

## ارائه یک مدل ریاضی برای زمان بندی و موازنه خط مونتاژ هزینه گرا با محدودیت منابع

محمد رحیم رضانیان\*  
محمدحسن قلی زاده\*\*  
شیوا شبان\*\*\*

### چکیده

در این مقاله، با تکیه بر پیشینه مسائل موازنه خط مونتاژ هزینه گرا، یک مدل ریاضی جدید، برای زمان بندی و موازنه خط مونتاژ ارائه شده است که با ترکیب زمان تنظیم وابسته به توالی وظایف، ایستگاه های موازی و محدودیت منبع، هزینه های عملیاتی و سرمایه گذاری سیستم مونتاژ را کمینه می نماید. با توجه به پیچیدگی مسأله، روابطی برای کاهش تعداد متغیرهای مدل پیشنهاد شده است که دستیابی به راه حل بهینه را در زمانی قابل قبول با استفاده از الگوریتم های دقیق تسهیل می نماید. برای شفاف سازی و بیان ویژگی های مدل نیز از یک مثال عددی استفاده شده است. همچنین جواب های به دست آمده از مدل در چندین مثال، با استفاده از شاخص های مختلف مورد ارزیابی قرار گرفته و نتایج حاکی از عملکرد مطلوب مدل می باشد. واژگان کلیدی: زمان بندی، موازنه خط مونتاژ هزینه گرا، زمان تنظیم، ایستگاه موازی، محدودیت منبع.

---

\* استادیار و عضو هیئت علمی دانشگاه گیلان، گروه مدیریت صنعتی

\*\* استادیار و عضو هیئت علمی دانشگاه گیلان، گروه مدیریت صنعتی

\*\*\* دانشجوی کارشناسی ارشد مدیریت صنعتی، دانشگاه گیلان (نویسنده مسئول) shiva.shaban@gmail.com

## مقدمه

خطوط مونتاژ سیستم‌های تولیدی جریان گرایی<sup>۱</sup> هستند که از اهمیت زیادی در تولید صنعتی محصولات استاندارد و با حجم بالا برخوردارند و حتی اخیراً در تولید محصولات سفارشی و با حجم پایین نیز رواج یافته‌اند [۱]. هدف اصلی طراحان این خطوط، افزایش کارایی سیستم از طریق بیشینه ساختن نسبت توان عملیاتی به هزینه‌ها است، و از این رو موازنه‌ی خط مونتاژ و دستیابی به سیستمی بهینه، یکی از مهم‌ترین اقداماتی است که باید در طراحی خطوط مونتاژ مورد توجه قرار گیرد [۲]. منظور از مسأله‌ی موازنه‌ی خط مونتاژ، تخصیص وظایف به جایگاه‌های کاری است که ایستگاه نامیده می‌شود، به گونه‌ای که روابط پیش‌نیازی، زمان سیکل و سایر محدودیت‌های خط مونتاژ رعایت و شماری از معیارهای عملکرد خط بهینه گردد [۳].

بسیاری از تحقیقات در این زمینه به مدل‌سازی و حل مسأله‌ی ساده‌ی موازنه‌ی خط مونتاژ<sup>۲</sup> اختصاص دارد [۴]، اما در سال‌های اخیر دامنه‌ی وسیعی از ادبیات به مسائل واقعی و تعمیم یافته‌ای پرداخته‌اند که شامل مسأله‌ی انتخاب تجهیزات، موازی‌سازی، چیدمان نعلی شکل و غیره هستند و تا به امروز نیز بسیاری از این ویژگی‌ها شناسایی و مدل‌سازی شده‌اند. می‌توان مطالعات مروری، و طبقه‌بندی‌های مختلف مسائل موازنه را بر اساس ساختار آن، چیدمان خط، ویژگی محصول و... در منابع [۷] - [۵] مشاهده نمود. با این حال شکاف بین نیازمندی‌های مسائل واقعی و مدل‌های ارائه شده قابل توجه است و ترکیب ویژگی‌های این خطوط و توسعه‌ی مدلی که بتواند در موقعیت‌های مختلف جوابگوی نیاز سیستم به موازنه‌ی کارا باشد، هنوز هم نیاز به توجه و بررسی دارد [۸].

بنابراین در این تحقیق با توجه به بلندمدت بودن تصمیم‌گیری مربوط به موازنه‌ی خط مونتاژ و اهمیت تأثیرگذاری معیار هزینه در تصمیم‌گیری مدیران، مدل‌های هزینه گرا مورد توجه قرار گرفته‌اند و انگیزه‌ی اصلی از نگارش مقاله، بررسی این مدل‌ها، یافتن شکاف‌های تحقیقاتی و توسعه‌ی مدلی است که تا حد قابل قبول شکاف‌های موجود را کاهش داده و قابلیت انعطاف پذیری بیشتری برای کاربرد عملی ایجاد نماید.

1- Flow-oriented

2- Simple Assembly Line Balancing Problem (SALBP)

در راستای هدف تحقیق، در بخش دوم مقاله با بررسی پیشینه مدل‌های هزینه گرا، شکاف‌های تحقیقاتی موجود تبیین می‌شود. مسأله، مفروضات و فرمول بندی ریاضی آن به همراه روابطی که برای کاهش تعداد متغیرهای مدل پیشنهاد شده است به ترتیب در بخش سوم و چهارم ارائه می‌شود. در بخش پنجم برای شفاف سازی و بیان ویژگی‌های مدل از یک مثال عددی استفاده می‌شود. در بخش ششم عملکرد مدل در مثال‌های مختلف مورد ارزیابی قرار می‌گیرد و در بخش هفتم مقاله نیز نتایج و پیشنهاداتی برای تحقیقات آتی ارائه می‌شود.

### مسأله‌ی موازنه‌ی خط مونتاژ هزینه گرا

از جمله مهم‌ترین اهدافی که از موازنه‌ی خطوط مونتاژ دنبال می‌شود، کاهش عوامل هزینه‌زا است. اگرچه کمینه نمودن تعداد ایستگاه‌ها با توجه به زمان سیکل معین، که به مسأله‌ی موازنه‌ی خط مونتاژ زمان گرا<sup>۱</sup> نیز معروف است، با کاهش هزینه‌ی مربوط به ایستگاه‌ها، هزینه‌ی سیستم را کاهش می‌دهد، اما کاهش هزینه‌ای که از این طریق حاصل می‌شود نمی‌تواند عوامل هزینه‌زای موجود در خط مونتاژ را به خوبی نشان داده و ارتباط قابل فهمی بین تعداد ایستگاه‌ها، زمان سیکل و هزینه‌ی کل خط به وجود آورد [۹]. از این رو شایسته است مسأله‌ی موازنه مستقیماً بر اساس کمینه سازی هزینه مطرح شود.

