

## ارائه یک مدل ریاضی یکپارچه برای حل مسئله تشکیل سلول پویا با در نظر گرفتن مسائل تخصیص اپراتور، جانمایی‌های بروند و سلولی و درون سلولی و حل آن به کمک شبیه سازی تبرید

اسماعیل مهدی زاده<sup>\*</sup>، حمید رحیمی<sup>\*\*</sup>

(تاریخ دریافت: ۹۳/۷/۱۴ - تاریخ پذیرش: ۹۴/۲/۲۳)

### چکیده

این مقاله یک مدل ریاضی ارائه می‌کند تا مسائل تشکیل سلول پویا، تخصیص اپراتور و جانمایی‌های بروند سلولی و درون سلولی را به طور هم زمان حل کند. مدل ارائه شده دارای سه هدف می‌باشد که هدف اول به دنبال مینیمم سازی سفرهای بروند - درون سلولی قطعه و مکانیابی مجلد ماشین، هدف دوم، مینیمم سازی هزینه‌های مرتبط با اپراتور و هدف سوم، ماکریمم سازی تعداد جریان‌های رو به جلو متواالی می‌باشد. مدل به صورت چند هدفه بوده، لذا برای حل آن از رویکرد  $L\text{-}P$ -متريک استفاده شده است. به منظور اعتباردهی به مدل، مثال عددی با استفاده از نرم افزار لینگو حل گردیده است. در ادامه با توجه به ماهیت  $Np$ -hard مسئله تشکیل سلول، الگوریتم فرالبتکاری شبیه سازی تبرید چند هدفه ارائه شده ونتایج محاسباتی چندین مسئله عددی حل شده توسط نرم افزار لینگو و الگوریتم ارائه شده، با یکدیگر مقایسه شده اند. نتایج نشان می‌دهد که الگوریتم ارائه شده در زمانی به مراتب کمتر از نرم افزار لینگو به جواب می‌رسد و همچنین هیچ یک از جواب‌های به دست آمده توسط دو روش یکدیگر را مغلوب نمی‌کنند.

واژگان کلیدی: تشکیل سلول پویا، تخصیص اپراتور، جانمایی، برنامه‌ریزی چند هدفه،  $L\text{-}P$ -متريک، شبیه سازی تبرید

\* استادیار گروه مهندسی صنایع و مکانیک دانشگاه آزاد اسلامی، واحد قزوین (نویسنده مسئول)

emehdzi@qiau.ac.ir

\*\* دانشجوی کارشناس ارشد گروه مهندسی صنایع و مکانیک دانشگاه آزاد اسلامی، واحد قزوین

## مقدمه

تکنولوژی گروهی (GT<sup>۱</sup>) فلسفه‌ای تولیدی برای شناسایی قطعات مشابه و گروه‌بندی آنها با هم به منظور دستیابی به تشابهات آنها در طراحی و تولید تعریف می‌گردد. سیستم تولید سلولی (CMS<sup>۲</sup>) یک کاربرد تکنولوژی گروهی می‌باشد و به دنبال این هست که قطعات و ماشین‌ها در سلول‌های تولیدی در ارتباط با شباهت آن‌ها در فرایند تولید، طراحی و سایر ویژگی‌ها تخصیص داده شوند. طراحی یک سیستم تولید سلولی چهار گام اصلی را در بر می‌گیرد که هر کدام از آنها به صورت یک مسئله جداگانه مطرح می‌شوند. اولی مسئله تشکیل سلول (CF<sup>۳</sup>) است که با گروه‌بندی قطعات و ماشین‌ها در سلول‌های تولیدی به منظور مینیمم کردن برخی اهداف نظری سفرهای برون-درون سلولی قطعه ارتباط برقرار می‌کند. مسئله دوم در واقع جانمایی برون سلولی و جانمایی درون سلولی می‌باشد که به دنبال چیدمان سلول‌ها در کف کارگاه و چیدمان ماشین‌ها درون سلول‌ها می‌باشد. مسئله سوم زمانبندی قطعه در سلول‌ها است که به دنبال مینیمم کردن زمان تکمیل تولید قطعه می‌باشد. مسئله چهارم تخصیص منابع می‌باشد که منابع مورد نیاز به هرسلول تخصیص داده می‌شود و از جمله می‌توان مسئله تخصیص اپراتور که در پی مینیمم کردن هزینه‌های آموزش، حقوق، استخدام و اخراج وغیره می‌باشد، اشاره کرد. سیستم تولید سلولی ایستا هر گونه تغییراتی در تقاضا در طی زمان را از طراحی مجدد محصول و عوامل دیگر، نادیده می‌گیرد. به دلایلی نظری کاهش چرخه عمر محصول و افزایش تنوع کالاهای سازمان‌ها اغلب با نوساناتی در تقاضا و ترکیب محصول مواجه می‌شوند، که منجر به یک محیط تولیدی پویا می‌شود. لذا از آنجاییکه یک طرح سلول بهینه در یک دوره ممکن نیست برای دوره‌های باقیمانده در یک محیط پویا بهینه باشد، لذا برای غلبه بر معایب سیستم تولید سلولی سنتی، مفهوم سیستم تولید سلولی پویا (DCMS<sup>۴</sup>) ارائه شده است. سیستم تولید سلولی پویا اشاره به ترکیب بندی مجدد سلول‌های تولیدی، شامل خانواده قطعات و گروه ماشین آلات در هر دوره دارد.

از آنجاییکه مسئله تشکیل سلول مسئله ابتدایی در طراحی یک CMS است، بسیاری از محققان تلاش می‌کنند تا این مسئله را به طور بهینه حل کنند. (لوگندران (۱۹۹۳)) یک مدل

برنامه ریزی ریاضی برای مینیمم کردن جابه جایی های برون سلولی و درون سلولی توسعه داد و یک الگوریتم هیوریستیک پیشنهاد کرد تا آن را حل کند. (چن (۱۹۹۸)) یک مدل برنامه ریزی عدد صحیح برای مینیمم کردن جابه جایی مواد و هزینه ماشین و هزینه پیکربندی مجدد برای طراحی یک سیستم تولید سلولی قابل تحمل در یک محیط پویا پیشنهاد کردند. (توکلی مقدم و همکاران (۲۰۰۵)) یک مسأله تشکیل سلول پویا توسعه دادند، آنها در کار خود سه الگوریتم پایه ای شامل الگوریتم ژنتیک، شبیه سازی تبرید و جستجوی محلی را پیاده سازی کردند تا مدل را حل کند و سپس این الگوریتم ها با یکدیگر مقایسه شدند. (ونگ (۲۰۰۹)) درباره مسأله تشکیل سلول پویا ( $DCFP^5$ ) با چندین هدف متناقض بحث کردند. مقاله آنها یک مدل DCFP چند دوره ای چند هدفه غیر خطی پیشنهاد می کرد. توابع هدف در نظر گرفته شده هزینه مکان یابی مجدد ماشین، به کارگیری سلول و تعداد کل جابه جایی های برون سلولی هستند. آنها مدل چند هدفه غیر خطی پیشنهاد شده را با استفاده از جستجوی پراکندگی<sup>۶</sup> حل کردند و نتایج آن را با نرم افزار CPLEX مقایسه کردند. (صفایی و توکلی مقدم (۲۰۰۹)) یک مدل ریاضی برای مقابله با یکپارچه سازی تشکیل سلول پویا و برنامه ریزی تولید با در نظر گرفتن مینیمم سازی هزینه های ماشین ها، جابه جایی های برون- درون سلولی، پیکربندی مجدد، قرار داد جنبی قطعه و نگهداری موجودی توسعه دادند. (مجازی دلفارد (۲۰۱۳)) یک مدل برنامه ریزی عدد صحیح غیر خطی جدید برای مسأله تشکیل سلول پویا در سیستم تولید سلولی ارائه کرد. تفاوت بین این مدل و دیگر مدل های توسعه داده شده در پیاده سازی ایده جریان مواد بیشتر در فاصله کمتر در تشکیل سلول نهفته است. در نهایت استراتژی جدید شناخته شده با عنوان شبیه سازی تبرید ترکیبی در شاخه و برش<sup>۷</sup> را توسعه داد تا مدل را حل کند.

