس یا گره است به‌گونه‌ای که مجموع وزن یال‌های تشکیل‌دهنده آن کمینه شود. برای مثال می‌توان مسئله یافتن کوتاه‌ترین راه برای رفتن از یک مکان به مکان دیگر روی نقشه را در نظر گرفت. در این حالت رأس‌ها نشان‌دهنده مکان‌ها و یال‌ها نشان‌دهنده مسیرها هستند که هر کدام به‌طور جداگانه بر حسب مسافت لازم برای طی‌کردن مسیر برای هر وسیله وزن‌گذاری شده‌اند. در گذشته، مسئله مسیریابی تک‌هدفه مورد بحث بسیاری از مقالات بوده است (برادران و همکاران، ۱۳۹۲؛ دایجسترا[2]، ۱۹۵۹). اما در واقعیت انتخاب مسیر، یک مسئله چندهدفه (چند معیاره) است. برخلاف مسائل تک هدفه، عموماً مسائل چندهدفه دارای یک جواب منحصربه فرد که تمام اهداف را بهینه کند، نمی‌باشد. مجموعه‌ای از جواب‌های نامغلوب تحت عنوان راه‌حل‌های بهینه پارتو[3] گزارش می‌شوند تا بر اساس ارجحیت‌های تصمیم‌گیرنده بهترین راه‌حل از میان راه‌حل‌های پارتو انتخاب شوند. مسائل کوتاهترین مسیر چندهدفه جزء مسائل NP-hard هستند (تاراپاتا[4]، ۲۰۰۷؛ شی و همکاران[5]، ۲۰۱۷) که با اضافه‌کردن اهداف بیشتر درجه پیچیدگی آن‌ها بیشتر هم می‌شود (بریگم[6] و همکاران، ۲۰۱۷). لذا نیاز به توسعه الگوریتم‌های فراابتکاری برای حل این مسائل احساس می‌شود.

بنابراین هدف در این مقاله، توسعه یک مدل ریاضی چندهدفه است تا در یک شبکه حمل‌ونقل عمومی چندوجهی بین دو گره مبدا و مقصد مشخص، مسیری با کمترین هزینه،

1 .Multi-Objective Shortest Paths
2 .Dijkstra
3 .Optimum Pareto Solution
4 .Tarapata
5 .Shi et al.
6 .Breugem

زمان سفر و تعداد تغییر وسیله و نوع سیستم حمل‌ونقل بر اساس ارجحیت‌های مسافر تعیین شود. توسعه الگوریتم فراابتکاری (الگوریتم مورچگان چندهدفه) و مقایسه نتایج و عملکرد الگوریتم توسعه‌یافته با روش‌های دقیق در مسائل مثال (ابعاد کوچک و بزرگ) از دیگر اهداف این پژوهش می‌باشد. تشریح و مدلسازی ریاضی مسئله مسیریابی در شبکه سیستم‌های حمل ونقل عمومی چندوجهی به منظور جلب رضایت مسافران و ارتقاء بهره‌وری این سیستم ها و توسعه مسئله کوتاهترین مسیر با اهداف چندگانه و دارای محدودیت به صورت کاربردی در کنار رویکرد حل این مسائل از مهمترین جنبه‌های نوآوری مقاله می‌باشد.

با استفاده از مدل پیشنهادی در دنیای واقعی و اضافه کردن داده‌های واقعی سیستم‌های حمل‌ونقل عمومی شهرها به مدل، می‌توان بسته‌های نرم‌افزاری را تهیه کرد که تمامی افراد جامعه بتوانند از طریق تلفن‌های هوشمند و یا کامپیوترهای شخصی مسیر بهینه از ترکیب سیستم‌های حمل‌ونقل عمومی بین هر دو گره را تعیین کنند. مهمترین پیامدهای توسعه این ابزارها، افزایش رضایت مسافران حمل‌ونقل عمومی و ارتقاء کارایی این نوع سیستم‌ها است.

مبانی نظری و مروری بر مطالعات گذشته

مسئله کوتاه‌ترین مسیر یکی از معروف‌ترین مسائل حوزه تحقیق در عملیات است که اولین بار توسط فورد در سال ۱۹۵۶ مطرح شد (خاتمی فیروزآبادی و همکاران، ۱۳۹۰) و در موضوعات حمل‌ونقل و لجستیک کاربرد فراوانی دارد (ورما و همکاران[1]، ۲۰۱۲؛ ونگ و همکاران[2]، ۲۰۱۳؛ چاندرا و همکاران[3]، ۲۰۱۶). تحقیقات گسترده‌ای در گذشته پیرامون این مسئله در حالت‌های بدون محدودیت، با محدودیت (ریورا و همکاران[4]، ۲۰۱۶؛ ونگ و همکاران[5]، ۲۰۱۶)، تک هدفه و چندهدفه (ارگان و همکاران[6]، ۲۰۰۲؛ قُصیری و نادری[7]،

1 .Verma et al.
2 .Wang et al.
3 .Chandra et al.
4 .Rivera et al.
5 .Wang et al.
6 .Ergun
7 .Ghoseiri and Nadjari

۲۰۱۰) انجام شده است. بخش زیادی از تحقیقات این حوزه مربوط به روش‌های حل مسئله کوتاه‌ترین مسیر در حالت‌های مختلف است (شِنگ و همکاران[1]، ۲۰۱۶). الگوریتم دیجسترا از معروفترین روش‌های حل مسئله کوتاه‌ترین مسیر در حالت تک هدفه و بدون محدودیت است (خاتمی فیروزآبادی و همکاران، ۱۳۹۰؛ رگلُور و لاگونا[2]، ۱۹۹۷؛ گلدبرگ[3]، ۲۰۰۵). با توجه به ناکارایی الگوریتم‌های دقیق مانند دایجسترا برای حل مسئله کوتاه‌ترین مسیر با ابعاد بزرگ، استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری مانند الگوریتم ژنتیک (گونیچیو[4]، ۲۰۱۰) توصیه شده است. مسائل کوتاه‌ترین مسیر تک‌هدفه با درنظر گرفتن محدودیت نیز مورد توجه تعدادی از محققین در گذشته بوده و روش‌هایی مانند برنامه‌ریزی پویا (جاکچ[5]، ۱۹۶۶)، الگوریتم برچسب‌گذاری (آنِجا و همکاران[6]، ۱۹۸۳) و آزادسازی لاکرانژ (هندلر و ژانگ[7]، ۱۹۸۰) برای حل آن‌ها توسعه داده شده است.

روش‌های حل مسائل کوتاه‌ترین مسیر چندهدفه به سه دسته روش‌های دقیق، روش‌های تقریبی و روش‌های حل فراابتکاری تقسیم‌بندی می‌شوند (صدیقی و همکاران[8]، ۲۰۱۴). هر چند روش‌های دقیق جواب‌های دقیقی برای مسئله ارائه می‌کنند اما زمان حل مسائل به کمک آن‌ها با کامپیوترهای معمولی قابل قبول نیست و برای حل مسائل با ابعاد بزرگ مناسب نیستند. ماندو و پرزِ[9] (۲۰۰۵) روش تقریبی بر اساس توسعه روشی موسوم به الگوریتم جستجوی A* به نام MOA* برای حل مسئله کوتاه‌ترین مسیر چندهدفه ارائه کردند که خروجی آن مجموعه راه‌حل‌های بهینه پارتو می‌باشد. تساگوریس و زارولگیس[10] (۲۰۰۹) و بریگم و همکاران[11] (۲۰۱۷) الگوریتم‌هایی به نام طرح تقریبی زمان چندجمله‌ای‌های کامل (FPTAS[1])

1 .Sheng et al.
2 .Glover and Laguna
3 .Goldberg
4 .Gunichev
5 .Joksch
6 .Aneja
7 .Handler and Zang
8 .Siddiqi et al.
9 .Mandow and Perez
10. Tsaggouris and Zaroliagis
11. Breugem et al.

برای حل مسائل کوتاه‌ترین مسیر چندهدفه عنوان کردند. الگوریتم‌های FPTAS تقریباً بهترین زمان حل مسئله را در میان الگورتیم‌های تقریبی ارائه می‌کنند (صدیقی و همکاران، ۲۰۱۴). قصیری و نادری (۲۰۱۰) الگوریتم کلونی مورچگان را برای حل مسئله دو هدفه کوتاه‌ترین مسیر توسعه دادند. آنها برای نمایش عملکرد الگوریتم ارائه شده تعدادی مثال با ابعاد کوچک و بزرگ با داده‌های تصادفی ارائه کردند و نشان دادند که الگوریتم فراابتکاری پیشنهادی جواب‌های قابل قبول در زمان منطقی ارائه می‌کند. بزرا و همکاران[2] (۲۰۱۱ و ۲۰۱۳) نیز الگوریتم دو مرحله‌ای به نام GRACE که توسعه الگوریتم کلونی مورچگان چندهدفه است را برای حل مسئله کوتاه‌ترین مسیر چندهدفه ارائه کردند و نشان دادند الگوریتم مورچگان عملکرد بهتری نسبت به الگوریتم فراابتکاری NSGA II ارائه می‌کند.کلیماکو و همکاران[3] (۲۰۰۳) و شی و همکاران (۲۰۱۷) مسئله کوتاه‌ترین مسیر را در حالت چندهدفه و با درنظر گرفتن محدودیت بررسی کردند و الگوریتم دقیقی برای پیدا کردن مجموعه راه‌حل‌های بهینه پارتو برای آن توسعه دادند.