مسأله‌ی موازنه‌ی خط مونتاژ هزینه گرا<sup>۲</sup>، تعمیم یافته‌ی مسأله‌ی موازنه‌ی زمان گرا است، و هدف اصلی آن کمینه ساختن هزینه‌های هر واحد از محصول است [۱۰]. با توجه به اهمیت این دسته از مسائل و اهدافی که از انجام این تحقیق مد نظر است، در ادامه پیشینه‌ی مسائل هزینه گرا مورد بررسی قرار خواهند گرفت.

### مروری بر پیشینه‌ی تحقیق

موسی زادگان و ذگردی (۱۳۸۷) مدل هزینه گرایی را برای موازنه‌ی خط مونتاژ ارائه نمودند که دو نوع هزینه‌ی عمده‌ی خطوط مونتاژ، یعنی هزینه‌ی خرید تجهیزات و هزینه‌ی دستمزد نیروی انسانی را که با الهام از مدل آمن (۲۰۰۰) و باکچین (۲۰۰۰)

1- Time-oriented

2- Cost-oriented Assembly Line Balancing Problem

شکل گرفته است، بهینه می‌نماید [۱۱].

روشنی و همکاران (۱۳۸۹) یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط را برای موازنه‌ی خط مونتاژ دو طرفه<sup>۱</sup> ارائه نمودند که مجموع دو هزینه‌ی دستمزد اپراتورها و هزینه‌ی ثابت راه اندازی خط را کمینه می‌نماید [۱۲]. در مدل ثابتی و اکبری (۱۳۸۹) خط مونتاژ نعلی شکل، که مدل‌های مختلف یک محصول در آن مونتاژ می‌شوند، مدل‌سازی شده است. همچنین در این مدل از اصل حداقل مجموعه قطعات<sup>۲</sup> و استراتژی تولید چرخه‌ای<sup>۳</sup> استفاده می‌شود [۱۳].

مدل هزینه گرای دیگر توسط آمن (۲۰۰۰) مطرح شد. او در مدل خود علاوه بر روابط پیش‌نیازی مشخص و زمان انجام وظایف که می‌تواند قطعی، احتمالی و یا فازی<sup>۴</sup> باشد، عامل دیگری را تحت عنوان هزینه‌ی انجام وظایف در واحد زمان در نظر می‌گیرد که شامل هزینه‌های پرسنلی، عملیاتی و سرمایه‌گذاری است [۱۴]. آمن (۲۰۰۶) مدل پیشین خود را با ادغام نمودن هزینه‌ی سرمایه‌گذاری و نیروی کار در قالب یک نرخ هزینه برای هر ایستگاه، اصلاح می‌نماید [۱۵]. باکچین و رابینویتز (۲۰۰۳) مدلی را که ترکیبی از ایستگاه‌های موازی، شقوق مختلف فرآیند و مسأله‌ی انتخاب تجهیزات را در بر می‌گیرد و تابع هدف آن کل هزینه‌ی تجهیزات سیستم را کمینه می‌نماید، ارائه نمودند [۱۶].

براتکو و همکاران (۲۰۰۳) مدلی را برای موازنه‌ی خط انتقال<sup>۵</sup> ارائه نمودند. در این مدل مسأله‌ی اصلی موازنه به دو مسأله‌ی فرعی تقسیم می‌شود که در مسأله‌ی فرعی اول تخصیص تجهیزات به بلوک‌ها، تخصیص وظایف به تجهیزات و تخصیص وظایف به بلوک‌ها با هدف کمینه ساختن کل هزینه‌ی تجهیزات، و در مسأله‌ی فرعی دوم، اختصاص بلوک‌ها به ایستگاه‌ها با هدف کمینه ساختن تعداد آن‌ها مد نظر قرار دارد [۱۷]. در مدلی که دُلگی و ایهناتسینکا (۲۰۰۴) ارائه نمودند نیز موازنه‌ی خط انتقال در نظر گرفته شده است و هدف آن تخصیص بهینه‌ی بلوک‌ها به ایستگاه‌ها، برای دستیابی به کمینه هزینه‌ی خط است [۱۸]. شایان ذکر است که این دو محقق در سال ۲۰۰۹، مدل خود را توسعه داده و نحوه‌ی فعال‌سازی بلوک‌ها را به صورت سریالی - موازی

1- Two-side

2- Minimum Part Set (MPS)

3- Cyclic

4- Fuzzy

5- Transfer line

در نظر می گیرند [۱۹]. در مدلی که باکچین و رابینویچ (۲۰۰۵) برای موازنه‌ی خط مونتاژ مختلط ارائه نمودند، الزام تخصیص وظایف مشترک مدل‌ها به یک ایستگاه که در سایر مدل‌های خطوط مختلط اعمال می‌شده است حذف، و به جای آن هزینه‌ی اضافی مربوط به تکرار وظایف در ایستگاه‌ها به مدل افزوده شده است [۲۰].

ژانگ و همکاران (۲۰۰۸) مدلی با تابع هدف چندگانه را برای موازنه‌ی خط مونتاژی که اپراتورهایی با سطوح مختلف تجربه در آن مشغول به کار هستند ارائه نمودند. در این مدل فرض بر این است که هر اپراتور توانایی انجام همه‌ی وظایف مونتاژ را دارد و هزینه‌ی دستمزد بسته به سطح تجربه‌ی اپراتورها متفاوت است [۲۱].

مدل باک (۲۰۰۸) از چندین مسأله‌ی فرعی مانند، طرح ریزی پرسنل و فرآیند پردازش وظایف تشکیل شده است. در این مدل برای طرح ریزی پرسنل از کارگران عادی و شناور و برای اداره‌ی بهتر طرح ریزی مربوط به مدل‌های مختلف نیز به جای استفاده از مدل کامل از مدل مدولار<sup>۱</sup> استفاده می‌شود [۲۲].

در مدل اچ و همکاران (۲۰۰۹) محدودیتی برای تعداد ایستگاه‌های موازی در هر جایگاه وجود ندارد و تابع هدف آن مجموع هزینه‌ی نیروی انسانی، سربار عملیاتی و تجهیزات ایستگاه را کمینه می‌نماید [۲۳].