تحقیقات بسیاری در ادبیات وجود دارد، که به مسائل جانمایی برون سلولی- درون سلولی اختصاص یافته اند. بیشتر این تحقیقات مسأله جانمایی را به صورت یک توالی با مسأله CF در نظر می گیرند و همچنین برخی تحقیقات نیز، این تصمیمات را به طور همزمان در نظر می گیرند. (توکلی مقدم و همکاران (۲۰۰۷)) یک مدل ریاضی جدید پیشنهاد کردند تا مسأله

جانمایی برون - درون سلولی را در حضور تقاضاهای تصادفی حل کند. در تحقیق آنها فرض شده است که ساختار CF از پیش تعیین شده به عنوان یک ورودی مسأله جانمایی برون-درон سلولی است. (جولای و همکاران (۲۰۱۱)) یک الگوریتم الکترومغناطیس گونه پیشنهاد کردند تا مسأله تشکیل سلول یکپارچه شده با جانمایی برون-درون سلولی را حل کند. (کریشنان و همکاران (۲۰۱۲)) سه گام اصلی در مسأله جانمایی برون-درون سلولی پیشنهاد کردند، در حالی که گروه‌بندی ماشین‌ها در سلول‌ها در گام اول به منظور مینیمم کردن سفرهای برون-درون سلولی قطعه اجرا شده است. گام دوم دو رویه اجرایی هیوریستیک برای گروه‌بندی قطعات به سلول‌ها براساس جواب گروه‌بندی ماشین را ارائه می‌دهد. در آخر الگوریتم ژنتیک پیاده سازی شده است تا بهترین جانمایی برون-درون سلولی را تعیین کند. (کیا و همکاران (۲۰۱۲)) یک الگوریتم شبیه سازی تبرید پیشنهاد کردند تا مسأله تشکیل سلول و مسائل جانمایی برون-درون سلولی را به طور همزمان حل کند. (چانگ و همکاران (۲۰۱۳)) یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی دو مرحله‌ای فرموله‌بندی کردند تا سه نتیجه بحرانی یعنی تشکیل سلول، جانمایی سلولی، و توالی ماشین درون سلولی را با در نظر گرفتن مسیر گزینی فرایند آلترناتیو، توالی عملیات و حجم تولید، یکپارچه کند. سپس به دلیل ماهیت ترکیبی مدل، یک الگوریتم جستجوی ممنوع کارا براساس ضرایب مشابهت عمومی پیشنهاد کردند. مرحله اول عمدتاً مسأله تشکیل سلول و جانمایی سلول را به طور همزمان در ارتباط با مینیمم سازی کل فاصله حرکت برون سلولی حل می‌کند، در مرحله دوم نتایج به دست آمده از مرحله یک مورد استفاده قرار گرفته تا براساس ماکریزم سازی جریان‌های رو به جلو متوالی جانمایی درون سلولی را مشخص کند. (مهدوی و همکاران (۲۰۱۳)) یک مدل ریاضی یکپارچه شده جدید با در نظر گرفتن تشکیل سلول و جانمایی سلولی به طور هم زمان ارائه کردند. هدف مدل آن‌ها این بود که قطعات مشابه را نظیر به نظیر ماشین‌ها در سلول‌های یکسان گروه بندی کنند. توالی ماشین‌ها در هر سلول و موقعیت‌ها در سیستم مشخص شده است، همچنین مدل ارائه شده آن‌ها حرکات رویه جلو و برگشت به عقب و فرضیات جدید برای فواصل بین سلول‌ها با استفاده از توالی داده و حجم تولید را در نظر می‌گرفت. (کیا و

همکاران (۲۰۱۳)) یک مدل برنامه ریزی عدد صحیح ترکیبی چند هدفه برای طراحی جانمایی گروهی یک سیستم تولید سلولی در یک محیط پویا ارائه کردند، که در آن تعداد سلول‌هایی که باید شکل گیرد، متغیر است. آن‌ها تشکیل سلول (CF) و جانمایی گروهی ( $GL^*$ ) را به طور همزمان در یک محیط پویا توسط یک مدل یکپارچه شده، که با پوشش وسیعی از ویژگی‌های مهم استفاده شده در طراحی سیستم‌های تولید سلولی ترکیب می‌شوند، ساختند.

برخی مطالعات وجود دارد که نتایج مرتبط با اپراتور را در یک محیط تولید سلولی در نظر می‌گیرد. اولین مقاله ریاضی که به جنبه‌های مرتبط با انسان و تشکیل سلول پویا تخصیص داده شده در مقاله (آریانزاد و همکاران (۲۰۰۹)) ارائه شده است. آنها یک مدل ریاضی جدید برای برخورد با مسائل تشکیل سلول پویا و تخصیص اپراتور، به طور همزمان ارائه کردند. مدل توسعه داده شده عدد صحیح غیر خطی بود، آنها مدل توسعه داده شده را خطی کردند. اهداف این مدل شامل دو جز هر دو مرتبط با هزینه‌های سیستم شامل هزینه‌های ماشین، عملیات، جایه جایی مواد برون سلولی، مکان یابی مجدد ماشین، استخدام کارگر، آموزش، حقوق و اخراج می‌شد. (ساتو گلو و سورش (۲۰۰۹)) لحاظ نتایج مرتبط با اپراتور را در محیط تولید سلولی هیبریدی پیشنهاد کردند. آن سه گام اصلی را شامل می‌شد. ابتدا، قطعات با تقاضاهای نامنظم به عنوان قطعات ویژه انتخاب شدند، تا در یک جانمایی کارگاهی کف کارگاه پردازش شوند، سپس، یک مدل ریاضی پیشنهاد کردند تا مسأله تشکیل سلول را حل کند و در گام آخر مسأله تخصیص اپراتور را با استفاده از یک رویکرد برنامه ریزی آرمانی حل کردند.

(مهدوی و همکاران (۲۰۱۰)) مسأله تشکیل سلول را با برنامه ریزی تولید و تخصیص کارگر در یک محیط پویا پیشنهاد کردند. (رفیعی و قدسی (۲۰۱۳)) یک DCFP با در نظر گرفتن نتایج مرتبط با انسان را در نظر گرفتند و یک مدل دو هدفه توسعه دادند که هدف اول به دنبال مینیمم کردن هزینه‌های مربوط به مسأله شامل تهیه ماشین و هزینه‌های مکان یابی مجدد، هزینه متغیر ماشین، هزینه‌های درون سلولی و برون سلولی، هزینه‌های اضافه کاری،

هزینه انتقال کارگر بین سلول‌ها و هدف دوم به دنبال ماکریزم کردن به کارگیری کارگر می‌باشد. به خاطر پیچیدگی مسأله یک الگوریتم هیبریدی ACO-GA توسعه داده‌اند. همچنین تحقیقاتی وجود دارد که سه تصمیم را به طور متواالی یا همزمان ارائه کرده‌اند، تصمیم تشکیل سلول با درنظر گرفتن تصمیماتی که شامل جانمایی درون-برون سلولی، تخصیص اپراتور و زمانبندی گروهی می‌شود. (وو و همکاران (۲۰۰۷)) یک مدل ریاضی پیشنهاد کردند تا مسائل تشکیل سلول، جانمایی برون-درон سلولی و زمانبندی گروهی را یکپارچه کند. به دلیل پیچیدگی آن، یک الگوریتم ژنتیک برای حل توسعه دادند. (ارکات و همکاران (۲۰۱۱)) دو مدل ریاضی پیشنهاد کردند تا یک سیستم تولید سلولی را طراحی کند. مدل اول یکپارچه سازی مسائل تشکیل سلول و جانمایی گروهی بود. مدل دوم یکپارچه سازی مدل اول بود با مسأله زمانبندی گروهی که کارایی سیستم کلی را بهبود دهد. (باقری و بشیری (۲۰۱۳)) مسأله تشکیل سلول را با مسائل جانمایی برون سلولی و تخصیص اپراتور در یک محیط تولید سلولی پویا به طور همزمان در نظر گرفتند. آن‌ها یک مدل ریاضی جدید براساس لحاظ سه زیر مسأله مذکور پیشنهاد کردند. اهداف مدل مینیمم سازی سفرهای برون-درон سلولی، هزینه‌های جابه‌جایی ماشین و نتایج مرتبط با اپراتور می‌باشد، به خاطر اظهارات غیر تناسبی در تابع هدف یک رویکرد  $L-P$ -متربیک ارائه کردند و مثال‌های ارائه شده را توسط روش شاخه کران حل کردند. یک مورد واقعی از شرکت تولید کننده اتومبیل سایپا ارائه نمودند.

با توجه به مرور ادبیات انجام شده و همچنین اشاره‌ای که در مقاله (باقری و بشیری (۲۰۱۳)) به عنوان کارآتی، مبنی بر وارد کردن مسأله جانمایی درون سلولی در چهارچوب فراهم آمده شده است، لذا ما در پی ارائه مدل ریاضی جدید، جهت یکپارچه کردن تصمیمات تشکیل سلول، تخصیص اپراتور، جانمایی برون سلولی و جانمایی درون سلولی می‌باشیم، از رویکرد (چانگ و همکاران (۲۰۱۳)) برای وارد کردن جانمایی درون سلولی استفاده شده است، سپس با توجه به ماهیت  $Np-hard$  مسأله تشکیل سلول، الگوریتم فرآبتكاری شبیه سازی تبرید چند هدفه برای حل مسأله ارائه می‌گردد.