تحقیقاتی در گذشته با موضوع طراحی شبکه‌های حمل‌ونقل چندوجهی انجام شده که از جمله آن‌ها می‌توان به طراحی شبکه حمل‌ونقل چندوجهی جنوب مکزیکوسیتی(پاتینو و لوزانوآ[4]، ۲۰۱۴) و یا مدل برنامه‌ریزی ریاضی خطی ارائه شده توسط جارپا و همکاران[5] (۲۰۱۷) برای مسئله طراحی شبکه حمل‌ونقل سریع با حالت رقابت استاتیک اشاره نمود. همچنین عملکرد شبکه حمل‌ونقل منطقه بالتیمور واشنگتن (دوکیو و همکاران[6]، ۲۰۱۴؛ اودنتا و همکاران[7]، ۲۰۱۳) و شبکه حمل‌ونقل تهران (نیک‌سیرت و همکاران[8]، ۲۰۱۲) نیز بررسی شده است. هوگِت و همکاران[9] (۲۰۱۳) برای مینیمم‌سازی هزینه سفر، مسئله یافتن کوتاه‌ترین

1 .Fully Polynomial Time Approximation Scheme
2 .Bezerra et al.
3 .Climaco et al
4 .Patiño and Lozanoa
5 .Gutiérrez-Jarpa et al.
6 .Duque et al.
7 .Udenta et al.
8 .Niksirat et al.
9 .Huguet et al.

مسیر چندوجهی برای مسیر رفت و مسیر برگشت را عنوان کردند. در این مقاله اشاره شده‌که همواره کوتاه‌ترین مسیر رفت از مبدا به مقصد همان کوتاه‌ترین مسیر برای برگشت از مقصد به مبدا نمی‌باشد. در این پژوهش از الگوریتم دایجسترا کمک گرفته شده است. برای کسب اطلاعات بیشتر در مورد گراف‌های مربوط به شبکه‌های چندوجهی و وابستگی زمانی به مقاله پیرگا و همکاران[۱] (۲۰۰۸) مراجعه شود. دیب و همکاران[۲] (۲۰۱۵) رویکرد جدیدی برای محاسبه کوتاه‌ترین مسیر چندوجهی ارائه کردند. در این مقاله تنها خطوط آهن، اتوبوس و حالت پیاده درنظر گرفته شده و دو روش فراابتکاری الگوریتم ژنتیک و جستجوی همسایگی‌های متغیر با هم تلفیق و با الگوریتم دایجسترا مقایسه شده‌اند. هاداس و ناهام[۳] (۲۰۱۶) در مقاله‌ای شبکه اتوبوسرانی شهری را براساس اولویت‌بندی خطوط بررسی کردند و یک روش ترکیبی چند منظوره، چند معیاره و تصمیم‌گیری گروهی ارائه دادند. بِورانی و همکاران[۴] (۲۰۱۷) به بررسی سیستم‌های حمل‌ونقل چندوجهی(MMTS) با محدودیت ظرفیت وسایل نقلیه پرداخته‌اند و یک مدل برنامه‌ریزی خطی برای مسئله توسعه داده‌اند. این مدل حداکثر جریان وسایل نقلیه و کالاها در حالات مختلف را می‌تواند تعیین کند و طی یک دوره زمانی مشخص، در حالت‌های مختلف حمل‌ونقل چگونگی انتقال کالاها بین جفت‌های نقاط مختلف را تعیین می‌کند. سوکاروئِنتوم و همکاران[۵] (۲۰۱۶) مسیر پیاده‌روی چندوجهی چند معیاره[۶] را به عنوان مساله‌ای جهت پیشنهاد مسیر پیاده‌روی ارائه نمودند. به‌طوری که مسیر پیشنهادی براساس ویژگی‌ها و معیارهای مسافرین بهینه شده است. شی و همکاران (۲۰۱۷) مسئله کوتاهترین مسیر را با اهداف چندگانه را مشروط به رعایت محدودیت منابع و زمان بررسی کردند و روش دقیقی برای پیداکردن مجموعه جواب‌های پارتو توسعه دادند.

1 .Pyrga et al.
2 .Dib et al.
3 .Hadas and Nahum
4 .Bevrani
5 .Socharoentum
6 .Multi-modal transportation with multi-criteria walking

به عنوان یک نتیجه‌گیری از مطالعه پیشنیه تحقیق و بیان جنبه‌های نوآوری مقاله اینکه مسئله مسیریابی در شبکه‌های حمل‌ونقل چندوجهی با لحاظ کردن اهداف چندگانه به خصوص کمینه‌کردن تعداد تغییر نوع وسیله نقلیه در شبکه‌های حمل‌ونقل عمومی یک خلاء تحقیقاتی در این حوزه می‌باشد. از آنجا که این مسئله حالت خاص مسئله کوتاه‌ترین مسیر با اهداف چندگانه و با محدودیت است، این نوع مسائل نیز یکی از مسائل به روز در این حوزه هستند و الگوریتم‌های فراابتکاری به خصوص الگوریتم کلونی مورچگان کارایی مناسبی برای حل این نوع مسائل دارند.

مدلسازی مسئله

گراف جهت‌دار $G=(N, E)$ را به‌گونه‌ای درنظر بگیرید که در آن N مجموعه محدود گره‌ها و E مجموعه کمان‌ها یا یال‌های جهت‌دار بین گره‌ها هستند. این شبکه نمایشی از شبکه حمل‌ونقل چندوجهی است که گره‌ها مجموعه میادین و ایستگاه‌های توقف سیستم‌های حمل‌ونقل عمومی در درون شهر است. هر کمان بین دو گره بیانگر یک نوع سیستم حمل‌ونقل عمومی واسط بین دو گره است. به دلیل اینکه ممکن است بین دو ایستگاه (گره) سیستم‌های حمل‌ونقل عمومی متفاوتی تردد کنند، این امکان در شبکه وجود دارد که بین دو گره چندین کمان وجود داشته باشد. اگر مسافری بخواهد از راس ۱ (گره مبدا سفر) به راس V (گره مقصد سفر) در شبکه حمل‌ونقل چندوجهی حرکت کند، مطلوب است مسیریابی در این شبکه با ترکیب بهینه سیستم‌های حمل‌ونقل عمومی به طوری که هزینه سفر، زمان سفر و تعداد تغییر نوع سیستم‌حمل‌ونقل (مد) کمینه شود. در واقع مسئله به نوع خاصی از مسائل مسیریابی چندهدفه تبدیل می‌شود. علی‌رغم اینکه مسئله مسیریابی وسایل نقلیه جزء مسایل سخت[1] محسوب می‌شود، می‌تواند به‌صورت یک مدل ریاضی برنامه‌ریزی نمایش داده شود. در این بخش، مدل ریاضی مسئله مسیریابی وسیله نقلیه جهت حداقل کردن هزینه و زمان حمل‌ونقل و همچنین تعداد تغییر مُدهای (نوع) حمل‌ونقل ارائه شده است.

1 .NP-hard

نمادهای مورد استفاده برای مدل‌سازی ریاضی به همراه پارامترهای مدل در جدول ۱ معرفی شده‌اند. متغیرهای تصمیم مسئله از نوع صفر و یک هستند. اگر مسافر از گره i به گره j با وسیله نقلیه نوع m سفر کند متغیر x_{ijm} مقدار یک را خواهد پذیرفت و در صورت عدم انتخاب مسیر و نوع وسیله نقلیه مشخص مقدار این متغیر صفر خواهد بود. متغیر صفر و یک $mode_{jm}$ برای شناسایی تغییر نوع سیستم حمل‌ونقل نوع m در گره میانی j تعریف می‌شود. این متغیر مقدار یک خواهد داشت اگر مسافر در گره میانی jام که با نوع وسیله نقلیه m وارد شده با نوع وسیله نقلیه دیگری خارج شود. در غیر این صورت این متغیر مقدار صفر خواهد داشت.