پادرون و همکاران (۲۰۰۹) مدل هزینه گرایی را ارائه نمودند که در آن استفاده از ایستگاه‌های موازی مجاز دانسته شده و تابع هدف غیرخطی آن مجموع هزینه‌ی عملیاتی کوتاه مدت و هزینه‌ی سرمایه گذاری را کمینه می‌نماید [۲۴]. کاکیر و همکاران (۲۰۱۱) نیز خط مونتاژی با ایستگاه‌های موازی را در نظر گرفته اند که یک نوع محصول در آن مونتاژ می‌شود و زمان وظایف آن احتمالی است [۲۵].

مطابق با جدول ۱، برای مقایسه‌ی ویژگی‌های مدل‌های هزینه‌گرا و تعیین شکاف‌های تحقیقاتی، از طرح جامعی که بویسن و همکاران [۲۶] برای طبقه‌بندی مسائل موازنه‌ی خط مونتاژ ارائه نموده‌اند استفاده می‌شود.

جدول ۱. نمادگذاری مدل‌های پیشینه‌ی تحقیق بر اساس طرح طبقه بندی بویسن

| نماد  | محقق (سال)                         |
|---|------------------------------------|
| [  res <sup>01</sup>   Co]  | موسی زادگان و ذگردی (۱۳۸۷)         |
| [  pwork <sup>2</sup>   Co]   | روشنی و همکاران (۱۳۸۹)             |
| [t <sup>sto</sup> , mix   unpac <sup>sync</sup> , u   Co]                               | ثابتی و اکبری (۱۳۸۹)               |
| [  res <sup>max</sup>   Co]   | آمن (۲۰۰۰) و (۲۰۰۶)                |
| [pa   pstat, equip   Co]  | باکچین و رایبونیوز (۲۰۰۳)          |
| [  pstat   Co]  | براتکو و همکاران (۲۰۰۳)            |
| [link, inc   pwork   Co]  | ڈلگی و ایهناتسینکا (۲۰۰۴) و (۲۰۰۹) |
| [mix   div, ptask, res <sup>01</sup>   Co]  | باکچین و رایبونیوز (۲۰۰۵)          |
| [   Co, score]  | ژانگ و همکاران (۲۰۰۸)              |
| [mix, t <sup>dy</sup> , inc, cum, min, max, pa   pstat, equip, res <sup>max</sup>   Co] | باک (۲۰۰۸)                         |
| [  pstat   Co]  | اچ و همکاران (۲۰۰۹)                |
| [  pstat   Co]  | پادرون و همکاران (۲۰۰۹)            |
| [t <sup>sto</sup>   pstat   Co, SSL <sup>line</sup> ]                                   | کاکیر و همکاران (۲۰۱۱)             |

نمادگذاری مدل‌ها نشان می‌دهد که هیچ یک از آن‌ها زمان تنظیم وابسته به توالی<sup>۱</sup> وظایف را در نظر نگرفته‌اند. این نوع زمان تنظیم هنگامی مطرح می‌شود که زمان تنظیم بین وظایف به زمان بندی انجام آن‌ها در ایستگاه وابسته باشد. این ویژگی توصیف کننده‌ی شرایط بسیاری از خطوط، به خصوص خطوط مونتاژ دستی است که اپراتورهای آن باید مرتباً ابزار را تعویض، یا ماشین‌آلات را برای وظیفه‌ی بعدی آماده نمایند. انعطاف پذیری بالای چیدمان موازی نیز بکارگیری آن را به خصوص در شرایطی ضروری می‌سازد که به علت کوتاه بودن زمان سیکل یا پایین بودن نسبت انعطاف پذیری<sup>۲</sup> فرآیند، امکان دستیابی به موازنه‌ی مؤثر خط و حجم تولید مورد نیاز

1- Sequence-dependent setup time  
2- Flexible ratio

وجود ندارد. بنابراین در شرایطی که زمان سیکل کوتاه است و زمان تنظیم درصد بیشتری از آن را به خود اختصاص می‌دهد، ترکیب ایستگاه‌های موازی و زمان بندی وظایف می‌تواند کارایی موازنه و قابلیت کاربری مدل را افزایش دهد. با این حال علاوه بر پیشینه‌ی تحقیق، در سایر حوزه‌های موازنه‌ی خط مونتاژ نیز، ایستگاه موازی همراه با مسأله‌ی زمان بندی وظایف مدل سازی نشده است. علاوه بر این نسبت دادن هزینه‌ها به منبع انجام دهنده‌ی آن، علاوه بر ردیابی بهتر هزینه‌ها، اعمال محدودیت‌های مربوط به منابع را امکان پذیر می‌نماید و می‌توان کاربرد مشترک منابع را نیز به مدل وارد نمود. با توجه به توضیحات ارائه شده و با الهام از مدلی که اولین بار توسط آندرس و همکاران (۲۰۰۸)، برای زمان بندی وظایف ارائه شده است [۲۷]، ویژگی‌های منتخب برای ساخت مدل هزینه گرا عبارتند از:

- ۱) استفاده از زمان تنظیم وابسته به توالی، برای زمان بندی وظایف
- ۲) بکارگیری ایستگاه‌های موازی برای افزایش انعطاف پذیری سیستم مونتاژ
- ۳) هم افزایی هزینه از طریق اعمال محدودیت مربوط به منابع فیزیکی
- ۴) اعمال محدودیت منطقه بندی<sup>۱</sup>، برای تخصیص واقع بینانه تر وظایف
- ۵) با استفاده از ویژگی‌های منتخب، نماد گذاری مدل به صورت زیر خواهد بود:

|                           |  |
|---------------------------|--|
| مدل پیشنهادی تحقیق (۱۳۹۱) | $[D_{dir}, link, inc   div, pstat, res^{01}   co]$ |
|---------------------------|--|

### تعریف مسأله

هدف کلی مسأله تخصیص وظایف به مراکز کاری و زمان بندی آن‌ها است، به گونه‌ای که محدودیت‌های حاکم بر مسأله نقض نشوند و هزینه‌های سیستم مونتاژ در کمینه مقدار ممکن قرار گیرند. مسأله اجازدهی استقرار ایستگاه‌های موازی را برای تخصیص کاراتر و در شرایطی که ممکن است زمان انجام بعضی از وظایف از زمان سیکل بیشتر باشد، فراهم می‌نماید. یک اپراتور در هر ایستگاه از ابزار و تجهیزات متفاوتی برای انجام وظایف استفاده می‌کند، در این حالت اگر بیش از یک وظیفه به ایستگاهی تخصیص یابد، زمان تنظیم درون ایستگاهی بین وظایف به وجود می‌آید که تحت عنوان زمان تنظیم وابسته به توالی وظایف به مدل وارد می‌شود.