بقیه مقاله به صورت زیر سازماندهی شده است: در بخش ۲، یک مدل ریاضی غیر خطی بر اساس اهداف اشاره شده ارائه می‌گردد. در بخش ۳، مدل غیر خطی براساس یک سری تکنیک‌ها ساده سازی می‌شود. در بخش ۴، رویکرد L-P متريک برای حل مسائل چند هدفه تشریح می‌گردد. در بخش ۵، الگوريتم فرابتكاري شبیه سازی تبرید چند هدفه تشریح می‌گردد. در بخش ۶، یک مثال عددی برای اعتبار دهی مدل ارائه می‌گردد، و در ادامه چندین مسأله تولید شده و نتایج به دست آمده توسط نرم افزار لینگو و لگوريتم ارائه شده، با يكديگر مقایسه می‌شوند. و در نهايىت در بخش ۷، نتيجه گيري و پيشنهادهایي برای تحقیقات آتی ارائه می‌گردد.

### مدل ریاضی

در اين بخش، ما يك مدل ریاضی یکپارچه برای حل مسأله تشکیل سلول پویا با در نظر گرفتن مسائل تخصیص اپراتور، جانمایی‌های برون سلولی و درون سلولی ارائه می‌کنیم.

فرضیات زیر برای مدل ارائه شده در نظر گرفته شده اند:

۱. تقاضای هر نوع قطعه در هر دوره تولیدی، تعداد سلول‌ها و حدود بالا و پایین ظرفیت سلول تعیین شده اند و در طول افق برنامه ریزی ثابت هستند.
۲. هزینه‌های سفر قطعه و مکانیابی مجدد ماشین بستگی به جانمایی برون سلولی یا درون سلولی دارد.
۳. انتقالات قطعه و ماشین صفر واحد زمانی طول می‌کشد.
۴. هزینه‌های عملیاتی و خرید ماشین‌ها در نظر گرفته نشده اند.
۵. هر ماشین تنها یک عملیات در یک لحظه دلخواه می‌تواند اجرا کند.
۶. کپی کردن و تکرار ماشین‌ها مجاز نمی‌باشد.
۷. توالی فرایند هر نوع قطعه در هر دوره تولید تعیین شده است (انعطاف پذیری مسیر در نظر گرفته نشده است).

۸. یک اپراتور می‌تواند به تنها یک سلول تخصیص داده شود، و انتقال اپراتور بین سلول‌ها مجاز نیست.
۹. یک اپراتور می‌تواند به بیشتر از یک ماشین، بر اساس توانایی او تخصیص داده شود.
۱۰. یک اپراتور می‌تواند آموزش دیده شود تا با ماشین خاصی، در یک دوره خاصی، با صرف هزینه آموزشی عمل کند.
۱۱. یک اپراتور می‌تواند در هر دوره به طور مستقل به کار گرفته شود یا نه.
۱۲. آموزش بین دوره‌ها اجرا می‌شود و آن صفر واحد زمانی طول می‌کشد.
۱۳. تعداد موقعیت‌های کاندید سلول از پیش تعیین شده است و آن در طول افق برنامه ریزی ثابت است.
۱۴. هزینه و زمان استقرار سلول فرض شده اند که صفر باشد.
۱۵. جانمایی درون سلولی فرض شده که به صورت خطی باشد و مساحت هر ماشین به صورت یکسان فرض شده است.
۱۶. تعداد موقعیت‌های کاندید جانمایی درون سلولی برابر با ماکریم ظرفیت سلول فرض شده است.

### نمادها

اندیس‌ها و حدود بالای مرتبط با آن‌ها

$I$  تعداد ماشین‌ها

$J$  تعداد قطعات

$C$  تعداد سلول‌های ماشین که باید ساخته شود

$G$  تعداد موقعیت کاندید که یک سلول می‌شود ( $G \geq C$ )

$T$  تعداد دوره‌های تولیدی

$Op_j^t$  تعداد عملیات‌های مورد نیاز توسط قطعه  $j$  در دوره  $t$

$K$  تعداد اپراتور در دسترس

|         |  |
|---------|--|
| $i'$    | اندیس برای تعداد ماشین‌ها ( $i = 1, \dots, I$ )                                  |
| $j'$    | اندیس برای تعداد قطعات ( $j = 1, \dots, J$ )                                     |
| $c'$    | اندیس برای سلول‌های ماشین‌ها ( $c = 1, \dots, C$ )                               |
| $t$     | اندیس برای دوره‌های تولید ( $t = 1, \dots, T$ )                                  |
| $g'$    | اندیس برای تعداد موقعیت‌های کاندید که یک سلول تشکیل می‌شود ( $g = 1, \dots, G$ ) |
| $d$     | اندیس برای عملیات مورد نیاز توسط قطعه $j$ در دوره $t$ ( $d = 1, \dots, op_j^t$ ) |
| $k$     | اندیس برای تعداد اپراتورها ( $k = 1, \dots, K$ )                                 |
| $b, b'$ | اندیس برای موقعیت درون سلولی $c$ ( $b = 1, \dots, u_c$ )                         |

### پارامترهای ورودی

|             |   |
|-------------|---|
| $a_{ki}$    | هزینه آموزش برای اپراتور $k$ تا عمل کند با ماشین $i$                            |
| $Z_{ki}^1$  | اگر کارگر $k$ برای عمل با ماشین $i$ در دوره اول ناتوان است، ۰ در غیر اینصورت    |
| $D_j^t$     | مقدار تقاضای قطعه $j$ در دوره $t$   |
| $B_j^t$     | اندازه دسته جابه جایی برای قطعه $j$ در دوره $t$                                 |
| $dis_{gg'}$ | فاصله بین دو مکان کاندید $g, g'$  |
| $P_{jdi}^t$ | اگر عملیات $d$ قطعه $j$ توسط ماشین $i$ در دوره $t$ پردازش شود، ۰ در غیر اینصورت |
| $W_{jd}^t$  | زمان پردازش عملیات $d$ قطعه $j$ در دوره $t$                                     |
| $Sa_{ki}$   | حقوق برای اپراتور $k$ با ماشین $i$ (در ساعت)                                    |
| $H_k$       | هزینه به کارگیری اپراتور $k$  |
| $F_k$       | هزینه عدم به کارگیری اپراتور $k$  |
| $\min h$    | مینیمم تعداد اپراتور که باید در هر دوره تولید به کار گرفته شود                  |
| $l_i, l_i$  | مینیمم و ماکزیمم تعداد اپراتور مورد نیاز با ماشین $i$                           |
| $l_c, l_c$  | ظرفیت پایین و بالا ماشین برای سلول $c$  |

$u_k, l_k$  مینیمم و ماکزیمم تعداد ماشین‌هایی که می‌تواند تخصیص داده شود به اپراتور  $k$

### متغیرهای تصمیم

$1 = X_{ic}^t$  اگر ماشین  $i$  به سلول  $C$  در دوره  $t$  تخصیص داده شود، ۰ در غیر اینصورت

$1 = Xb_{icb}^t$  اگر ماشین  $i$  به  $b$  موقیت سلول  $C$  در دوره  $t$  تخصیص داده شود، ۰ در غیر

اینصورت

$1 = h_k^t$  اگر اپراتور  $k$  در دوره  $t$  به کار گفته شود، ۰ در غیر اینصورت

$1 = S_{kc}^t$  اگر اپراتور  $k$  به سلول  $C$  در دوره  $t$  تخصیص داده شود، ۰ در غیر اینصورت

$1 = Z_{ki}^t$  اگر کارگر  $k$  برای عمل با ماشین  $i$  در دوره  $t$  ناتوان است، ۰ در غیر اینصورت

$1 = Y_{cg}^t$  اگر سلول  $C$  در موقعیت  $g$  در دوره  $t$  مکانیابی شود، ۰ در غیر اینصورت

$1 = r_{ki}^t$  اگر اپراتور  $k$  به ماشین  $i$  در دوره  $t$  تخصیص داده شود، در غیر اینصورت