جدول(۱): نمادها و پارامترهای مدل

نماد	تعریف نمادها
N	مجموعه گره‌های شبکه حمل‌ونقل چندوجهی $(v= 1,\dots,V)$
P	مجموعه سیستم‌های حمل‌ونقل عمومی فعال در شبکه چندوجهی $(m= 1,\dots,M)$
V	گره مقصد در شبکه حمل و نقل چندوجهی
نماد	**تعریف پارامترها**
T_{ijm}	زمان سفر از گره i به گره j توسط وسیله نقلیه (سیستم حمل‌ونقل) نوع m
C_{ijm}	هزینه سفر از گره i به گره j توسط وسیله نقلیه (سیستم حمل‌ونقل) نوع m
T	زمان تغییر وسیله نقلیه در یک ایستگاه (گره) مستقل از نوع سیستم حمل‌ونقل و مکان ایستگاه

در ادامه مدل ریاضی مسئله شامل توابع هدف و محدودیت‌های مسئله تعریف شده است.

$$in\ Z_1 = \sum_{i=1}^{V}\sum_{\substack{j=1\\ i\neq j}}^{V}\sum_{m=1}^{M} C_{ijm} \times x_{ijm} \qquad (1)$$

$$Min\ Z_2 = \sum_{i=1}^{V}\sum_{\substack{j=1\\ i\neq j}}^{V}\sum_{m=1}^{M} (T_{ijm} \times x_{ijm}) + T \times (\sum_{j=2}^{V-1}\sum_{m=1}^{M} \frac{mode_{jm}}{2})$$

Error ! Bookmark not

defin
.ed

(۲)

$$Min\, Z_{۳} = \sum_{j=۲}^{V-۱} \sum_{m=۱}^{M} \frac{mode_{jm}}{۲} \quad (۳)$$

St:

$$\sum_{j=۲}^{V} \sum_{m=۱}^{M} x_{۱jm} = ۱ \quad (۴)$$

$$\sum_{i=۱}^{V-۱} \sum_{m=۱}^{M} x_{iVm} = ۱ \quad (۵)$$

$$\sum_{i=۱}^{V} \sum_{m=۱}^{M} x_{ijm} = \sum_{k=۱}^{V} \sum_{m=1}^{M} x_{jkm} \quad \forall\, j \in N - \{۱, V\} \quad (۶)$$

$$mode_{jm} = \left| \sum_{i=۱}^{V} x_{ijm} - \sum_{k=۱}^{V} x_{jkm} \right| \quad \forall j \in N - \left\{۱, V\right\}, m \in P \quad (۷)$$

$$x_{ijv} \in \left\{۰,۱\right\}, i, j \in N, m \in P$$
$$mode_{jv} \in \left\{۰,۱\right\}, j \in N, m \in P \quad (۸)$$

رابطه (۱) در مدل ارائه شده بیانگر تابع کل هزینه سفر از ایستگاه مبدا به ایستگاه مقصد است. رابطه (۲) زمان سفر در شبکه حمل‌ونقل چندوجهی را اندازه می‌گیرد و شامل دو بخش زمان طی کردن کمان‌های منتخب و جمع زمان‌های تغییر وسیله نقلیه در گره‌های میانی است. تابع هدف (۳) تعداد تغییر نوع سیستم‌های حمل‌ونقل (مُد حمل‌ونقل) در سفر از گره مبدا به گره مقصد را نشان می‌دهد. اگر در یکی از گره‌های کوتاهترین مسیر (مانند گره j) مسافر با وسیله نقلیه اتوبوس (m=۱) وارد شود و به منظور افزایش سرعت عمل و کاهش هزینه قرار باشد وسیله نقلیه در این گره تغییر یابد (مثلاً با تاکسی به گره بعدی برود یا m=۲)، متغیر

$mode_{jm=1}$ برای اندازه‌گیری این تغییر مقدار یک را خواهد گرفت. اگر در این گره مسافر با وسیله نقلیه اتوبوس وارد و با همان وسیله خارج شود، این متغیر صفر خواهد گرفت و هزینه تغییر وسیله نقلیه‌ای به مدل تحمیل نخواهد کرد. لذا در تابع هدف (۳)، کمینه کردن جمع متغیر تغییر نوع وسیله نقلیه به ازای تمامی گره‌های میانی و انواع سیستم‌های حمل‌ونقل برای آسایش و رضایت مسافران وارد شده است. در محدودیت (۷) تعداد تغییر مُدهای حمل‌ونقل به ازای هر گره میانی و هر نوع سیستم حمل‌ونقل اندازه‌گیری می‌شود. در گره میانی j، مسافر ممکن است با سیستم حمل و نقل نوع m از هر گره‌ای وارد شود در این صورت عبارت $\sum_{i=1}^{V} x_{ijm}$ مقدار یک خواهد داشت و اگر نوع سیستم حمل‌ونقل خود را پس از آن تغییر دهد، مقدار $\sum_{k=1}^{V} x_{jkm}$ برابر صفر خواهد بود. اختلاف این دو مقدار در رابطه (۷) یک خواهد شد که بیانگر یک تغییر مد به ازای نوع سیستم حمل نقل نوع m در گره میانی مورد نظر است. به عنوان مثال فرض کنید مسافری با وسیله نقلیه تاکسی (m=۲) وارد گره j شود اما با اتوبوس (m=۱) از این گره خارج شود. در این صورت مقادیر $\sum_{i=1}^{V} x_{ijm=1}$ و $\sum_{k=1}^{V} x_{jkm=1}$ به ترتیب صفر و یک خواهند بود و در نتیجه $mode_{jm=1}$ مقدار یک خواهد داشت که بیانگر آن است که مسافر در گره j وسیله نقلیه خود را تغییر داده است. از طرفی این تغییر مُد به ازای وسیله نقلیه تاکسی نیز ثبت خواهد شد. یعنی در این شرایط متغیرهای $\sum_{i=1}^{V} x_{ijm=2}$ و $\sum_{k=1}^{V} x_{jkm=2}$ به ترتیب مقادیر یک و صفر خواهند داشت و اختلاف آنها در (۷) نیز یک خواهد شد ($mode_{jm=2} = 1$). همانطور که در این مثال نیز مشخص است به ازای یک تغییر مُد در گره j، دو متغیر در تابع هدف (۳) مقدار یک گرفته‌اند. برای اندازه‌گیری صحیح تعداد تغییر نوع سیستم‌ها در کل مسیر منتخب، تابع هدف (۳) بر دو تقسیم شده است.

از طرفی اگر در محدودیت (۷) از تابع قدرمطلق استفاده نمی‌شد، یکی از متغیرهای $mode_{jm}$ مقدار ۱+ و دیگری ۱- می‌گرفت و جمع آنها در تابع هدف (۳) صفر می‌شد و این تغییر مد در این تابع محاسبه نمی‌شد. لذا استفاده از تابع قدرمطلق در محدودیت (۷) هر دو مقدار متناظر با یک تغییر مُد را یک خواهد کرد که با تقسیم جمع آنها در تابع هدف بر دو، مقدار واقعی تغییر نوع سیستم حمل و نقل اندازه‌گیری می‌شود.

محدودیت‌های (۴) و (۵) به ترتیب تضمین‌کننده خروج از گره مبدا و ورود به گره مقصد می‌باشند. مسافر باید در گره ۱ (مبدا سفر) یک مقصد با یک نوع سیستم حمل‌ونقل را انتخاب کند که این شرط در محدودیت (۴) تضمین می‌شود. به طور مشابه در محدودیت (۵) تضمین می‌شود که مسافر باید با یک نوع سیستم حمل‌ونقل و از گره‌ای به جز مقصد (گره V) به آن وارد شود. محدودیت (۶) شرط برقراری تعادل در گره‌های واسطه (گره‌های غیر از مبدا و مقصد) را فراهم می‌کند. به این معنی که مسافر از هر مبدائی با هر نوع وسیله نقلیه‌ای وارد شود باید از آن به هر مقصدی با یک وسیله نقلیه (نه لزوماً وسیله‌ای که با آن سفر می‌کند) از آن خارج شود. نوع متغیرهای تصمیم در روابط (۸) تعریف شده است.

برای اطمینان از درستی مدل پیشنهادی، صحت مدل ریاضی ساخته‌شده با کمک مثال‌های عددی به صورت دستی بازبینی و بررسی شده است. جهت اطمینان بیشتر، مدل ریاضی ارائه شده در نرم‌افزار گمز (GAMS) به صورت تک‌هدفه (تنها یکی از اهداف مسئله در مدل درنظرگرفته شده) کدنویسی و تعدادی مسئله آزمون به کمک آن حل شده‌است. انطباق جواب‌های حاصله از نرم افزار با جواب‌های از پیش مشخص مسائل آزمون به صورت تک‌هدفه بیانگر صحت مدل ارائه شده است.

وجود قدرمطلق در رابطه (۷) در مدل ریاضی ارائه شده بیانگر غیرخطی بودن مدل پیشنهادی است. از طرفی وجود روابط غیرخطی در مدل‌های ریاضی امکان استفاده از الگوریتم‌های حل مسائل خطی را محدود می‌کند و باعث کاهش سرعت الگوریتم‌های حل دقیق می‌شود. استفاده از خاصیت ۱ برای خطی کردن محدودیت (۷) به ارتقاء سرعت حل مسئله کمک خواهد کرد.