یکی از ویژگی‌های مهم مدل لحاظ نمودن محدودیت منبع است. به این معنی که تعداد مشخصی از تجهیزات در خط وجود دارند که می‌توانند وظایف مختلف مونتاژ را انجام دهند و تخصیص وظیفه به یک ایستگاه تنها زمانی امکان پذیر است که تجهیز مورد نظر در آن ایستگاه موجود باشد و با کمبود آن مواجه نباشیم. همچنین شرایط تخصیص وظایف سازگار و ناسازگار نیز در مدل وجود دارد. سایر مفروضات مدل به صورت زیر خواهد بود:

- روابط پیش‌نیازی و زمان تنظیم بین وظایف مونتاژ معین و مستقل از ایستگاهی است که وظایف در آن انجام می‌شوند.
- در هر ایستگاه اجازه‌ی قرارگیری بیش از یک تجهیز وجود دارد.
- زمان پردازش هر وظیفه توسط انواع تجهیزاتی که می‌توانند آن را انجام دهند یکسان، و مستقل از مرکز کاری است که تجهیز در آن قرار دارد.
- اشتراک مجموعه وظایفی که با منبعی خاص انجام می‌شوند، تهی است.
- تجهیز مورد نیاز هر وظیفه مشخص است و شقوق مختلف برای فرآیند مونتاژ وجود ندارد.

### فرمول‌بندی ریاضی مسأله

هدف از فرمول‌بندی ریاضی مسأله ارائه‌ی مدلی است که بتواند در قالب روابط ریاضی چگونگی تخصیص وظایف و تجهیزات به مراکز کاری، زمان‌بندی وظایف و تعداد بهینه‌ی ایستگاه‌های موازی را برای طراحی سیستمی که هزینه‌های سرمایه‌گذاری و عملیاتی در آن کمینه است، تعیین نماید.

|   |                 |
|---|-----------------|
| زمان وظیفه‌ی $i$  | $t_i$           |
| بیشینه تعداد جایگاه زمان‌بندی در مرکز کاری $j$                      | $s_j$           |
| بیشینه تعداد ایستگاه در هر مرکز کاری                                | $p_{max}$       |
| زمان تنظیم از وظیفه‌ی $i$ به وظیفه‌ی $k$                            | $tsu_{ik}$      |
| نرخ دستمزد وظیفه‌ی $i$  | $wr_i$          |
| هزینه‌ی تجهیز نوع $e$ ، و هزینه‌ی ثابت هر ایستگاه                   | $FC_e$ و $EC_e$ |
| مجموعه وظایف قابل تخصیص به مرکز کاری $j$                            | $I_j$           |
| مجموعه وظایف قابل تخصیص به مرکز کاری $j$ و قابل پردازش با تجهیز $e$ | $I_{ej}$        |



|  |                        |
|--|------------------------|
| مجموعه‌ای از همه‌ی زوج مرتب‌هایی که $i$ وظیفه‌ی بلافاصل قبل $k$ می‌باشد    | $p_{ik}$               |
| مجموعه‌ای از همه‌ی وظایف ماقبل $i$ ، به غیر از وظایف ماقبل بلافاصل         | $P T_i$                |
| اولین مرکز کاری که وظیفه‌ی $i$ می‌تواند به آن تخصیص یابد                   | $e_i$                  |
| آخرین مرکز کاری که وظیفه‌ی $i$ می‌تواند به آن تخصیص یابد                   | $I_i$                  |
| به ترتیب، مجموعه‌ای از زوج وظایف سازگار و ناسازگار هستند                   | $ZC^-$ و $ZC^+$        |
| وظیفه‌ی $i$ به مرکز کاری $j$ تخصیص یابد                                    | $x_{ij}$ خ $\{0,1\}$   |
| وظیفه‌ی $i$ به مرکز کاری $j$ با $p$ ایستگاه و به جایگاه $s$ تخصیص یابد     | $x_{ijps}$ خ $\{0,1\}$ |
| مرکز کاری $j$ مورد استفاده قرار گیرد                                       | $y_j$ خ $\{0,1\}$      |
| تعداد $p$ ایستگاه موازی به مرکز کاری $j$ تخصیص یابد                        | $z_{pj}$ خ $\{0,1\}$   |
| وظیفه‌ی $i$ به آخرین جایگاه زمان بندی در مرکز کاری $j$ تخصیص یابد          | $w_{ij}$ خ $\{0,1\}$   |
| وظیفه‌ی $k$ بلافاصله پس از وظیفه‌ی $i$ در همان سیکل یا سیکل بعدی انجام شود | $N_{ikj}$ خ $\{0,1\}$  |
| تجهیز $e$ در مرکز کاری $j$ قرار گیرد                                       | $E_{ej}$ خ $\{0,1\}$   |

$$\min TC = \sum_{j=1}^{m_{\max}} \left( \sum_{p=1}^{p_{\max}} p \cdot z_{pj} \cdot \left( \frac{c \cdot \sum_{i=1}^n x_{ij} t_i w_{ri}}{\varepsilon + \sum_{i=1}^n x_{ij} t_i} \right) \right) + \sum_{j=1}^{m_{\max}} \sum_{p=1}^{p_{\max}} p \cdot z_{pj} \sum_{e=1}^E E_{ej} \cdot EC_e +$$

$$\sum_{j=1}^{m_{\max}} \sum_{p=1}^{p_{\max}} p \cdot z_{pj} \cdot FC \quad (1)$$

s.t :

$$\sum_{p=1}^{p_{\max}} \sum_{j=e_i}^{I_i} \sum_{s=1}^{s_j} x_{ijps} = 1 \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^{m_{\max}} x_{ij} = 1 \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (3)$$

$$\sum_{p=1}^{p_{\max}} \sum_{i \in I_j} x_{ijps} \leq 1 \quad \forall j; s = 1, \dots, s_j \quad (4)$$

$$\sum_{p=1}^{p_{\max}} \sum_{s=1}^{s_j} x_{ijps} = x_{ij} \quad \forall j; i \in I_j \quad (5)$$

$$\sum_{p=1}^{p_{\max}} z_{pj} = y_j \quad \forall j = 1, 2, \dots, m_{\max} \quad (6)$$

$$\sum_{p=1}^{p_{\max}} \sum_{i \in I_j} x_{ijps+1} \leq \sum_{p=1}^{p_{\max}} \sum_{i \in I_j} x_{ijps} \quad \forall j; s = 1, \dots, s_j - 1 \quad (7)$$

$$Mz_{pj} - \sum_{s=1}^{s_j} \sum_{i=I_j} x_{ijps} \geq 0 \quad \forall j; p = 1, \dots, p_{\max} \quad (۸)$$