$1 = Yb_{cb}^t$  اگر مکان  $b$  ام سلول  $C$  از ماشین پر شود، ۰ در غیر اینصورت

### تواجع هدف و محدودیت ها

$\min OB 1$

$$\begin{aligned}
 &= \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^J \sum_{d=1}^{op_j^{t-1}} \sum_{i=1}^I \sum_{i'=1}^I \sum_{c=1}^C \sum_{c'=1}^C \sum_{g=1}^G \sum_{g'=1}^G \left[ \frac{D_j^t}{B_j} \right] dis_{gg'} P_{jdi}^t P_{j(d+1)i'}^t \max(X_{ic}^t Y_{cg}^t \right. \\
 &\quad \left. + X_{i'c'}^t Y_{c'g'}^t - 1, 0 \right) \\
 &+ \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^J \sum_{d=1}^{op_j^t} \sum_{c=1}^C \sum_{b=1}^{u_c} \sum_{b'=1}^{u_c} \left[ \frac{D_j^t}{B_j} \right] \max(\sum_{i=1}^I P_{jdi}^t Xb_{icb}^t \\
 &\quad + \sum_{i=1}^I P_{j(d+1)i}^t Xb_{icb'}^t - 1, 0) * |b - b'|
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \sum_{t=1}^{T-1} \sum_{i=1}^I \sum_{c=1}^C \sum_{c'=1}^C \sum_{g=1}^G \sum_{g'=1}^G \max(X_{ic}^t Y_{cg}^t + X_{ic'}^{t+1} Y_{c'g'}^{t+1} - 1, 0) dis_{gg'} \\
 & + \sum_{t=1}^{T-1} \sum_{i=1}^I \sum_{c=1}^C \sum_{b=1}^{u_c} \sum_{b=1}^{u_c} \max(Xb_{icb}^t + Xb_{icb'}^{t+1} - 1, 0) * |b - b'| \\
 \min OB2 = & \sum_{t=1}^T \sum_{c=1}^C \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K h_k^t r_{ki}^t X_{ic}^t S_{kc}^t Z_{ki}^t a_{ki} \\
 & + \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^K (h_k^t H_k + (1 - h_k^t) F_k) \\
 & + \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^J \sum_{d=1}^{op_j^t} \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K P_{jdi}^t D_j^t W_{jd}^t r_{ki}^t S a_{ki} \\
 \max OB3 = & \frac{\sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^J \sum_{d=1}^{op_j^t-1} \sum_{i=1}^I \sum_{c=1}^C \sum_{b=1}^{u_c-1} P_{jdi}^t P_{j(d+1)i'}^t Xb_{icb}^t Xb_{i'c(b+1)}^t [D_j^t / B_j]}{\sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^J (op_j^t - 1) [D_j^t / B_j]}
 \end{aligned}$$

s.t:

$$\sum_{c=1}^C X_{ic}^t = 1 \quad \forall i, t \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^I X_{ic}^t \leq u_c \quad \forall c, t \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^I X_{ic}^t \geq l_c \quad \forall c, t \quad (3)$$

$$\sum_{k=1}^K h_k^t \geq \min h \quad \forall t \quad (4)$$

$$r_{ki}^t \leq h_k^t \quad \forall k, i, t \quad (5)$$

$$S_{kc}^t \leq h_k^t \quad \forall k, c, t \quad (6)$$

$$\sum_{k=1}^K r_{ki}^t \leq u_i \quad \forall i, t \quad (7)$$

$$\sum_{k=1}^K r_{ki}^t \geq l_i \quad \forall i, t \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^I r_{ki}^t \leq h_k^t u_k \quad \forall i, t \quad (9)$$

$$\sum_{i=1}^I r_{ki}^t \geq h_k^t l_k \quad \forall i, t \quad (10)$$

$$r_{ki}^t \leq \sum_{c=1}^C X_{ic}^t S_{kc}^t \quad \forall k, i, t \quad (11)$$

$$\sum_{c=1}^C S_{kc}^t = h_k^t \quad \forall k, t \quad (12)$$

$$Z_{ki}^{t+1} = (1 - r_{ki}^t) \times Z_{ki}^t \quad \forall t = 1, \dots, T-1, \forall k, i \quad (13)$$

$$\sum_{g=1}^G Y_{cg}^t = 1 \quad \forall t, c \quad (14)$$

$$\sum_{\substack{c=1 \\ u_c}}^C Y_{cg}^t \leq 1 \quad \forall t, g \quad (15)$$

$$\sum_{b=1}^I Xb_{icb}^t = X_{ic}^t \quad \forall i, c, t \quad (16)$$

$$\sum_{i=1}^I Xb_{icb}^t = Yb_{cb}^t \quad \forall c, b, t \quad (17)$$

$$Xb_{icb}^t \leq X_{ic}^t \quad \forall i, c, b, t \quad (18)$$

$$\sum_{b=1}^I Yb_{cb}^t = \sum_{i=1}^I X_{ic}^t \quad \forall c, t \quad (19)$$

$$r, S, h, Z, X, Y, Xb, Yb \in \{0,1\}. \quad (20)$$

عبارت اول تابع هدف اول در واقع میزان فواصل جابه جایی برون سلولی را محاسبه کرده و سعی در مینیمم کردن آن دارد، عبارت دوم به دنبال مینیمم کردن فواصل جابه جایی درون سلولی با قرار گرفتن ماشین در نزدیک هم دارد، عبارت سوم فواصل جابه جایی ماشین‌ها از یک سلول به سلول دیگر در دوره‌های متوالی را محاسبه می‌کند، عبارت چهارم فواصل جابه جایی ماشین‌ها داخل سلول‌ها در موقعیت‌ها در دوره‌های متوالی را محاسبه می‌کند.

تابع هدف دوم به دنبال مینیمم کردن هزینه‌های مرتبط با اپراتور می‌باشد، عبارت اول در واقع هزینه‌های آموزش اپراتور برای کار کردن با ماشین خاصی را در نظر می‌گیرد، عبارت دوم هزینه‌های به کارگیری اپراتورها را محاسبه می‌کند، عبارت سوم هزینه‌های حقوق اپراتورها با کار کردن روی ماشین‌های مختلف را محاسبه می‌کند.

تابع هدف سوم نسبت جریان‌های روبه جلو متوالی را در نظر می‌گیرد و به دنبال ماکزیمم کردن آن می‌باشد.

محدودیت (۱)، تضمین می‌کند که هر ماشین می‌بایستی به یک سلول تخصیص داده شود. محدودیت‌های (۲) و (۳)، ظرفیت سلول‌ها را از تعداد ماشین‌ها محدود می‌کند. محدودیت (۴)، تضمین می‌کند که مینیمم تعداد اپراتورها باید به کارگرفته شوند. محدودیت‌های (۵) و (۶)، بیان می‌کند که یک اپراتور می‌تواند تخصیص داده شود به یک ماشین و یک سلول به ترتیب، اگر آن اپراتور به کارگرفته شده باشد. محدودیت‌های (۷) و (۸)، مینیمم و ماکزیمم تعداد اپراتورهای مورد نیاز توسط هر ماشین را محدود می‌کند. محدودیت‌های (۹) و (۱۰)، مینیمم و ماکزیمم تعداد ماشین‌هایی که هر اپراتور در صورت به کارگیری می‌تواند با آنها کار کند را محدود می‌کند. محدودیت (۱۱)، تضمین می‌کند که هر اپراتور می‌تواند به یک ماشین در یک سلول مشخص تخصیص داده شود، در واقع این محدودیت انتقال اپراتور بین سلول‌ها را تضمین می‌کند. محدودیت (۱۲)، تضمین می‌کند که هر اپراتور به کارگرفته شده باید به یک سلول تخصیص داده شود. محدودیت (۱۳)، با اثر آموزش ارتباط برقرار می‌کند و

به این صورت می‌باشد که اپراتور آموزش دیده شده در دوره‌های قبل، نیاز به آموزش مجدد در دوره‌های بعدی ندارد. محدودیت (۱۴)، تضمین می‌کند که هر سلول می‌بایستی به یک موقعیت کاندید تخصیص داده شود. محدودیت (۱۵)، بیان می‌کند که هر موقعیت می‌تواند فقط برای یک سلول باز شود. محدودیت (۱۶)، بیان می‌کند که در صورت وجود یک ماشین در یک سلول، آن ماشین می‌بایستی در یک موقعیت آن تخصیص داده شود. محدودیت (۱۷)، در واقع به دنبال این است که آیا موقعیت مشخصی از یک سلول باز شده است یا نه. محدودیت (۱۸)، تضمین می‌کند که در صورت وجود ماشین در یک سلول، امکان باز شدن یکی از موقعیت‌های آن سلول برای آن وجود دارد. محدودیت (۱۹)، مشخص می‌کند که تعداد موقعیت‌های باز شده سلول مشخصی برابر با تعداد ماشین‌های مستقر شده در آن سلول می‌باشد. محدودیت (۲۰)، نوع متغیرها که همه از نوع باینری هستند را مشخص می‌کند.