خاصیت ۱: چنانچه متغیرهای X، Y و Z متغیرهای صفر و یک باشند، محدودیت غیرخطی $Z = |X - Y|$ را می‌توان به مدل خطی زیر تبدیل کرد که در آن t یک متغیر صفر و یک می‌باشد.

$$\begin{aligned} &Z = ۲t - (X - Y) \\ &X \leq Y + t \\ &X, Y, Z, t \in \{۰,۱\} \end{aligned} \tag{۹}$$

اثبات: برای محاسبه متغیر Z سه حالت متفاوت رخ می‌دهد؛ اگر X برابر، کوچکتر و یا بزرگتر از Y باشد که در هر حالت مقدار Z از رابطه Y-X انتظار می‌رود به ترتیب برابر صفر، یک و منفی یک باشد. در حالت تساوی X و Y، باتوجه به پیش فرض صفر بودن متغیر کمکی t، در رابطه $X \le Y + t$ مقدار t صفر خواهد شد و مطابق $Z = ۲t - (X - Y)$، مقدار Z مطابق انتظار صفر خواهد شد. به طور مشابه زمانی که X کوچکتر از Y باشد (زمانی که Y و X به ترتیب صفر و یک باشند)، متغیر t در محدودیت مربوطه صفر خواهد بود و مقدار Z از رابطه $Z = ۲t - (X - Y)$ همان مقدار انتظاری یک را می‌گیرد. اما زمانی که X بزرگتر از Y باشد، در محدودیت $X \le Y + t$ متغیر t باید مقدار یک را بگیرد تا این رابطه درست باشد. در این صورت متغیر Z از رابطه $Z = ۲t - (X - Y)$ مجدداً مقدار یک را می‌گیرد که همان مقدار تابع $|X - Y|$ است.

به این ترتیب با استفاده از خاصیت ۱ و جاگزینی روابط (۱۰) و (۱۱) به شرح زیر با رابطه (۷) در مدل پیشنهادی می‌توان مدل ریاضی ارائه شده را خطی کرد.

$$mode_{jm} = ۲y_{jm} - \left(\sum_{i=۱}^{V} x_{ijm} - \sum_{k=۱}^{V} x_{jkm}\right) \quad \forall j \in N - \{۱, V\}, m \in P \quad (۱۰)$$

$$\sum_{i=۱}^{V} x_{ijm} \le \sum_{k=۱}^{V} x_{jkm} + y_{jm} \quad \forall j \in N - \{۱, V\}, m \in P \quad (۱۱)$$

به طوری که متغیرهای کمکی y_{jm} از نوع صفر و یک هستند و به مدل قبلی اضافه می‌شوند.

روش‌شناسی

عموماً مسائل برنامه‌ریزی ریاضی تک‌هدفه دارای جواب‌های منحصر به فرد و یا چندگانه بهینه هستند. اما مدل‌های چندهدفه مانند مدل پیشنهادی این مقاله دارای جواب یکتا نیستند. مدل‌های ریاضی چندهدفه[1] (MOMP)، با بیش از یک تابع هدف عموماً راه‌حل بهینه‌ای که

1 .Multi-objective mathematical programming

به‌طور هم‌زمان بهینه‌سازی تمام توابع عینی را انجام دهد، وجود ندارد. در این موارد، تصمیم‌گیرندگان به‌دنبال راه‌حل "بیشتر ترجیح‌داده" در مقایسه با راه‌حل بهینه هستند (بریگم و همکاران، ۲۰۱۷). در مسائل چندهدفه به‌جای مفهوم بهینگی از اصطلاح بهینگی پارتو و یا بهره‌وری استفاده می‌شود که تصمیم‌گیرنده بر اساس ارجحیت‌های خود مناسب‌ترین جواب را از راه‌حل‌های بهینه پارتو انتخاب می‌کند. گروهی از روش‌های تعیین راه‌حل‌های پارتو در مسائل چندهدفه به روش‌های دقیق مانند روش محدودیت اپسیلون معروف‌اند. اما این روش‌ها برای حل مسائل با درجه پیچیدگی بالا و موسوم به NP-hard کارایی لازم را ندارند و پیشنهاد می‌شود از الگوریتم‌های فراابتکاری برای حل این مسائل استفاده شود. در این بخش برای حل مسئله از دو روش دقیق محدودیت اپسیلون و الگوریتم فراابتکاری کلونی مورچگان استفاده شده‌است. در نهایت با استفاده از مثال‌های عددی عملکرد دو روش با یکدیگر مقایسه شده است.

روش محدودیت اپسیلون

مسئله چندهدفه کوتاه‌ترین مسیر در پی یافتن کوتاه‌ترین مسیر بین یک جفت گره مبدا و مقصد در شبکه می‌باشد به طوری که همزمان دو یا چند تابع هدف مانند زمان و مسافت سفر را کمینه کند. این مسئله نوع خاصی از مسائل برنامه‌ریزی ریاضی چندهدفه به فرم کلی زیر هستند.

$$Min\ F(x) = (f_i(x), \dots, f_n(x))$$

$St:$

$$g(X) \leq 0$$
$$h(X) = 0$$
$$X \in R$$

که در آن، $f_i(x)$ تابع هدف iام مسئله بهینه‌سازی چندهدفه؛ $g(x)$ مجموعه قیود نامساوی مسئله بهینه‌سازی چندهدفه و $h(x)$ مجموعه قیود مساوی مسئله بهینه‌سازی چندهدفه می‌باشد.

در روش محدودیت اپسیلون، یکی از اهداف مسئله در مدل ریاضی باقی می‌ماند و سایر اهداف مسئله به صورت محدودیت با حد پذیرش در محدودیت‌ها قرار داده می‌شوند. به

عنوان مثال اگر هدف $f_i(x)$ از همه مهم‌تر باشد، آن تابع هدف در تابع هدف مسئله باقی می‌ماند و سایر اهداف $(f_j(x)|j \neq i)$ در محدودیت‌ها قرار می‌گیرند. یعنی $f_j(x) \geq \varepsilon_j$ (اگر توابع مینیمم باشند، برای هر هدف حد پایین، ε_j، مشخص می‌شود). در این صورت مسئله چندهدفه به مسئله ریاضی تک‌هدفه تبدیل می‌شود که از روش‌های متعارف قابل حل است. با تغییر مقادیر حد پذیرش مجموعه‌ای از راه‌حل‌های بهینه پارتو حاصل می‌شود (ماورتاس[1]، ۲۰۰۹).

الگوریتم فراابتکاری مورچگان چندهدفه

بهینه‌سازی جمعیت مورچگان اولین بار توسط دوریگو و همکاران[2] (۱۹۹۱) برای حل مسئله فروشنده دوره‌گرد پیشنهاد شد (دوریگو و همکاران، ۱۹۹۶؛ دو و هی[3]، ۲۰۱۲). این الگوریتم که نوعی از سیستم‌های چندعامله‌ای است از رفتار غذایی مورچه‌های واقعی الهام گرفته شده به طوریکه هر عامل، یک مورچه مصنوعی می‌باشد. همچنین این الگوریتم نمونه موّفقی از سیستم‌های هوشمند گروهی است که در آن هر عامل، عمل ساده‌ای را انجام می‌دهد ولی انجام این عمل ساده در کل باعث حل شدن مسائل NP-hard می‌شود. در فرآیند بهینه‌سازی اغلب اوقات واجب است تا در هر تکرار تعدادی هدف شمارش شوند. بنابراین الگوریتم‌های کلونی مورچگان باید سازگاری لازم را جهت یافتن مجموعه‌ای از جواب‌های مناسب داشته‌باشند تا بهترین پوشش را برای نواحی مختلف پارتو بدست دهند (قزایل و همکاران[4]، ۲۰۰۹). الگوریتم کلونی مورچگان اساساً جهت حل مسائل مربوط به مسیریابی طراحی شده است و در مقایسه با سایر الگوریتم‌های فراابتکاری مانند الگوریتم ژنتیک بهترین کارایی را دارد (صالحی صدقیانی، ۱۳۸۹؛ کامروز خدایار و همکاران، ۱۳۹۰).

1 .Mavrotas
2 .Dorigo
3 .Du and He
4 .Ghezail et al.

در دهه گذشته الگوریتم بهینه‌سازی چندهدفه کلونی مورچگان (MOACO) برای مسائل بهینه‌سازی ترکیبی چندهدفه مورد توجه قرار گرفته‌است و محققینی مانند دوریگو و استوتزل[1] (۲۰۰۴)؛ چیکا و همکاران[2] (۲۰۱۱)؛ دورنر و همکاران[3] (۲۰۰۶)؛ کی و همکاران[4] (۲۰۱۰)؛ مورا و همکاران[5] (۲۰۰۹) برای توسعه آن تلاش کرده‌اند.