$$\sum_{p=1}^{p_{\max}} \sum_{j=e_i}^{I_i} \sum_{s=1}^{s_j} \max s_j \quad j-1 + s \quad x_{ijps} \leq \sum_{p=1}^{p_{\max}} \sum_{j=e_k}^{I_k} \sum_{s=1}^{s_j} \max s_j \quad j-1 + s \quad x_{kjps} \quad \forall (i, k) \in P_{ik} \quad (۹)$$

$$\sum_{p=1}^{p_{\max}} \sum_{i \in I_j} \sum_{s=1}^{s_j} t_i x_{ijps} + \sum_{\forall (i, k) (i \neq k) \wedge (i, k \in I_j)} tsu_{ik} N_{ikj} \leq c \cdot \sum_{p=1}^{p_{\max}} pz_{pj} \quad \forall j = 1, \dots, m_{\max} \quad (۱۰)$$

$$\sum_{p=1}^{p_{\max}} (x_{ijps} + x_{kjps+1}) \leq 1 + N_{ikj} \quad \forall j; s = 1, \dots, s_j - 1; \forall (i, k) | (i \neq k) \wedge (i, k \in I_j) \wedge k \notin PT_i \quad (۱۱)$$

$$x_{ijps} - \sum_{k \in I_j | (i \neq k) \wedge (k \in PT_i)} x_{kjps+1} \leq w_{ij} \quad \forall j; p; i \in I_j; s = 1, \dots, s_j - 1 \quad (۱۲)$$

$$w_{ij} + \sum_{p=1}^{p_{\max}} x_{kjps+1} \leq 1 + N_{ikj} \quad \forall j; (i, k) | (i \neq k) \wedge (i, k \in I_j) \wedge i \notin PT_k \quad (۱۳)$$

$$\sum_{i \in I_{e_j}} x_{ij} - \|I_{e_j}\| E_{e_j} \leq 0 \quad \forall j; e = 1, \dots, NE \quad (۱۴)$$

$$\sum_{i \in I_j} x_{ij} - \|I_j\| y_j \leq 0 \quad \forall j = 1, \dots, m_{\max} \quad (۱۵)$$

$$x_{aj} - x_{bj} = 0 \quad \forall j; (a, b) \in zc^+ \quad (۱۶)$$

$$x_{aj} + x_{bj} \leq 1 \quad \forall j; (a, b) \in zc^- \quad (۱۷)$$

رابطه‌ی ۱ تابع هدف مدل را نشان می‌دهد. بخش اول این تابع هزینه‌ی متغیر دستمزد نیروی انسانی را بر اساس میانگین وزنی نرخ دستمزد وظایف برای کل خط محاسبه می‌کند، بخش دوم مربوط به هزینه‌ی متغیر ابزار و تجهیزات مورد نیاز وظایف است و بخش سوم نیز مجموع هزینه‌ی ثابت ایستگاه‌ها را محاسبه می‌نماید. محدودیت‌های ۲ و ۳ باعث می‌شوند تا هر وظیفه فقط و فقط به یک مرکز کاری، یک جایگاه زمان‌بندی و تعداد مشخصی ایستگاه موازی تخصیص یابد. محدودیت ۴ تضمین می‌کند که در هر مرکز کاری و به هر جایگاه زمان‌بندی درون آن، تنها یک وظیفه می‌تواند تخصیص

یابد. رابطه‌ی ۵ نشان می‌دهد که اگر وظیفه‌ای به یک مرکز کاری تخصیص یابد، آن گاه تنها یک جایگاه زمان بندی و تعداد مشخصی ایستگاه موازی می‌تواند برای آن وظیفه در آن مرکز کاری وجود داشته باشد. محدودیت ۶ تضمین می‌کند که تنها تعداد مشخصی ایستگاه موازی می‌تواند برای هر مرکز کاری فعال باشد.

محدودیت ۷ نشان می‌دهد که در هر مرکز کاری، وظایف باید با روندی افزایشی به جایگاه‌های زمان بندی تخصیص یابند. محدودیت ۸ بیان می‌کند که همه‌ی وظایف تخصیصی به یک مرکز کاری باید تعداد ایستگاه‌های موازی یکسانی داشته باشند. محدودیت ۹ رابطه‌ی پیش‌نیازی بین وظایف را هم در مراکز کاری و هم در جایگاه‌های زمان بندی درون آن‌ها منعکس می‌نماید. محدودیت ۱۰ تضمین می‌کند که مجموع زمان پردازش و زمان تنظیم بین وظایف در هر مرکز کاری از زمان سیکل مورد انتظار کمتر است. روابط ۱۱ تا ۱۳ ارتباط بین متغیرهای مدل را تعریف می‌نمایند. روابط ۱۴ و ۱۵ مربوط به محدودیت منابع و مراکز کاری تخصیص یافته می‌باشند. روابط ۱۶ و ۱۷ نیز به ترتیب محدودیت قرارگیری وظایف سازگار و ناسازگار را منعکس می‌نمایند.

مدل پیشنهادی از طبقه‌ی مدل‌های برنامه‌ریزی غیرخطی عدد صحیح<sup>۱</sup> محسوب می‌شود که به علت ویژگی‌های مربوط به مسائل موازنه‌ی خط مونتاژ، حتی در مسائلی با وظایف کم نیز تعداد متغیرهای آن قابل توجه است. از این رو برای کاهش تعداد متغیرهای مدل، می‌توان با اصلاح روابطی که در ادبیات موضوع وجود دارد [۲۸]، اولین و آخرین مرکز کاری مجاز برای هر وظیفه را از روابط زیر محاسبه نمود:

$$e_i = \left\lceil \left[ \frac{t_i + \sum_{k \in p_i} t_k}{p_{\max}} \right] / c \right\rceil \quad (18)$$

$$l_i = m_{\max} + 1 - \left\lceil \left[ \frac{t_i + \sum_{k \in s_i} t_k}{p_{\max}} \right] / c \right\rceil \quad (19)$$

$p_i$  مجموعه‌ای از همه‌ی وظایف ماقبل  $i$

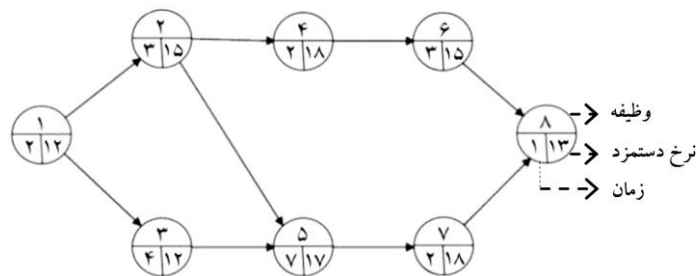
$s_i$  مجموعه‌ای از همه‌ی وظایف مابعد  $i$

$[X]^+$  نمایانگر کوچک‌ترین عدد صحیح بزرگ‌تر یا مساوی با  $X$  است و بیشینه تعداد مراکز کاری ( $m_{max}$ ) نیز برابر با تعداد وظایف خط مونتاژ در نظر گرفته می‌شود.