### خطی سازی

مدل ارائه شده در این مقاله غیر خطی می‌باشد، برای حل مسئله با روش‌های دقیق برای مدل‌های خطی، می‌بایستی مدل ارائه شده را به صورت یک مدل خطی دوباره فرموله‌بندی کنیم. به منظور دستیابی به مدل خطی از چندین تکنیک خطی سازی استفاده می‌شود، تا مدل به یک مدل خطی تبدیل شود. ابتدا به صورت خلاصه هر یک را تشریح می‌کنیم، سپس آنها را به کار می‌گیریم، تعاریف ۱ و ۲ از مقاله (باقری و بشیری (۲۰۱۳)) استفاده شده‌اند:

تعریف ۱: فرض کنید ( $Z = X_1 * X_2 * \dots * X_n$ ) متغیر باینری و  $i = 1, \dots, n$ .

باشد در این صورت اگر همه متغیرهای باینری مقدار یک را بگیرند عبارت مذکور مقداری برابر ۱ خواهد داشت در غیر اینصورت ۰ خواهد بود. برای جایگزین کردن این عبارت با یک عبارت خطی کافی است محدودیت‌های زیر تعریف شود:

$$Z \leq \sum_{i=1}^n X_i \quad \forall i = 1, \dots, n.$$

$$Z \geq \sum_{i=1}^n X_i - (n - 1).$$

عبارت این نوع از غیر خطی بودن در عبارت اول و سوم تابع هدف اول، عبارت اول تابع هدف دوم و تابع هدف سوم، و همچنین در مجموعه محدودیت‌های (۱۱) و (۱۳) مشاهده می‌گردد.

لذا ابتدا متغیرهای زیر را تعریف می‌کنیم:

$$\begin{aligned} XY_{icg}^t &= X_{ic}^t Y_{cg}^t && \forall i, c, g, t \\ RZ_{ki}^t &= r_{ki}^t Z_{ki}^t && \forall k, i, t \\ XS_{ikc}^t &= X_{ic}^t S_{kc}^t && \forall i, k, c, t \\ Q_{ikc}^t &= h_k^t XS_{ikc}^t RZ_{ki}^t && \forall i, k, c, t \\ Xbb_{ii'cb}^t &= Xb_{icb}^t Xb_{i'c(b+1)}^t && \forall i, i', c, t, \forall b = 1, \dots, u_c - 1 \end{aligned}$$

با در نظر گرفتن این معادلات، می‌بایستی محدودیت‌های کمکی زیر را به مدل اضافه کنیم:

$$XY_{icg}^t \leq X_{ic}^t \quad \forall i, c, g, t \quad (21)$$

$$XY_{icg}^t \leq Y_{cg}^t \quad \forall i, c, g, t \quad (22)$$

$$XY_{icg}^t \geq X_{ic}^t + Y_{cg}^t - 1 \quad \forall i, c, g, t \quad (23)$$

$$RZ_{ki}^t \leq r_{ki}^t \quad \forall k, i, t \quad (24)$$

$$RZ_{ki}^t \leq Z_{ki}^t \quad \forall k, i, t \quad (25)$$

$$RZ_{ki}^t \geq r_{ki}^t + Z_{ki}^t - 1 \quad \forall k, i, t \quad (26)$$

$$XS_{ikc}^t \leq X_{ic}^t \quad \forall i, k, c, t \quad (27)$$

$$XS_{ikc}^t \leq S_{kc}^t \quad \forall i, k, c, t \quad (28)$$

$$XS_{ikc}^t \geq X_{ic}^t + S_{kc}^t - 1 \quad \forall i, k, c, t \quad (29)$$

$$Q_{ikc}^t \leq h_k^t \quad \forall i, k, c, t \quad (30)$$

$$Q_{ikc}^t \leq XS_{ikc}^t \quad \forall i, k, c, t \quad (31)$$

$$Q_{ikc}^t \leq RZ_{ki}^t \quad \forall i, k, c, t \quad (32)$$

$$Q_{ikc}^t \geq h_k^t + XS_{ikc}^t + RZ_{ki}^t - 2 \quad \forall i, k, c, t \quad (33)$$

$$Xbb_{ii'cb}^t \leq Xb_{icb}^t \quad \forall i, i', c, t, \forall b = 1, \dots, u_c - 1 \quad (34)$$

$$Xbb_{ii'cb}^t \leq Xb_{i'c(b+1)}^t \quad \forall i, i', c, t, \forall b = 1, \dots, u_c - 1 \quad (35)$$

$$\begin{aligned} Xbb_{ii'cb}^t &\geq Xb_{icb}^t + Xb_{i'c(b+1)}^t - 1 \quad \forall i, i', c, t, \forall b \\ &= 1, \dots, u_c - 1 \quad (36) \end{aligned}$$

تعریف ۲: تابع ماکریم می‌تواند با جایگزینی یک متغیر اضافی و دو محدودیت کمکی به صورت خطی نوشته شود:

$$\min T$$

$$St$$

$$T = \max(x, 0)$$

$$\min Z$$

$$St:$$

$$Z \geq X$$

$$Z \geq 0$$

این مورد در تمامی عبارات تابع هدف اول مشاهده می‌گردد، لذا ابتدا متغیرهای زیر را تعریف می‌کنیم:

$$M_{icgi'c'g'}^t = \max(XY_{icg}^t + XY_{i'c'g'}^t - 1, 0) \quad \forall i, i', c, c', g, g', t$$

$$N_{jdcbb'}^t = \max\left(\sum_{i=1}^I P_{jdi}^t Xb_{icb}^t + \sum_{i=1}^I P_{j(d+1)i}^t Xb_{icb'}^t - 1, 0\right) \quad \forall j, c, b, b', t, \forall d = 1, \dots, op_j^t - 1$$

$$E_{icc'gg'}^t = \max(XY_{icg}^t + XY_{i'c'g'}^{t+1} - 1, 0) \quad \forall i, c, c', g, g', \forall t$$

$$Xbo_{icbb'}^t = \max(Xb_{icb}^t + Xb_{icb'}^{t+1} - 1, 0) \quad \forall i, c, b, b', \forall t$$

در این صورت می‌بایستی محدودیت‌های زیر را به مدل اضافه نماییم:

$$M_{icgi'c'g'}^t \geq XY_{icg}^t + XY_{i'c'g'}^t - 1 \quad \forall i, i', c, c', g, g', t \quad (37)$$

$$M_{icgi'c'g'}^t \geq 0 \quad \forall i, i', c, c', g, g', t \quad (38)$$

$$N_{jdcbb'}^t \geq \sum_{i=1}^I P_{jdi}^t Xb_{icb}^t + \sum_{i=1}^I P_{j(d+1)i}^t Xb_{icb'}^t - 1 \quad \forall j, c, b, b', t, \forall d = 1, \dots, op_j^t - 1 \quad (39)$$

$$N_{jdcbb'}^t \geq 0 \quad \forall j, c, b, b', t, \forall d = 1, \dots, op_j^t - 1 \quad (40)$$

$$E_{iccg'g'}^t \geq XY_{icg}^t + XY_{ic'g'}^{t+1} - 1 \quad \forall i, c, c', g, g', t \quad (41)$$

$$E_{iccg'g'}^t \geq 0 \quad \forall i, c, c', g, g', t \quad (42)$$

$$Xbo_{icbb'}^t \geq Xb_{icb}^t + Xb_{icb'}^{t+1} - 1 \quad \forall i, c, b, b', \forall t \\ = 1, \dots, T-1 \quad (43)$$

$$Xbo_{icbb'}^t \geq 0 \quad \forall i, c, b, b', \forall t \\ = 1, \dots, T-1 \quad (44)$$