در شکل ۱ مراحل الگوریتم مورچگان چندهدفه برای حل مسئله نشان داده شده‌است. فرض کنید شبکه‌ای با N گره و K مورچه موجود است. اگر مورچه kام در گره iام باشد؛ احتمال اینکه گره jام را از بین گره‌های انتخاب نشده N انتخاب کند به‌صورت رابطه (۱۲) است:

$$P_{ij}^{k} = \begin{cases} \dfrac{\tau_{ij}(t)^{\alpha}.\eta_{ij}^{\beta}}{\sum l\epsilon N\, \tau_{il}(t)^{\alpha}.\eta_{ij}^{\beta}}, & \text{اگر } j\epsilon N \\ ۰, & \text{در سایر موارد} \end{cases} \qquad (۱۲)$$

فرمون‌ریزی موضعی بر اساس رابطه (۱۳) انجام می‌شود:

$$\Delta_{ij}^{k} = \begin{cases} \dfrac{۱}{L_k}, & \text{اگر مورچه } k\text{ام از گره } i \text{ به گره } j \text{ رود} \\ ۰, & \text{در غیر این‌صورت} \end{cases} \qquad (۱۳)$$

فرمون‌ریزی سراسری طبق رابطه (۱۴) روی یال‌های آن انجام می‌شود:

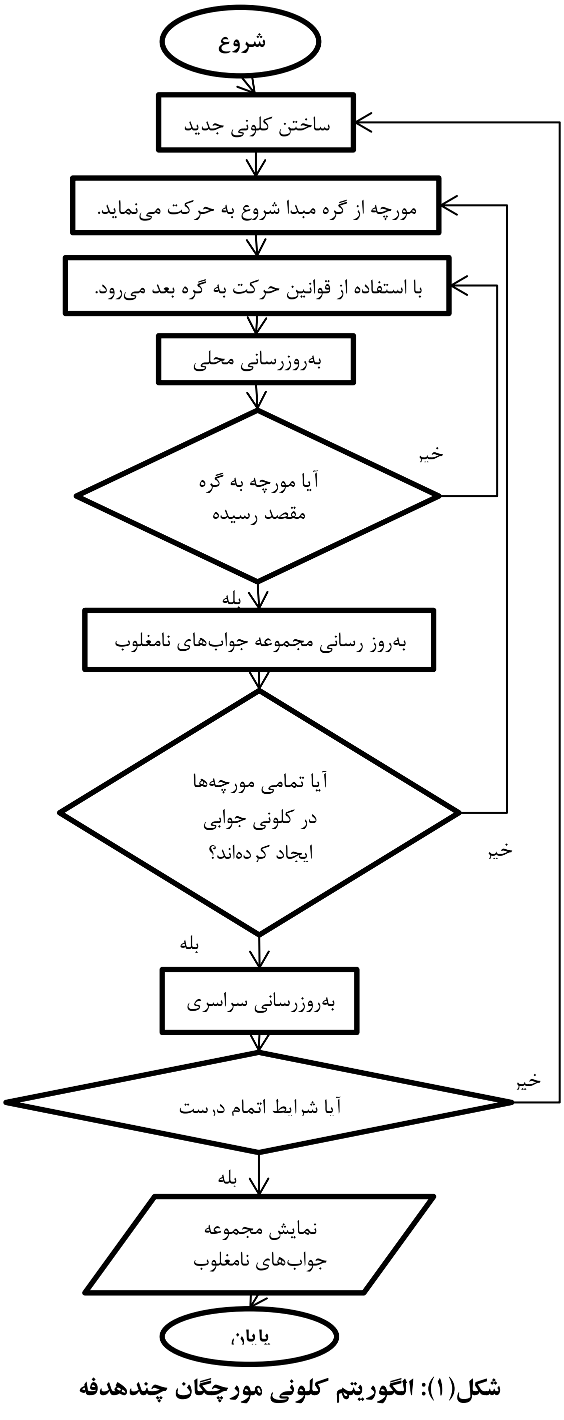
$$\tau_{ij}(t+1) = (1-\rho)[\tau_{ij}(t) + \sum_{k=۱}^{m} \Delta_{ij}^{k}(t)] \qquad (۱۴)$$

$\eta_{ij} = \frac{۱}{d_{ij}}$ اطلاعات اولیه مساله است که فضای مساله را توصیف می‌کند، به‌عبارتی میزان دید روی هر یال است. $\tau_{ij}(t)$ نشان‌دهنده میزان فرمون روی هر یال است که بیانگر مطلوبیت مسیر است. پارامترهای α و β نشان‌دهنده اهمیت نسبی میزان فرمون و میزان دید و ρ میزان کاهش فرمون (درصد تبخیر) است.

1 .Dorigo and Stützele
2 .Chica et al.
3 .Doerner et al.
4 .Ke et al.
5 .Mora et al.

مراحل اجرای این فرایند در قالب شبه برنامه زیر ارائه می‌شود:

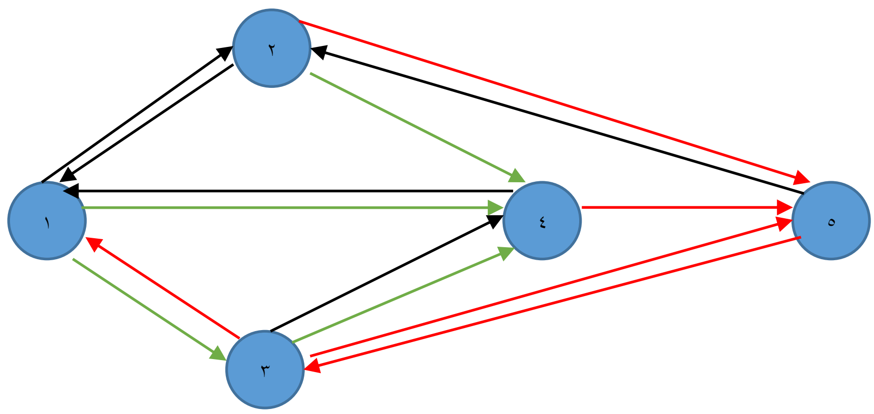
۱. شروع
۲. S را یک دنباله فرومون اولیه فرض کنید.
۳. P را یک مجموعه پارتو اولیه برای یک مجموعه تهی در نظر بگیرید.
۴. N و K را به‌ترتیب برابر تعداد گره‌های شبکه و تعداد مورچه‌ها در نظر بگیرید.
۵. در شروع کار، یکی از مورچه‌ها به قصد رسیدن به مقصد، از مبدا شروع به حرکت می‌نماید. در اینجا ایستگاه‌های بعدی براساس کمترین زمان، هزینه و تغییر نوع وسیله نقلیه انتخاب می‌گردند و هر بار دنباله فرومون به‌روز رسانی محلی می‌شود تا انتخاب تمامی گره‌ها جهت رسیدن به مقصد.
۶. اگر مورچه به مقصد رسید مجموعه جواب‌های نامغلوب به‌روز رسانی می‌شود و سایز آرشیو پارتو کاهش می‌یابد.
۷. بهترین جواب‌های اولیه مطابق توابع هدف مختلف موردنظر تعیین می‌گردد.
۸. فرومون مطابق بهترین جواب‌های محاسبه‌شده به‌روز رسانی عمومی می‌شود.
۹. اگر تمامی مورچه‌ها جواب تولید کرده باشند، به‌روز رسانی سراسری انجام می‌شود.
۱۰. مجموعه جواب‌های نامغلوب نمایش داده می‌شود.



شکل(۱): الگوریتم کلونی مورچگان چندهدفه

یافته‌ها

در این بخش به منظور مقایسه عملکرد روش‌های توسعه داده شده، تعدادی شبکه چندوجهی با داده‌های تصادفی تولید و هر یک با دو روش دقیق و فراابتکاری حل و نتایج هر دو رویکرد با یکدیگر مقایسه شده است. شکل ۲ یک نمونه از شبکه چندوجهی با پنج گره را نشان می‌دهد. گره‌ها معرف ایستگاه‌های توقف سیستم‌های حمل‌ونقل عمومی در شهر و هر یک از یال‌های موجود در شبکه با رنگ مشخص، بیانگر نوع خاصی از سیستم حمل‌ونقل واسط بین دو ایستگاه می‌باشد. به عنوان مثال خط قرمز نشان‌دهنده مترو، خط سبز برای اتوبوس و خطوط مشکی، تاکسی را نشان می‌دهند. مقادیر هزینه و زمان سفر توسط هر نوع سیستم حمل‌ونقل بین دو گره به صورت تصادفی تولید شده‌است. در واقعیت این امکان وجود دارد که این مقادیر بر اساس مقادیر پیش‌بینی برآورد شوند. گره ۱ و ۵ به ترتیب ایستگاه‌های مبدا و مقصد سفر مسافر در شبکه حمل‌ونقل چندوجهی است.



شکل (۲): شبکه حمل‌ونقل چندوجهی

به طور مشابه مسائلی با ۱۰ و ۱۵ گره نیز ساخته شده است. هر یک از مسائل با دو رویکرد محدودیت اپسیلون و الگوریتم مورچگان چندهدفه حل شده‌است. برای حل مسائل نمونه با روش محدودیت اپسیلون، تابع هدف هزینه سفر به عنوان مهمترین تابع در تابع مسئله تک

هدفه قرار داده شده و حد آستانه سایر توابع هدف بر اساس مقدار بهینه آن‌ها (مقدار بهینه مسئله با تک هدف) تعیین شده است. در جدول ۱، مجموعه مقدار توابع هدف سه‌گانه برای راه‌حل‌های بهینه پارتو حاصل از روش محدویت اپسیلون در کنار زمان حل مسئله نشان داده شده است. همچنین حداقل و حداکثر مقدار هر یک از توابع هدف به ازای هر مسئله در این جدول نمایش داده شده‌است.