### ارائه‌ی مثال عددی

از آنجایی که ترکیب ویژگی‌های موجود در مدل جدید است، با استفاده از ادبیات تحقیق، مثالی خود ساخته برای شفاف‌سازی و نمایش ویژگی‌های مدل ایجاد می‌شود. مثال مورد نظر مربوط به خط مونتاژی با ۸ وظیفه است و اطلاعات مربوط به روابط پیش‌نیازی، نرخ دستمزد (ریال/دقیقه) و زمان وظایف (دقیقه) آن در شکل ۱ نشان داده شده است.

زمان سیکل مورد انتظار سیستم معادل با ۸ دقیقه و بیشینه تعداد ایستگاه موازی در هر مرکز کاری ۲ عدد منظور می‌شود. نرخ دستمزد وظایف نیز با توزیع گسسته‌ی یکنواخت<sup>۱</sup>، از بازه‌ی (۱۰،۲۰) انتخاب شده است.



شکل ۱. نمودار پیش‌نیازی مربوط به مثال عددی

ماتریس ترسیم شده در جدول ۲ زمان تنظیم بین وظایف را به صورت زوجی و با توجه به ترتیب انجام آن‌ها نمایش می‌دهد. مؤلفه‌های این ماتریس به صورت تصادفی و با توزیع گسسته‌ی یکنواخت از بازه‌ی (۲،۰) ایجاد شده‌اند. برای تسهیل نمایش محدودیت منبع، دو نوع تجهیز الف و ب معرفی می‌شوند که مبلغ خرید هر یک از آن‌ها به ترتیب ۱۰ و ۲۰ میلیون ریال، و طول عمر مفید هر دو تجهیز نیز ۵ سال برآورد می‌شود. وظایف ۶، ۴، ۲، ۱ و ۸ با تجهیز الف و مابقی با تجهیز ب قابل پردازش می‌باشند.

1- Discrete uniform distribution

سیستم مونتاژ دارای یک شیفت کاری است و ۳۲۰ روز از سال با ۸ ساعت کار مفید روزانه به فعالیت مونتاژ می پردازد. هر یک از ایستگاه ها هزینه ثابتی معادل با ۸۰ میلیون ریال را به خود اختصاص می دهند و میانگین طول عمر مفید تسهیلات مشترک ایستگاه ها نیز ۱۰ سال منظور می شود. وظایف ۵ و ۶ به علت ناسازگار بودن امکان قرار گیری در ایستگاه مشترک را ندارند.

جدول ۲. ماتریس زمان تنظیم بین وظایف

| $k \backslash i$ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | ۶ | ۷ | ۸ |
|------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۱                | ۰ | ۲ | ۲ | ۰ | ۰ | ۱ | ۱ | ۲ |
| ۲                | ۰ | ۰ | ۲ | ۱ | ۰ | ۲ | ۲ | ۲ |
| ۳                | ۲ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۱ | ۱ | ۰ |
| ۴                | ۱ | ۲ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ |
| ۵                | ۰ | ۱ | ۰ | ۲ | ۰ | ۰ | ۱ | ۱ |
| ۶                | ۲ | ۰ | ۲ | ۲ | ۲ | ۰ | ۲ | ۰ |
| ۷                | ۲ | ۲ | ۱ | ۲ | ۲ | ۰ | ۰ | ۰ |
| ۸                | ۱ | ۱ | ۲ | ۱ | ۲ | ۲ | ۲ | ۰ |

با توجه به جدول ۳، با اجرای مدل توسط نرم افزار Cplex، علاوه بر چگونگی تخصیص وظایف و تجهیزات، زمان بندی انجام وظایف در هر یک از مراکز کاری به دست می آید. به این صورت که در مرکز کاری ۳، ابتدا وظیفه ۴ و سپس به ترتیب وظایف ۶ و ۸ انجام می شوند و همین توالی در سیکل های بعدی تکرار می گردد. همچنین با استقرار دو ایستگاه موازی در مرکز کاری ۲، اپراتورها زمان سیکل محلی برابر با ۱۶ دقیقه در اختیار دارند، در حالی که سایر مراکز کاری در هر سیکل بیشینه ۸ دقیقه زمان خواهند داشت تا وظایف تخصیصی را به اتمام برسانند.

جدول ۳. نتایج حاصل از اجرای مدل با مثال عددی

| مراکز کاری | زمان بندی وظایف | تعداد ایستگاه | زمان بیکاری (دقیقه) | تجهیز |
|------------|-----------------|---------------|---------------------|-------|
| ۱          | ۱ → ۲           | ۱             | ۱                   | الف   |
| ۲          | ۳ → ۵ → ۷       | ۲             | ۱                   | ب     |
| ۳          | ۴ → ۶ → ۸       | ۱             | ۰                   | الف   |

### بررسی عملکرد مدل

علاوه بر مثال عددی، مدل برای مثال‌های شناخته شده‌ی موجود در ادبیات موضوع<sup>۱</sup> حل می‌شود و جواب‌های آن هم از لحاظ معیار اصلی مدل یعنی هزینه، و هم از لحاظ شاخص‌های کارایی خط<sup>۲</sup>، کارایی موازنه<sup>۳</sup> و همواری خط<sup>۴</sup> [۲۹] مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرد. مطابق با جدول ۴، برای مقایسه‌ی مدل پیشنهادی با مدل زمان گرا<sup>۵</sup> و همچنین نمایش تأثیر لحاظ نمودن محدودیت منبع به مدل، هزینه‌ی هر واحد از محصول در سه مدل محاسبه شده است.