در نهایت مدل نهایی خطی شده به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} & \min OB1 \\ &= \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^J \sum_{d=1}^{op_j^{t-1}} \sum_{i=1}^I \sum_{i'=1}^I \sum_{c=1}^C \sum_{c'=1}^C \sum_{g=1}^G \sum_{g'=1}^G \left[ \frac{D_j^t}{B_j} \right] dis_{gg'} P_{jdi}^t P_{j(d+1)i}^t M_{icgc'g'}^t \\ &+ \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^J \sum_{d=1}^{op_j^t} \sum_{c=1}^C \sum_{b=1}^{u_c} \sum_{b'=1}^{u_c} \left[ \frac{D_j^t}{B_j} \right] N_{jdcbb'}^t * |b - b'| \\ &+ \sum_{t=1}^{T-1} \sum_{i=1}^I \sum_{c=1}^C \sum_{c'=1}^C \sum_{g=1}^G \sum_{g'=1}^G E_{iccg'g'}^t dis_{gg'} \\ &+ \sum_{t=1}^{T-1} \sum_{i=1}^I \sum_{c=1}^C \sum_{b=1}^{u_c} \sum_{b'=1}^{u_c} Xbo_{icbb'}^t * |b - b'| \\ & \min OB2 = \sum_{t=1}^T \sum_{c=1}^K \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K Q_{ikc}^t a_{ki} \\ &+ \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^K (h_k^t H_k + (1 - h_k^t) F_k) \\ &+ \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^J \sum_{d=1}^{op_j^t} \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K P_{jdi}^t D_j^t W_{jd}^t r_{ki}^t S a_{ki} \end{aligned}$$

max OB3

$$= \frac{\sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^J \sum_{d=1}^{op_j^{t-1}} \sum_{i=1}^I \sum_{i'=1}^{I'} \sum_{c=1}^C \sum_{b=1}^{u_c} P_{jdi}^t P_{j(d+1)i'}^t X b_{ii'cb}^t [D_j^t / B_j]}{\sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^J (op_j^t - 1) [D_j^t / B_j]}$$

به طوریکه:

مجموعه محدودیت‌های (۱۱)–(۱۲)، (۱۰)، (۱۴) و (۱۹) و محدودیت‌های کمکی (۲۱)–

(۴۴) و همچنین مجموعه محدودیت‌های (۱۱) جایگزین می‌شوند با:

$$r_{ki}^t \leq \sum_{c=1}^C X S_{ikc}^t \quad \forall k, i, t \quad (45)$$

مجموعه محدودیت (۱۳) جایگزین می‌شود با:

$$Z_{ki}^{t+1} = Z_{ki}^t - R Z_{ki}^t \quad \forall t = 1, \dots, T-1, \forall k, i \quad (46)$$

مجموعه محدودیت‌های (۲۰) جایگزین می‌شوند با:

$$\begin{aligned} r, X, Xb, S, h, Y, Z, XY, XS, RZ, Q, M, N, E, Xbb, Xbo \\ \in \{0,1\} \end{aligned} \quad (47)$$

### رویکرد L-P متریک

رویکرد L-P متریک یکی از روش‌های حل مسائل تصمیم گیری چند هدفه می‌باشد، که آن  $m$  هدف، که با هم متناقض و غیر تناسب پذیر هستند به یک هدف از طریق نرمالایز کردن اهداف تبدیل می‌کند و جواب‌های بهینه پارتو می‌توانند با استفاده از یک تابع هدف ادغام شده تکی بـه دست بـیاید. بردار توابع هدف را بـه صورت  $F(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x))$  در نظر بـگیرید و بردار ایده آل این توابع را به صورت  $F^*(x) = (f_1^*(x), f_2^*(x), \dots, f_n^*(x))$  و بردار ضد ایده آل این توابع را به صورت  $f_i^-(x) = (f_1^-(x), f_2^-(x), \dots, f_n^-(x))$  به ترتیب جواب‌های ایده آل مثبت و منفی برای تابع هدف  $i$  ام می‌باشند. L-P متریک در واقع فاصله بین دو نقطه  $F(x)$  و  $F^*(x)$  را بر طبق معادله زیر تعریف می‌کند:

$$D = \left( \sum_{i=1}^n \lambda_i \left( \frac{f_i^* - f_i(x)}{f_i^* - f_i^-} \right)^p \right)^{\frac{1}{p}}$$

جاییکه  $\lambda_i$  اهمیت وزنی تابع هدف  $D$  است. هدف اصلی این است که تابع فاصله  $(D)$  را مینیمم کنیم و بر طبق محدودیت‌های مسئله جواب‌های بهینه پارتو را پیدا کنیم.

### الگوریتم شبیه سازی تبرید

الگوریتم شبیه سازی تبرید (SA) را (کیر کپاتریک و همکارانش در اوایل دهه ۱۹۸۰) معرفی کردند، که با فرایند سرماشیش یا تبرید مواد در علم ترمودینامیک آماری در ارتباط می‌باشد.

الگوریتم شبیه سازی تبرید چند هدفه مبتنی بر جمعیت در گام‌های زیر خلاصه می‌شود:

۱- تولید جمعیت اولیه از پاسخ‌ها به طور تصادفی و ارزیابی آن‌ها

۲- در نظر گرفتن پاسخ‌های مرحله قبل به عنوان بهترین جواب‌های تولید شده

۳- تنظیم دمای اولیه  $T=T_0$

۴- انجام مراحل ۵ تا ۷ به تعداد مشخص

۵- به ازای هر عضو از جمعیت به اندازه مشخص همسایگی تولید کرده و همه را یکجا ریخته و ارزیابی می‌کنیم.

۶- به اندازه جمعیت اولیه از همسایگان را انتخاب می‌کنیم و با جمعیت فعلی مقایسه صورت می‌گیرد، مقایسه بر طبق اصل شبیه سازی تبرید انجام می‌گیرد.

۷- به روز رسانی بهترین پاسخ‌های یافته شده و ارزیابی آن‌ها

۸- کاهش دما و بازگشت به مرحله ۴ در صورت نیاز

### نحوه نمایش جواب‌ها

از جمله نکات مهم در حل مدل‌های ریاضی توسط روش‌های فرالبتکاری، نحوه نمایش جواب‌های شدنی مسئله است که باید حاوی مقادیر مربوط به متغیرهای تصادفی مدل باشد.

نحوه نمایش جواب در این تحقیق، به صورت یک ماتریس  $1 \times 5$  بعدی است و هر کدام از درایه آن ماتریس، یک ماتریس چند بعدی دیگر است، ابعاد ماتریس‌های داخلی با یکدیگر

- متفاوت است. شکل ۱، نحوه نمایش آن‌ها را نشان می‌دهد که در ادامه به شرح هر یک می‌پردازیم.

$$[[\text{Ma}_\text{Ce}] \mid [\text{Wo}_\text{Ce}] \mid [\text{Wo}_\text{Ma}] \mid [\text{Ce}_\text{Lo}] \mid [\text{Ma}_\text{Ce}_\text{Lo}]]$$

شکل ۱ نحوه نمایش جواب‌ها

۱- جزء اول مرتبط با تخصیص ماشین به سلول می‌باشد، اجزای این ماتریس  $I \times C$  بعدی در شکل ۲ نمایش داده شده است. در حین تکمیل ماتریس باید توجه داشت که هر ماشین حتماً و فقط به یکی از سلول‌ها تخصیص داده شود، و همچنین تعداد ماشین‌های مستقر در هر سلول از حد بالا و پایین آن تجاوز نکند، در واقع محدودیت‌های (۱)–(۳) ارضاء شوند.

$$\text{Ma-Ce} = \begin{pmatrix} X_{11} & X_{12} & \dots & X_{1C} \\ X_{21} & X_{22} & \dots & X_{2c} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ X_{l1} & X_{l2} & \dots & X_{lC} \end{pmatrix}$$

شکل ۲ نحوه نمایش ماتریس **Ma-Ce**

۲- جزء دوم مرتبط با تخصیص اپراتور به سلول مشخص می‌باشد و در حین تکمیل باید دقت داشت که هر اپراتور به یک سلول می‌تواند تخصیص داده شود. اطلاعات مربوط به بکارگیری اپراتور، از این ماتریس به دست می‌آید. محدودیت‌های (۶) و (۱۲) می‌بایستی در نظر گرفته شوند. شکل ۳ نحوه نمایش ماتریس **Wo-Ce** را نمایش می‌دهد.

$$\text{Wo-Ce} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & \dots & S_{1C} \\ S_{21} & S_{22} & \dots & S_{2c} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ S_{K1} & S_{K2} & \dots & S_{KC} \end{pmatrix}$$

شکل ۳ نحوه نمایش ماتریس **Wo\_Ce**

۳- جزء سوم مرتبط با تخصیص اپراتور به ماشین می‌باشد، در حین تکمیل ماتریس باید توجه داشت که هر اپراتور در صورت به کارگیری می‌تواند به ماشین تخصیص داده شود، و

همچنین حداکثر و حداقل تعداد اپراتورهای تخصیص داده شده به هر ماشین و تعداد ماشین‌های تخصیص داده شده به هر اپراتور در صورت به کارگیری باید ارضاء شود، همچنین اپراتور در صورتی می‌تواند به ماشین تخصیص داده شود که هر دو به یک سلول تخصیص داده شده باشند. یک ماتریس  $I^k$  بعدی می‌باشد، به این صورت که  $r_{ki} = 1$  به معنی این است که ماشین از نوع ۱ به اپراتور  $k$  تخصیص داده شده است. در واقع می‌بایستی کلیه محدودیت‌های (۷)–(۱۱) ارضاء شوند. شکل ۴ نحوه نمایش ماتریس Wo-Ma را نمایش می‌دهد.