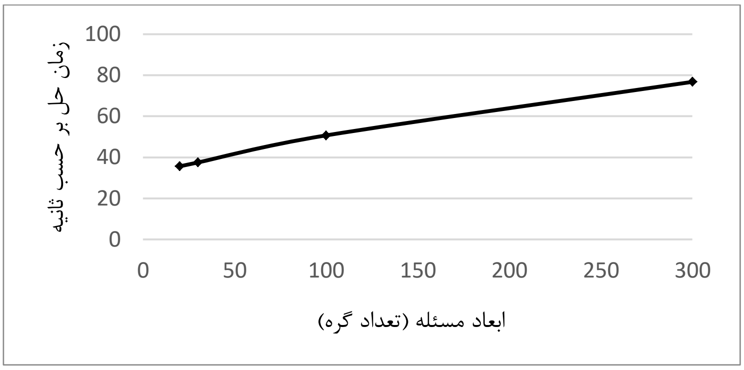
همان مسائل نمونه توسط الگوریتم فراابتکاری الگوریتم مورچگان چندهدفه که در نرم افزار متلب کدنویسی شده نیز حل شده‌است. به منظور تنظیم پارامترهای الگوریتم (جمعیت اولیه، α ، β و ρ)، برای هر یک دو مقدار حد پایین و بالا در نظر گرفته شده و مسئله‌ای با ۲۰ گره با ترکیبات مختلف مقدار پارامترها حل شده است. الگوریتم مورچگان با جمعیت ۴۰، α و β برابر یک و همچنین ρ برابر ۰/۰۵ از میان الگوریتم‌ها با مقادیر مختلف پارامترها بهترین زمان حل و کیفیت جواب را دارد. لذا الگوریتم مورچگان با پارامترهای تنظیم‌شده فوق برای حل مسائل نمونه استفاده شده است. در جدول ۱، مقدار توابع هدف راه‌حل‌های بهینه پارتو حاصل از الگوریتم فراابتکاری مورچگان نیز در کنار زمان حل مسئله نشان داده شده‌است. مقایسه زمان‌های حل مسائل با دو روش منتخب نشان می‌دهد که الگوریتم فراابتکاری در مسائلی با ابعاد بزرگ (بیشتر از ۱۰ گره) نسبت به روش دقیق کارایی بیشتری از نظر زمان حل مسئله دارد (صدیقی و همکاران، ۲۰۱۴). از طرفی دیگر مقایسه جواب‌های بهینه پارتو حاصل از روش ریاضی و الگوریتم کلونی مورچگان بیانگر آن است که جواب‌های بهینه پارتوی هر دو روش نزدیکی زیادی به هم دارند.

جدول (۱): نتایج حل مدل برای شبکه‌های مثال

حداکثر مقدار ممکن (تغییر مد، زمان، هزینه)		حداقل مقدار ممکن (تغییر مد، زمان، هزینه)		راه‌حل‌های بهینه پارتو (تغییر مد، زمان، هزینه)		زمان اجرای برنامه (ثانیه)		تعداد گره
روش فراابتکاری	روش دقیق	روش فراابتکاری	روش دقیق	روش فراابتکاری	روش دقیق	روش فراابتکاری	روش دقیق	
(۲۸۰،۳۸،۲)	(۲۸۰،۳۸،۲)	(۱۳۰،۲۵،۱)	(۱۳۰،۲۵،۱)	(۲۸۰،۲۵،۱) (۱۴۰،۲۸،۱) (۱۳۰،۳۸،۲)	(۲۸۰،۲۵،۱) (۱۹۰،۳۶،۲) (۱۳۰،۳۸،۲)	۲۷/۳۱۸۸	۹	۵
(۵۷۰،۶۷،۳)	(۵۷۰،۶۷،۳)	(۳۷۰،۴۰،۱)	(۳۷۰،۴۰،۱)	(۳۷۰،۴۰،۱)	(۳۷۰،۴۰،۱)	۲۹/۶۸۳۲	۲۸	۱۰
(۱۵۱۰،۸۸،۶)	(۱۵۱۰،۸۸،۶)	(۳۷۰،۲۷،۰)	(۳۷۰،۲۷،۰)	(۳۷۰،۲۷،۱) (۳۳۰،۴۳،۲) (۵۰۰،۴۰،۰)	(۳۷۰،۲۷،۱) (۳۳۰،۴۳،۲)	۳۲/۴۵۵	۷۸۸۰	۱۵

با توجه به جدول بالا، مشاهده می‌شود که مسیر بهینه از نظر هزینه الزاماً از نظر زمان و یا تعداد تغییر مُد نیز بهینه نمی‌باشد. در این حالت مدل پیشنهادی مجموعه‌ای از مسیرهای بهینه را ارائه می‌دهد تا هر کاربر با توجه به پارامترهای مورد نظر خود مسیر دلخواهش را برگزیند.

همانطور که اشاره شد، زمان حل مسائل با ابعاد بزرگ در الگوریتم دقیق زیاد می‌باشد. برای ارزیابی زمان حل مسئله با الگوریتم فراابتکاری تعدادی مثال عددی با اندازه‌های ۲۰، ۳۰، ۱۰۰ و ۳۰۰ گره نیز طراحی شده‌است. شکل ۳، زمان حل مسائل با ابعاد مختلف را با الگوریتم فراابتکاری مورچگان نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که الگوریتم طراحی شده در مورد شبکه‌های بزرگ نیز در زمان منطقی قادر به پاسخگویی می‌باشد.



شکل (۳): زمان اجرای الگوریتم برحسب تعداد گره‌ها در شبکه‌های بزرگ

علاوه بر ارزیابی دو روش ذکر شده بر مبنای زمان حل مسئله، کیفیت جواب‌های بهینه پارتوی هر دو روش نیز بر مبنای محاسبه و مقایسه سنجه‌های ارزیابی بایکدیگر مقایسه شده است. برای مقایسه کیفیت جواب‌ها لازم است جواب‌های بهینه پارتو واقعی (مجموعه راه‌حل‌های مرجع) به عنوان مبنای مقایسه کیفیت جواب‌ها محاسبه شود (خلیلی دامغانی[1]، ۲۰۱۳). برای اینکار برای هر مثال عددی الگوریتم فراابتکاری ۱۰بار اجرا شده و مجموعه بهینه پارتو حاصل از اجرای آن‌ها در مجموعه‌ای ذخیره شده است. سپس نتایج حاصل از روش دقیق نیز به آن‌ها اضافه شده است. از میان مجموعه جواب‌های بهینه پارتو، مجموعه‌ای از راه‌حل‌ها که شامل کلیه جواب‌های نامغلوب می‌باشد به عنوان مجموعه مرجع شناسایی شده اند.

برای ارزیابی دقت[2] و پراکندگی[3] جواب‌های بهینه پارتو حاصل از یک روش حل مسائل برنامه‌ریزی چندهدفه از سنجه‌های مختلفی استفاده می‌شود. سه سنجه NNS[4]، ER[5] و SM[6] به شرح تعریف و روابط زیر برای ارزیابی جواب‌های بهینه پارتو حاصل از اجرای هر روش استفاده شده است. سنجه NNS تعداد جواب‌های نامغلوبی که در هر بار اجرای الگوریتم تولید می‌شود را نشان می‌دهد. جواب‌های نامغلوب به‌دست آمده با مجموعه مرجع مقایسه می‌شوند

1 . Khalili-Damghani
2 .Accuracy
3 .Diversity
4 .Number of Non Dominated Solution
5 .Error Ratio
6 .Spacing Metric

و اگر منطبق بودند شمارش شده و اگر مغلوب شدند، شمارش نمی‌شوند. ER واگرایی روش حل را از پارتوی واقعی نشان می‌دهد. تعریف این سنجه مطابق رابطه زیر می‌باشد که در آن e_i یک است اگر جواب iام از مجموعه راه‌حل‌های پارتو حاصل متعلق به مجموعه مرجع نباشد و در غیر این صورت صفر خواهد بود. n نیز تعداد جواب‌های راه‌حل‌های بهینه پارتو است. هرچه این سنجه به یک نزدیک‌تر باشد، همگرایی جواب‌های به‌دست آمده به سمت پارتو کمتر است.

$$ER = \frac{\sum_{i=۱}^{n} e_i}{n} \tag{۱۵}$$

سنجه SM یکنواختی انتشار و پراکندگی نقاط مجموعه جواب به‌دست آمده از اجرای الگوریتم را اندازه‌گیری می‌کند. برای محاسبه این سنجه در ابتدا باید مقدار $\bar{\mathrm{d}}$ (میانگین d_iها) محاسبه شود. در آن PF مجموعه راه‌حل‌های مرجع، m تعداد توابع هدف، z_k^i مقدار تابع هدف kام از راه‌حل iام مجموعه راه‌حل‌های بهینه پارتو می‌باشند.

$$d_i = \min_{\mathrm{p\epsilon PF}}\{\sqrt{\sum_{k=۱}^{m}(z_k^i - z_k^p)^۲}\} \tag{۱۶}$$

سپس SM از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$SM = \sqrt{\sum_{i=۱}^{n}\frac{(\bar{d} - d_i)^۲}{n - ۱}} \tag{۱۷}$$

جدول ۲ مقدار سنجه‌های ارزیابی عملکرد دو روش حل پیشنهادی را برای شبکه‌های حمل‌ونقل چندوجهی با ابعاد مختلف نشان می‌دهد. البته امکان حل مسائل با ابعاد بیشتر از ۱۵ گره ممکن نبوده است. از بررسی نتایج ملاحظه می‌شود که جواب‌های حاصل به سمت پارتو همگرایی دارند، زیرا اعداد به‌دست آمده برای ER از یک فاصله قابل توجهی دارند. همچنین

مشاهده می‌شود که جواب‌های حاصل از الگوریتم فراابتکاری از یکنواختی مناسبی برخوردار می‌باشند.