جدول ۴. هزینه‌ی هر واحد محصول (ریال)

| مدل               | مثال نمونه | منصور | جایشک | بومن | مرتین | مثال عددی |
|-------------------|------------|-------|-------|------|-------|-----------|
| پیشنهادی          | ۲۲۷۱۶      | ۴۵۷۲  | ۸۹۵۰  | ۳۱۲۶ | ۲۷۷۴  |           |
| فاقد محدودیت منبع | ۲۳۸۳۳      | ۴۸۷۵  | ۹۴۶۳  | ۳۱۲۶ | ۳۲۹۲  |           |
| زمان گرا          | ۲۲۹۹۷      | ۵۵۱۸  | ۱۰۶۱۷ | ۳۱۲۹ | ۳۰۸۴  |           |

مقادیر جدول ۴ نشان می‌دهد که در صورت حذف محدودیت منبع از مدل، هزینه‌ی هر واحد محصول در ۳ مثال اول و همچنین مثال عددی، نسبت به هزینه‌ی مدل پیشنهادی بیشتر است. همچنین در همه‌ی مثال‌ها، تفاوت قابل توجهی بین هزینه‌ی مدل زمان گرا و مدل پیشنهادی وجود دارد. اگرچه این مقادیر بیانگر نتایج بهتر مدل تحقیق نسبت به دو مدل دیگر است، اما برای آزمون برتری معنادار مدل پیشنهادی از

1- www.assembly-line-balancing.de  
 2- Line Efficiency (LE)  
 3- Balance Efficiency (BE)  
 4- Smoothness Index (SI)

۵. مدلی که توسط آندرس و همکاران (۲۰۰۸) توسعه یافته است.

آزمون آماری استفاده می شود. با توجه به این که تعداد مثالها به اندازه ی کافی بزرگ نیستند و همچنین از رفتار آماره های آزمون اطلاع دقیقی در دسترس نیست، از آزمون ناپارامتریک فریدمن برای بررسی تفاوت میانگین رتبه های هزینه ای سه مدل استفاده می شود.

با توجه به اینکه سطح معناداری آزمون  $0,036$  است، فرض  $H_0$  (برابری میانگین رتبه ها در سه مدل) رد و  $H_1$  پذیرفته می شود. در این صورت می توان نتیجه گرفت که اختلاف معناداری بین میانگین رتبه ها در سه مدل وجود دارد و اولویت بندی آنها معنادار است. نتایج این اولویت بندی در جدول ۵ نشان می دهد که مدل پیشنهادی بالاترین رتبه و دو مدل دیگر رتبه های کمتر و متعاقباً هزینه ی بیشتری را به خود اختصاص می دهند. بالاتر بودن هزینه در مدل فاقد محدودیت منبع گواهی بر ترکیب بجای این ویژگی با ساختار مدل است. تفاوت قابل توجهی که بین هزینه ی هر واحد از محصول در مدل پیشنهادی و مدل زمان گرا وجود دارد نیز گویای این مطلب است که جواب های مسأله ی زمان گرا لزوماً از لحاظ هزینه بهینه نیستند.

جدول ۵. اولویت بندی مدلها بر اساس معیار هزینه

| رتبه | میانگین رتبه | مدل               |
|------|--------------|-------------------|
| ۳    | ۱,۱۰         | پیشنهادی          |
| ۲    | ۲,۳۰         | فاقد محدودیت منبع |
| ۱    | ۲,۶۰         | زمان گرا          |

نتایج محاسبه ی شاخص های عملکرد نیز در جدول ۶ نمایش داده شده است. با توجه به مقادیر این جدول، شاخص کارایی خط حاکی از درصد بسیار پایین زمان بیکاری و بهره برداری مؤثر از ماشین آلات و نیروی انسانی است. مقادیر شاخص کارایی موازنه نیز نشان می دهد که توزیع وظایف با سطح مطلوبی از رضایت پرسنل و فرصت های مضاعف برای دستیابی به ستاده ی بیشتر همراه است. همچنین مقادیر شاخص همواری خط، به غیر از مثال منصور که شاخص SI در سطح متوسطی قرار دارد، توزیع بسیار یکنواخت وظایف را در مراکز کاری نشان می دهد. بنابراین با وجود بالا بودن شاخص شدت پیش نیازی<sup>۱</sup> ( $OS > 50$ ) در همه ی مثالها، می توان با بکارگیری

1- Order Strength Index (OS)

مدل پیشنهادی علاوه بر بهینه بودن هزینه‌ی سیستم به مقادیر مطلوبی از شاخص‌های عملکرد دست یافت.

جدول ۶. مقادیر شاخص‌های عملکرد برای مدل پیشنهادی

| مثال عددی | مرتن | بومن | جایشک | منصور | مثال نمونه<br>شاخص |
|-----------|------|------|-------|-------|--------------------|
| ٪۹۴       | ٪۹۴  | ٪۸۸  | ٪۸۵   | ٪۸۴   | کارایی خط (LE)     |
| ٪۹۶       | ٪۹۳  | ٪۹۴  | ٪۸۷   | ٪۷۸   | کارایی موازنه (BE) |
| ۱         | ۱    | ۸    | ۵     | ۲۷    | همواری خط (SI)     |

### نتیجه‌گیری

در این مقاله یک مدل برنامه‌ریزی غیرخطی عدد صحیح برای مسأله‌ی موازنه‌ی خط مونتاژ هزینه گرا توسعه داده شده است که امکان موازی قرار گرفتن ایستگاه‌ها، زمان-بندی وظایف و هم‌افزایی منابع در آن وجود دارد. همچنین ترکیب انواع مختلفی از هزینه‌ها در تابع هدف این امکان را فراهم می‌نماید تا بتوان با تغییر پارامترهای هزینه‌ای، شقوق مختلف طراحی را ارزیابی نمود و به راه‌حل‌های مناسب‌تری دست یافت. بنابراین در این پژوهش با پرداختن به ویژگی‌های مختلفی از خط مونتاژ سعی شده است مدلی متفاوت و با کارایی مطلوب ارائه شود که علاوه بر غنی‌سازی ادبیات این حوزه، شکاف بین مفروضات تحقیقات آکادمیک و آنچه در محیط‌های صنعتی واقعی رخ می‌دهد را تا حد توان کاهش دهد. همچنین توسعه‌ی روابطی که با توجه به ساختار مدل، تعداد متغیرهای آن را کاهش می‌دهند از دیگر نوآوری‌های این مدل است که در این تحقیق ارائه شده است. علاوه بر این بررسی عملکرد مدل نشان می‌دهد که از یک طرف برتری مدل پیشنهادی نسبت به مدل زمان گرا در مثال‌های نمونه گواهی بر ضرورت توجه به اهداف هزینه گرا در مسأله‌ی موازنه‌ی خط مونتاژ است و از طرف دیگر کاهش هزینه‌ای که از طریق توجه به محدودیت منبع به وجود می‌آید و امیدوارانه بودن نتایج ارزیابی جواب‌های مدل با استفاده از شاخص‌های عملکرد، گواهی بر ترکیب بجای ویژگی‌های منتخب برای ساخت مدل تحقیق است. بنابراین با بکارگیری مدل پیشنهادی، علاوه بر پوشش پاره‌ای از ویژگی‌هایی که در مدل‌های



هزینه گرا به آن‌ها پرداخته نشده است، این امکان به وجود می‌آید تا بتوان به اهداف هزینه‌ای و عملکردی خط به طور همزمان دست یافت.