$$Wo-Ma = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1I} \\ r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2I} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ r_{K1} & r_{K2} & \dots & r_{KI} \end{pmatrix}$$

شکل ۴ نحوه نمایش ماتریس Wo-Ma

۴- جزء چهارم در ارتباط با تخصیص سلول‌ها به موقعیت‌های کاندید می‌باشد. در حین تکمیل باید توجه داشت که هر سلول می‌بایستی حتماً به یک موقعیت تخصیص داده شود و هر موقعیت تنها برای یک سلول باز می‌شود و به صورت یک ماتریس  $G^*C$  بعدی می‌باشد.  $Y_{12} = 1$  به معنی این می‌باشد که سلول ۱ به موقعیت ۲ در دوره مورد نظر تخصیص داده شده است. در واقع می‌بایستی کلیه محدودیت‌های (۱۴)–(۱۵) ارضاء شوند. ماتریس سلول موقعیت کاندید در شکل ۵ نمایش داده شده است.

$$Ce-Lo = \begin{pmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \dots & Y_{1G} \\ Y_{21} & Y_{22} & \dots & Y_{2G} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ Y_{C1} & Y_{C2} & \dots & Y_{CG} \end{pmatrix}$$

شکل ۵ نحوه نمایش ماتریس سلول موقعیت کاندید

۵- جزء پنجم در واقع مرتبط با موقعیت هر ماشین در داخل هر سلول می‌باشد. و این با توجه به ماتریس  $[Ma\_Ce]$  مشخص می‌شود. و در حین تکمیل کردن نیز باید توجه داشت که هر

موقعیت برای تنها یک ماشین باز شود. و ماشین‌های موجود نیز به موقعیت‌ها تخصیص داده شوند. در واقع می‌بایستی مجموعه محدودیت‌های (۱۶)–(۱۹) در نظر گرفته شوند. ماتریس مورد نظر در شکل ۶ نشان داده شده است.

$$\text{Ma-Ce-Lo} = \left[ \begin{array}{cccccc} Xb_{111} & Xb_{112} & \dots & Xb_{11uc} \\ Xb_{121} & Xb_{122} & \dots & Xb_{12uc} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Xb_{1C1} & Xb_{1C2} & \dots & Xb_{1Cu} \end{array} \right] \dots \left[ \begin{array}{cccccc} Xb_{I11} & Xb_{I12} & \dots & Xb_{I1uc} \\ Xb_{I21} & Xb_{I22} & \dots & Xb_{I2uc} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Xb_{IC1} & Xb_{IC2} & \dots & Xb_{ICu} \end{array} \right]$$

شکل ۶ نحوه نمایش ماتریس موقعیت ماشین داخل سلول

در کل با ترکیب ۵ جزء توصیف شده بالا همان طور که در شکل نیز نمایش داده شد، جواب موجه در هر دوره به دست آمده است. بدینهی است که هر ترکیب طرح شامل  $T$  ساختار می‌باشد جاییکه  $T$  تعداد دوره‌ها است.

### جواب ابتدایی

یک جواب ابتدایی، یک نقطه شروع است که در فرایند جستجو به کار گرفته می‌شود. جواب ابتدایی بر طبق یک رویکرد سلسله مراتبی، با تکمیل ماتریس‌های سازنده جواب موجه ایجاد می‌شود.

در مرحله اول، ماتریس Ma-Ce تعیین می‌کند که هر ماشین به کدام سلول تخصیص داده شده است، به اینصورت که به اندازه مینیمم تعداد ماشین‌ها در هر سلول به هر سلول به طور تصادفی تخصیص داده می‌شود، سپس ماشین‌های باقیمانده به تصادف انتخاب و به یکی از سلول‌ها تخصیص داده می‌شود، تا اینکه از ظرفیت ماکزیمم بالاتر نرود.

در مرحله دوم، ماتریس Wo-Ce تعیین می‌کند که هر کارگر به کدام سلول تخصیص داده شود، و بر حسب تخصیص اپراتور به سلول، ماشین‌ها نیز به اپراتورها تخصیص داده می‌شوند. به این صورت که بر حسب نیاز هر سلول با توجه به ماشین‌های تخصیص داده به آن

سلول اپراتور به کار گرفته شده و به سلول تخصیص داده می‌شود و به ماشین‌های آن سلول تخصیص داده می‌شوند.

در مرحله سوم، ماتریس Ce-Lo تعیین می‌کند که هر سلول به کدام موقعیت تخصیص داده می‌شود.

در مرحله چهارم، ماشین‌های تخصیص داده شده به هر سلول، به موقعیت‌ها تخصیص داده می‌شوند.

### استراتژی‌های تولید همسایگی

با توجه به ماهیت مسئله، استراتژی‌های تولید همسایگی مختلفی طراحی شده است، ابتدا یک دوره به تصادف انتخاب می‌شود و به تصادف یکی از استراتژی‌ها که در زیر به طور خلاصه آنها را تشریح می‌کنیم، به کار گرفته می‌شود:

۱- جهش ماشین- سلول: پیاده سازی این استراتژی به جایه جایی دو ماشین از سلول‌های مختلف و یا حذف یک ماشین از یک سلول و اضافه کردن آن به سلول دیگر می‌پردازد.

۲- جهش کارگر- سلول: پیاده سازی این استراتژی به جایه جایی دو کارگر در سلول‌های مختلف و یا اضافه کردن و حذف اپراتورها به طور همزمان می‌پردازد.

۳- جهش کارگر- ماشین: دو کارگر از یک سلول انتخاب و مقادیر تخصیص داده شده به آنها جایه جا شوند.

۴- جهش سلول- موقعیت: پیاده سازی این استراتژی به جایه جایی دو موقعیت کاندید و یا جایه جایی دو سلول می‌پردازد.

۵- جهش موقعیت داخل سلول: پیاده سازی این استراتژی به جایه جایی مقادیر دو موقعیت داخل یک سلول تصادفی می‌پردازد.

### دماهی اولیه

انتخاب دماهی اولیه در سیستم نقش مهمی در رد یا قبول پاسخ‌ها دارد، بهمین منظور، (وایت (۱۹۸۳)) ایده‌ای را مطرح کرد که براساس آن، دماهی اولیه معادل انحراف معیار هزینه‌های

سیستم از میانگین هزینه هاست. بدین ترتیب از ایده‌ی وايت برای تعیین دمای اولیه استفاده می‌شود. به این صورت که در ابتدا به تعداد مشخص جواب تولید شده ( $n$ ) و انحراف معیار توابع هدف مسأله، هر کدام به صورت زیر محاسبه می‌شود. برای محاسبه میانگین از رابطه (۱) استفاده می‌شود. ( $\text{Obj}(i,j)$  مقدار تابع هدف  $i$ ام به ازای جواب  $j$ ام می‌باشد:

$$\text{میانگین تابع هدف } i\text{ام} = \text{mean}(i) = \frac{\sum_{j=1}^n \text{obj}(i,j)}{n} \quad (1)$$

دمای اولیه از رابطه (۲) برای هر کدام از اهداف به دست می‌آید:

$$Sd = T0 = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (\text{obj}(i,j) - \text{mean}(i))^2}{n-1}} \quad (2)$$

### mekanizm kahesh dama

همانطور که می‌دانیم در الگوریتم SA، نحوه کاهش دما برای رسیدن به پاسخ‌های مناسب بسیار مهم است. در صورت در نظر گرفتن  $T_n$  به عنوان دمای تکرا  $n$ ام در این صورت دمای تکرار  $n+1$ ام با در نظر گرفتن یکی از روش‌های معمول به صورت رابطه (۳) به دست می‌آید:

$$T_{n+1} = \alpha * T_n \quad (3)$$

مقدار  $\alpha$  کمتر از یک می‌باشد و هر قدر بزرگ‌تر باشد کاهش دما با سرعت کمتری انجام می‌شود و همچنین امکان جستجوی بیشتر در فضای مسأله را می‌دهد.

### طول زنجیره مارکوف

یکی دیگر از پارامترهای مهم در تعیین بهتر جواب‌ها در الگوریتم SA در نظر گرفتن تعداد مشخص جواب همسایگی برای هر عضو از جمعیت در هر دما است.