جدول (۲): مقایسه مقدار سنجه‌های عملکرد الگوریتم مورچگان و روش دقیق

SM		ER		NNS		تعداد کل جواب های تولیدشده		تعداد اعضای مجموعه پارتو		تعداد گره‌ها
روش فراابتکاری	روش دقیق	روش فراابتکاری	روش دقیق	روش فراابتکاری	روش دقیق	روش فراابتکاری	روش دقیق	روش فراابتکاری	روش دقیق	
۰	۰	۰	۰	۰	۳	۳	۳	٤	٤	**۵**
۰	۰	۰	۰	۰	۳	۲	۳	۳	۳	**۱۵**
–	۷/٦۱۹۵	–	۰/۱٤۲۹	–	۸	–	۹	–	۱۲	**۲۰**
–	۰	–	۰	–	۸	–	۸	–	۱۸	**۳۰**
–	۰	–	۰	–	۵	–	۵	–	۲۲	**۱۰۰**
–	۸۳/۲۲۳۸	–	۰/۱۱۱۱	–	۸	–	۹	–	۳٦	**۳۰۰**

بحث و نتیجه‌گیری

شبکه‌ای از سیستم‌های حمل‌ونقل عمومی در شهرهای بزرگ که گره‌های آن را ایستگاه‌ها و کمان‌های آن را سیستم‌های حمل‌ونقل عمومی تشکیل دهند، شبکه‌های حمل‌ونقل چندوجهی می‌نامند. هدف این مقاله ارائه راه‌حل ریاضی برای مسیریابی در چنین شبکه‌هایی است تا به تصمیم‌گیری صحیح مسافران کمک کند. مدلی ریاضی چندهدفه‌ای شامل کمینه کردن هزینه، زمان و تعداد تغییر وسیله نقلیه برای مسئله مسیریابی در شبکه‌های حمل و نقل چندوجهی بر اساس ویژگی‌های سیستم‌های حمل‌ونقل عمومی درون‌شهری پیشنهاد شده است. مدل ریاضی ارائه شده غیرخطی است که با یک رویکرد ابتکاری به تابع خطی تبدیل شده تا درجه پیچیدگی حل آن کاهش یابد. همچنین با استفاده از مثال‌های عددی صحت مدل پیشنهادی بررسی شده است. با توجه به چندهدفه بودن مسئله ریاضی و اینکه جواب این

نوع مسائل، مجموعه راه‌حلی به نام جواب بهینه پارتو است، روش‌های حل این نوع مسائل نیز مجموعه‌ای جواب برای این منظور ارائه می‌کنند تا تصمیم‌گیرنده بر اساس ارجحیت‌های خود بهترین راه‌حل را انتخاب کند. به منظور حل مسئله دو رویکرد دقیق و فراابتکاری ارائه شده است. روش دقیق محدودیت اسپیلون از جمله روش‌های دقیق و الگوریتم فراابتکاری مورچگان برای حل مسئله توسعه داده شده‌است. اجرای این روش‌ها نشان می‌دهد برای مسائل کمتر از ۱۵ گره هر دو روش قابلیت دستیابی به جواب را دارند اما با افزایش تعداد گره‌های شبکه، کارایی روش دقیق (زمان حل مسئله) کاهش می‌یابد. الگوریتم فراابتکاری توسعه داده شده مسائلی تا ۳۰۰ گره را در زمان منطقی (کمتر از ۸۰ ثانیه) حل می‌کند. کیفیت جواب‌های بهینه پارتو دو روش با سنجه‌های ارزیابی مقایسه شده‌اند و نتایج نشان می‌دهد برای تعداد گره کمتر از ۱۵ کیفیت هر دو روش مشابه و به ازای شبکه‌هایی با تعداد گره بیشتر از ۱۵ کیفیت جواب‌ها قابل قبول است. اضافه کردن زمان‌بندی سیستم‌های حمل‌ونقل در ایستگاه‌ها و تصادفی کردن زمان‌های سفر از پیشنهادات تحقیقات آتی این پژوهش است.

منابع

برادران، و.، شاه‌محمد، ح.، واقفی، پ. (۱۳۹۲). «ارائه مدل و نرم‌افزار مسیریابی در شهرها بر اساس معیارهای چندگانه»، *سیزدهمین کنفرانس بین‌المللی مهندسی حمل‌ونقل و ترافیک*، تهران، ایران.

حسنی‌نسب، س.ش.، صفارزاده، م.، ممدوحی، ا. (۱۳۹۰). «روشی برای مسیریابی بهینه در حمل‌ونقل همگانی یکپارچه شبکه اتوبوس و اتوبوس تندرو»، *مهندسی حمل‌ونقل*، سال دوم، شماره چهارم، ۳۱۶-۳۰۳.

کامروز خدایار، گ.، کفاش چرندایی، ن. و آل شیخ، ع.ا. (۱۳۹۰)، «ارزیابی و مقایسه عملکرد الگوریتم‌های بهینه‌سازی کلونی مورچه‌ها و ژنتیک در حل مسئله فروشنده دوره‌گرد»، *مجموعه مقالات همایش ژئوماتیک*، اردیبهشت ۹۰، ۲۵-۲۷، تهران، ایران.

عینی، ا.، صالحی‌پور، ا. (۱۳۹۰). "ارائه یک الگوریتم برای یافتن کوتاه‌ترین مسیر در شبکه‌های حمل و نقل"، *فصلنامه علمی و پژوهشی مطالعات مدیریت صنعتی*، سال هشتم، شماره ۲۱، ۱۸۰-۱۶۷.

خاتمی فیروزآبادی، ع.، محبی، ح.، زارعی محمود آبادی، م. (۱۳۹۰). "الگوریتمی جهت حل مسئله کوتاهترین مسیر مبتنی بر قوانین دارهای الکتریکی"، *فصلنامه علمی و پژوهشی مطالعات مدیریت صنعتی*، سال هشتم، شماره ۲۱، ۶۱-۳۹.

صالحی صدقیانی، ج. (۱۳۸۹). "حل مسئله فروشنده دوره‌گرد متقارن با در نظر گرفتن زمان عزیمت فازی بین شهرها توسط الگوریتم فراابتکاری مورچگان"، *فصلنامه علمی و پژوهشی مطالعات مدیریت صنعتی*، سال هشتم، شماره ۱۸، ۱۲۲-۱۰۵.

Aneja, Y.P., Aggarwal, V .and Nair, K.P.K. (1983), “Shortest chain subject to side constraints ,”*Networks* ,Vol. 13, No. 2, pp. 295–302.

Bevrani, B., Burdett, R.L ,.Bhaskar, A., Yarlagadda, P. K.D.V. (2017). “A Capacity Assessment Approach for Multi-Modal Transportation Systems ,” *European Journal of Operational Research* ,Vol. 263, No. 3, pp. 864-878. doi: 10.1016/j.ejor.2017.05.007.

Bezerra, L. C. T ,.Goldbarg, E. F. G., Goldbarg, M. C., and Buriol, L. S. (2011" ,(Grace: A generational randomized aco for the multi-objective shortest path problem ".*International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization* ,Evolutionary Multi-Criterion Optimization, pp 535-549.

Bezerra, L.C.T., Goldbarg ,E.F.G., Goldbarg, M.C. and Buriol, L.S. (2013), "Analyzing the impact of MOACO components: An algorithmic study on the multi-objective shortest path problem ,"*Expert Systems with Applications* ,Vol. 40, pp. 345–355.

Breugem, T., Dollevoet, T. and van den Heuvel, W. (2017). "Analysis of FPTASes for the Multi-Objective Shortest Path Problem ,"*Computers and Operation Research* ,Vol. 78, pp. 44-56.

Chandra ,S., Braughton, M., Galicia, L. D., Sanchez, A., Medina, M., Aldrete, R. (2016" .(A multi-modal transportation score to evaluate infrastructure supply-demand for commuters", International Conference on Sustainable Design, Engineering and Construction ,*Procedia Engineering* ,Vol. 145, pp. 304 – 311.

Chica, M., Cordón, O ,.Damas, S. and Bautista, J. (2011" .(A new diversity induction mechanism for a multi-objective ant colony algorithm to solve a real-world time and space assembly line balancing problem ,"*Memetic Computing* , Vol. 3 ,pp.15–24.