از جمله مسیرهای تحقیقاتی که می‌توان به آن اشاره نمود بهبود روابط پیشنهادی برای کاهش تعداد متغیرها و بررسی عملکرد مدل در مثال‌هایی با ابعاد و پیچیدگی‌های متفاوت است. همچنین توسعه‌ی مدل تحقیق از طریق ترکیب آن با چیدمان نعلی شکل و توسعه‌ی رویکردی فرا ابتکاری برای کاهش زمان دستیابی به جواب مناسب برای مثال‌هایی با ابعاد بزرگ، از دیگر زمینه‌هایی است که برای تحقیقات آتی پیشنهاد می‌شود.

## منابع و مآخذ

۱. موسی زادگان حسنعلی، ذگردی حسام‌الدین، "مدلی جدید برای حل مسأله موازنه‌ی خط مونتاژ هزینه‌گرا"، نشریه بین‌المللی علوم مهندسی دانشگاه علم و صنعت ایران، شماره ۱، جلد ۱۹، صفحه ۲۵-۱۵، ۱۳۸۷.
۲. روشنی عبدالرضا، روشنی عبدالحسن، قماش‌ی لنگرودی عباس، "ارائه‌ی یک مدل ریاضی به منظور بالانس خط مونتاژ دو طرفه با تابع هدف هزینه‌گرا"، هفتمین کنفرانس بین‌المللی مهندسی صنایع، ۱۳۸۹.
3. Scholl, A., Becker, C., "State-of-the-art exact and heuristic solution procedures for simple assembly line balancing", *European Journal of Operations Research*, 168, 666-693, 2006.
4. Rekiek, B., Doigui, A., Delchambre, A., Bratcu, A., "State of art of optimization methods for assembly line design", *Annual Reviews in Control*, 26, 163-174, 2002b.
5. Ghosh, S., Gagnon, R.J., "A Comprehensive Literature Review and Analysis of the Design, Balancing and Scheduling of Assembly Systems", *International Journal of Production Research*, 27, 637-670, 1989.
6. Becker, C., Scholl, A., "A survey on problems and methods in generalized assembly line balancing" *European Journal of Operational Research*, 168, 694-715, 2006.
7. Baybars, I., "A survey of exact algorithms for the simple assembly line balancing problem", *Management Science*, 32, 909-932, 1986.
8. Buxey, G.M., Slack, N.D., Wild, R., "Production flow line system design — a review", *AIIE Transactions*, 5, 37-48, 1973.
9. Erel, E., Sarin, S.C., "A survey of the assembly line balancing procedures", *Production Planning and Control*, 9, 414-434, 1998.
10. Boysen, N., Fliedner, M., Scholl, A., "Assembly line balancing: Which model to use when?", *International Journal of Production Economics*, 111, 509-528, 2008.
11. Amen, M., "Heuristic methods for cost-oriented assembly line balancing: A comparison on solution quality and computing time", *International Journal of Production Economics*, 69, 255-264, 2001.
12. Amen, M., "Heuristic methods for cost-oriented assembly line balancing: A survey", *International Journal of Production Economics*, 68, 1-14, 2000b.
13. Sabeti, H., Akbari, M., "Cost-Oriented U-Shaped Mixed-Model Assembly Line Balancing and Sequencing", 7th International Industrial Engineering Conference, 2009.
14. Amen, M., "An exact method for cost-oriented assembly line balancing", *International Journal of Production Economics*, 64, 187-195, 2000a.
15. Amen, M., "Cost-oriented assembly line balancing: Model formulations, solution difficulty, upper and lower bounds", *European Journal of Operational Research*, 168, 747-770, 2006.
16. Bukchin, J., Rubinovitz, J., "A weighted approach for assembly line design with station paralleling and equipment selection", *IIE Transactions*, 35, 73-85, 2003.

17. Bratcu, A.I., Makdessian, L., Dolgui, A., "Minimization of Equipment Cost for Transfer Lines with Blocks of Parallel Tasks", IEEE, 109-114, 2003.
18. Dolgui, A., Ihnatsenka, I., "Branch and bound algorithm for optimal design of transfer lines with multi-spindle stations", Working paper, Ecole Nationale Supérieure des Mines, Saint-Etienne, France, 2004.
19. Dolgui, A., Ihnatsenka, I., "Balancing modular transfer lines with serial-parallel activation of spindle heads at stations", Discrete Applied Mathematics, 157, 68-89, 2009.
20. Bukchin, Y., Rabinowitch, I., "A branch-and-bound based solution approach for the mixed-model assembly line-balancing problem for minimizing stations and task duplication costs", European Journal of Operational Research, 174, 492-508, 2005.
21. Zhang, W., Gen, M., Lin, L., "A Multi-objective Genetic Algorithm for Assembly Line Balancing Problem with Worker Allocation", IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, 3026-3033, 2008.
22. Bock, S., "Using distributed search methods for balancing mixed-model assembly lines in the automotive industry", OR Spectrum, 30, 551-578, 2008.
23. Ege, Y., Azizoglu, M., Ozdemirel, N., "Assembly line balancing with station paralleling", Computers & Industrial Engineering, 57, 1218-1225, 2009.
24. Padron, M., Irizarry, M.A., Resto, P., Mejia, H.P., "A methodology for cost-oriented assembly line balancing problems", Journal of Manufacturing Technology Management, 8, 1147-1165, 2009.
25. Cakir, B., Altiparmak, F., Dengiz, B., "Multi-objective optimization of a stochastic assembly line balancing: A hybrid simulated annealing algorithm", Computers & Industrial Engineering, 60, 376-384, 2011.
26. Boysen, N., Fließner, M., Scholl, A., "A classification of assembly line balancing problems", European Journal of Operational Research, 183, 674-693, 2007.
27. Andres, C., Miralles, C., Pastor, R., "Balancing and scheduling tasks in assembly lines with sequence-dependent setup times", European Journal of Operational Research, 187, 1212-1223, 2008.
28. Becker, C., Scholl, A., "Balancing assembly lines with variable parallel workplaces: Problem definition and effective solution procedure", European Journal of Operational Research, 199, 359-374, 2009.
29. Driscoll, J., Thilakawardana, D., "The Definition of Assembly Line Balancing Difficulty and Evaluation of Balance Solution Quality", Robotics and Computer Integrated Manufacturing, 17, 81-86, 2001.