Climaco, J.C.N ,.Craveirinha, J.M.F., Pascoal, M.M.B" .)۲۰۰۳(.A bicriterion approach for routing problems in multimedia networks ,"*Networks* , Vol. 41, No. 4, pp. 399–404.

Dib, O., Manier, M. and Caminada, A. (2015" .(Memetic Algorithm for Computing Shortest Paths in Multimodal Transportation Networks ," *Transportation ResearchProcedia* ,Vol. 10 ,pp .۷۵۵-۷٤۵ .

Dijkstra ,E.W. (1959). "A note on two problems in connection with graphs ," *Numerische Mathematik* ,Vol. 1, pp. 269–271.

Doerner, K., Hartl, R. F. and Reimann, M" .(۲۰۰۱) .Are competants more competent for problem solving? The case of a multiple objective transportation problem". GECCO'01. Berlin, Heidelberg :Morgan Kaufmann, p. 802 .

Dorigo, M. and Stützele, T. (2004" ,(*Ant Colony Optimization* ,"MIT Press, Cambridge, MA.

Dorigo, M., Maniezzo, V. and Colorni, A" ,(۱۹۹٦) .Ant system: Optimization by a colony of cooperating agents ,"*IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics Part B* ,Vol. 26, No. 1, pp.٤١–۲۹ .

Dorigo, M., Maniezzo, V. and Colorni,A“ ,(۱۹۹۱) .Ant System: An Autocatalytic Optimizing Process, Technical Report ,"Dipartimento di Elettronica e Informazione, Politecnico di Milano.

Du, L. and He, R. (2012). “Combining Nearest Neighbor Search with Tabu Search for Large-Scale Vehicle Routing Problem ,"*Physics Procedia* ,Vol. 25, pp. 1536-1546.

Duque, D., Lozano, L. and Medaglia, A.L“ ,(۲۰۱٥) .An exact method for the biobjective shortest path problem for large-scale road networks ,"*European Journal of Operational Research* ,Vol. 242. No. 3, pp. 788–797 .

Ergun, F., Sinha, R. and Zhang, L. (2002“ .(An improved FPTAS for restricted shortest path ,"*Information Processing Letters* ,Vol. 83, pp. 287–291 .

Ghezail, F., Pierreval, H. and Hajri-Gabouj ,S. (2009), “Multi Objective Optimization Using Ant Colonies Complex Systems and Self-organization Modelling ,"*Part of the series Understanding Complex Systems* ,pp. 65-70.

Ghoseiri, K. and Nadjari ,B. (2010), “An ant colony optimization algorithm for the bi-objective shortest path problem ,"*Applied Soft Computing* ,Vol. 10, pp. 1237–1246.

Glover ,F. and Laguna, M. (1997“ ,(*Tabu Search* ,"Kluwer Academic Publishers.

Goldberg ,H.C. (2005). “Computing the shortest path :A* meets graph theory ,"*Proceedings of the 16th Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms (SODA 2005 ,(*SIAM .

Gunichev, A., Bedathur, S., Seufert, S. and Weikum, G. (2010). “Fast and accurate estimation of shortest paths in large graphs”, in :*Proc* ۱۹ *.th ACM International Conference on Information and Knowledge Management, Toronto, Canada* ,pp. 499–508.

Gutiérrez-Jarpa ,G., Laporte, G., Marianov, V., Mocciad, L“ ,(۲۰۱۷) .Multi-objective rapid transit network design with modal competition : The case of Concepción ,Chile ,"*Computers & Operations Research* , Vol ,۷۸ .pp. 27-43 .

Hadas, Y., Nahum, O.E. (2016), "Urban bus network of priority lanes :A combined multi-objective ,multi-criteria and group decision-making approach ," *Transport Policy* ,Vol. 52, pp.۱۹۶-۱۸۶ .

Handler, G. and Zang, I" ,(۱۹۸۰) .A dual algorithm for the constrained shortest path problem ,"*Networks* ,Vol. 10, No. 4, pp. 293–310.

Huguet, M. and Kirchler, D. (2013), Pierre Parent, Roberto Wolfler Calv , "Efficient algorithms for the-۲ Way Multi Modal Shortest Path Problem ," *Electronic Notes in Discrete Mathematics* ,Vol ,٤۱ .pp. 431-437 .

Joksch, H.C. (1966), "The shortest route problem with constraints ,"*J. Math. Anal. Appl* .Vol.14 ,No. 2, pp.191–197.

Ke, L., Feng, Z., Xu, Z., Shang, K., and Wang, Y. (2010). "A multiobjective ACO algorithm for rough feature selection ."*In PACCS'10* ,pp. 207–210.

Khalili-Damghani, K. and Amiri, M. (2012" .(Solving binary-state multi-objective reliability redundancy allocation series-parallel problem using efficient epsilon-constraint, multi-start partial bound enumerational gorithm,and DEA ," *Reliability Engineering and System Safety* ,Vol. 103, pp.٤٤–۳٥ .

Mandow, L., Perez de la Cruz, J.L. (2005). "A new approach to multi objective A* search", in :*Proc. of IJCAI'05* ,pp .۲۲۳–۲۱۸ .

Mavrotas, G. (2009). "Effective implementation of the e-constraint method in multi- objective mathematical programming problems ,"*Applied Mathematics and Computation* ,Vol. 213 ,pp. 55–65.

Mora, A. M., Merelo, J. J., Laredo, J. L. J ,.Millan, C. and Torrecillas, J. (2009). "Chac, a moaco algorithm for computation of bi-criteria military unit path in the battlefield: Presentation and first results *,"International Journal of Intelligence Systems* ,Vol. 24 ,pp.818–843.

Niksirat, M., Ghatee, M. M. and Hashemi, S.M" ,(۲۰۱۲) .Multimodal K-shortest viable path problem in Tehran public transportation network and its solution applying ant colony and simulated annealing algorithms ,"*Applied Mathematical Modelling* ,Vol. 36, pp.٥۷۲٦–٥۷۰۹ .

Patiño, M.S. and Lozanoa, A. (2014" ,(Shortest hyperpaths in a multimodal network for the public transportation system: Central Southern Mexico City ," *Social and Behavioral Science* ,Vol. 160, pp. 529-538.

Pyrga, E., Schulz, F., Wagner, D. and Zaroliagis, C. (2008), "Efficient models for timetable information in public transportation systems ,"*ACM Journal of Experimental Algorithmics* ,Vol ,۱۲ .No. 2.4, pp. 1-39.

Rivera, J.C., Afsar, H.M. and Prins, C“ .(۲۰۱٦) .Mathematical formulations and exact algorithm for the multitrip cumulative capacitated single-vehicle routing problem ,”*Eur. J. Oper. Res* ,.Vol. 249, No. 1, pp. 93–104.

Sheng, Y. and Gao, Y. (2016). “Shortest path problem of uncertain random network ,”*Computers & Industrial Engineering* ,Vol. 99, pp. 97–105.

Shi, N, Zhou, S., Wang, F .and Liu, L. (2017). “The multi-criteria constrained shortest path problem ,”*Transportation Research Part E* ,Vol. 101, pp. 13-29 .

Siddiqi, U. F., Shiraishi, Y., Dahba, M. and Sait, S. M“ ,(۲۰۱٤) .A memory efficient stochastic evolution based algorithm for the multi-objective shortest path problem ,”*Applied Soft Computing* ,Vol. 14, pp. 653–662.

Socharoentum ,M. and Karimi ,H. A. (2016.(“ Multi-modal transportation with multi-criteria walking (MMT-MCW): Personalized route recommender ,” *Computers ,Environment and Urban Systems* ,Volume 55 ,pp. 44-54.

Stern R. (1996). “Passenger transfer system review”, Synthesis of Transit Practice ,۱۹ Transportation Research Board, National Academy Press.

Tarapata, Z. (2007). “Selected multi criteria shortest path problems: an analysis of complexity, models and adoption of standard algorithms ,”*Int. J. Appl. Math. Comput. Sci* ,Vol. 17, No. 2 ,pp. 269–287 .

Tsaggouris, G. and Zaroliagis, C. (2009), “Multiobjective optimization: improved FPTAS for shortest paths and non-linear objectives with applications ,”*J. Theory Comput. Syst* ,Vol. 45, No. 1, pp. 162–186.

Udenta, F.C., Jha, M.K ,.Mishra, S. and Maji, A. (2013), “Strategies to Improve the Efficiency of a Multimodal Interdependent Transportation System in Disasters ,”*Social and Behavioral Sciences* ,Vol. 104, pp. 805 – 814.

Verma, M., Verter, V. and Zufferey, N. (2012). “A bi-objective model for planning and managing rail-truck intermodal transportation of hazardous materials ,”*Transp. Res. Part E* ,Vol. 48, No. 1, pp. 132–149.

Wang, L., Yang, L. and Gao .Z., (2016). “The constrained shortest path problem with stochastic correlated link travel times ,”*Eur. J. Oper. Res* ,.Vol. 255, No. 1, pp. 43–57.

Wang, S., Meng, Q. and Sun ,Z. (2013). “Container routing in liner shipping ,”*Transp. Res. Part E* ,Vol. 49, No. 1, pp. 1–7.