### mekanizm pdyirsh jawab-hai jadid

پس از اینکه کلیه همسایه‌های تولید شده با هم مورد ارزیابی قرار گرفتند و براساس رتبه و فاصله از دحامی مرتب شدند و به اندازه جمعیت اولیه از ابتدای مجموعه مرتب شده انتخاب

کرده‌یم، مقایسه بین اعضای فعلی جمعیت و اعضای همسایه انتخاب شده، نظیر به نظر صورت می‌گیرد. مقایسه به این صورت است که اگر عضو جدید بر عضو فعلی غلبه کند، آن گاه عضو جدید جایگزین عضو فعلی می‌شود، در غیر این صورت اختلاف توابع هدف عضو جدید را از عضو فعلی محاسبه می‌کنیم ( $\Delta f$ ) و احتمال ( $\exp(-\Delta f/T)$ ) را محاسبه می‌کنیم، همچنین به اندازه ابعاد توابع هدف، عدد تصادفی یکنواخت ( $r$ ) بین  $[0,1]$  تولید می‌کنیم. اگر به ازای تمامی اهداف شرط  $r < \exp(-\Delta f/T)$  برقرار باشد، جواب جدید را جایگزین جواب فعلی می‌کنیم.

معيار توقف الگوريتم

معیارهای مختلفی برای توقف الگوریتم وجود دارد که در این الگوریتم تعداد دفعات کاهش سطح دما به عنوان ماکریزم سطح تکرارها، شرط توقف الگوریتم می‌باشد. در شکل ۷ شبیه کد مربوط به الگوریتم MOSA آمده است.

نتائج محاسباتی

به منظور اعتبار دهی و بررسی مدل پیشنهاد شده، مثال عددی با پارامترهای ارائه شده در جداول ارائه شده است و توسط روش شاخه و کران با به کارگیری نرم افزار Lingo 9.0 و بر روی رایانه شخصی شامل Intel core i5 با پردازنده GHz 1.6 و GB 6 حافظه حل شده است، در این مورد، وزن های اهمیت توابع هدف به صورت برابر فرض شده اند. یک سری از اطلاعات مثال عددی از مقاله (باقری و بشیری (۲۰۱۳)) گرفته شده است.

در جدول ۱ اطلاعات مربوط به توالی عملیات قطعات، زمان‌های پردازش هر کدام، تقاضای قطعات و اندازه دسته در افق برنامه ریزی مشخص شده است.

## جدول ١- اطلاعات ماتریس قطعه- ماشین

| دوره ۲         |       |                       |                | دوره ۱         |       |                          |                |      |
|----------------|-------|-----------------------|----------------|----------------|-------|--------------------------|----------------|------|
| اندازه<br>دسته | تقاضا | زمان پردازش هر عملیات | تولی<br>عملیات | اندازه<br>دسته | تقاضا | زمان پردازش هر<br>عملیات | تولی<br>عملیات | قطعه |

|    |     |                    |         |    |     |               |       |   |
|----|-----|--------------------|---------|----|-----|---------------|-------|---|
| ۱۰ | ۲۰۰ | ۰,۰۷۰۰,۲           | ۴-۲     | ۱۰ | ۱۰۰ | ۰,۰۵۰۰,۱۰۰,۲  | ۱-۴-۳ | ۱ |
| ۱۰ | ۱۶۰ | ۰,۰۵۰۰,۰۸۰۰,۱۰۰,۲  | ۴-۲-۳-۱ | ۱۰ | ۶۰  | ۰,۰۵۰۰,۲      | ۱-۳   | ۲ |
| ۱۰ | ۱۸۰ | ۰,۰۵۰۰,۱۵۰۰,۱      | ۴-۲-۳   | ۱۰ | ۸۰  | ۰,۰۵۰۰,۱۰۰,۱۵ | ۴-۲-۱ | ۳ |
| ۱۰ | ۲۰  | ۰,۰۵۰۰,۰۸۰۰,۱۰۰,۱۵ | ۳-۱-۲-۴ | ۱۰ | ۹۰  | ۰,۰۵۰۰,۰۸۰۰,۱ | ۲-۱-۳ | ۴ |

**parameter setting:**  $nPop, nMove, T_0, MaxIt, alpha$

**Initialization:** Generate initial solutions

**Evaluatin:** Evaluate initial solutions

Perform non – dominated sorting and calculate ranks

Calculate crowding distance (CD)

Sort population according to rank and CDs

$Pop = population$

$T = T_0$

For  $it = 1: MaxIt$

    for  $i = 1: nPop$

        for  $j = 1: nMove$

$pop1(i,j)$

= Perform neighbourhood structure on the solution  $i$  of the population

    end

    end

    Perform non

– dominated sorting and calculate ranks( $pop1$ )

Calculate crowding distance (CD)( $pop1$ )

Sort population according to rank and CDs( $pop1$ )

    for  $i = 1: nPop$

        if Dominates( $pop1(i), Pop(i)$ )

$Pop(i) = pop1(i)$

        else

$p = e^{-\Delta f/T}$

            if  $rand < p$

```

 $Pop(i) = pop1(i)$ 
end
end
end

Perform non
    – dominated sorting and calculate ranks( $Pop$ )
Calculate crowding distance ( $CD$ )( $Pop$ )
Sort population according to rank and  $CDs(Pop)$ 
end
Update  $T$  ( $T = T * alpha$ )
end

```

شکل ۷ شبه کد مربوط به الگوریتم شبیه سازی تبرید چند هدفه (**MOSA**)

در جدول ۲ توانایی اپراتورها در کار کردن با ماشین های مختلف را نشان می دهد، که عدد ۱ در واقع نشان دهنده این است که آن اپراتور قادر به کار کردن روی آن ماشین در دوره اول می باشد. در جدول ۳ هزینه های مربوط به آموزش اپراتورها برای کار کردن با ماشین های مختلف آمده است.

جدول ۲- توانایی اپراتورها در کار کردن با ماشین های مختلف

| اپراتور | ماشین |   |   |   |
|---------|-------|---|---|---|
|         | ۴     | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۱       | ۱     | ۰ | ۰ | ۱ |
| ۲       | ۰     | ۰ | ۱ | ۰ |
| ۳       | ۰     | ۱ | ۰ | ۰ |
| ۴       | ۰     | ۰ | ۱ | ۰ |
| ۵       | ۰     | ۱ | ۰ | ۱ |

جدول ۳- هزینه آموزش اپراتورها برای کار کردن با ماشین‌های مختلف

| ماشین |   |   |   | اپراتور |
|-------|---|---|---|---------|
| ۴     | ۳ | ۲ | ۱ |         |
| ۰     | ۰ | ۶ | ۷ | ۱       |
| ۶     | ۴ | ۰ | ۵ | ۲       |
| ۵     | ۰ | ۳ | ۳ | ۳       |
| ۴     | ۳ | ۰ | ۵ | ۴       |
| ۵     | ۰ | ۵ | ۰ | ۵       |

در جدول ۴ هزینه حقوق اپراتورها در کار کردن با ماشین‌های مختلف آمده است. در جدول ۵ هزینه‌های به کارگیری و عدم به کارگیری اپراتورها و همچنین ماکزیمم و مینیمم تعداد ماشین‌هایی که می‌توان به هر اپراتور تخصیص داد، ارائه شده است. در جدول ۶ فواصل بین موقعیت‌های کاندید سلول‌ها از یکدیگر فراهم آمده است. ماکزیمم و مینیمم تعداد اپراتورهای مورد نیاز توسط هر ماشین برابر ۲ می‌باشد و ماکزیمم و مینیمم ظرفیت سلول‌ها از ماشین برابر ۲ و ۱ می‌باشد.

جدول ۴- حقوق اپراتورها در کار کردن با ماشین‌های مختلف

| ماشین |    |    |    | اپراتور |
|-------|----|----|----|---------|
| ۴     | ۳  | ۲  | ۱  |         |
| ۱۰    | ۹  | ۱۱ | ۱۲ | ۱       |
| ۱۱    | ۱۰ | ۱۲ | ۹  | ۲       |
| ۱۴    | ۱۳ | ۹  | ۱۰ | ۳       |
| ۱۲    | ۹  | ۱۶ | ۱۱ | ۴       |
| ۱۱    | ۱۱ | ۱۱ | ۱۲ | ۵       |

جدول ۵- هزینه‌های به کارگیری و عدم به کارگیری، ماکریم و مینیم تعداد ماشین‌ها که می‌تواند به هر اپراتور تخصیص داده شود.

|         |   | هزینه عدم به |       | هزینه به |         |
|---------|---|--------------|-------|----------|---------|
|         |   | ماکریم       | مینیم | کارگیری  | کارگیری |
| اپراتور |   | ۱            | ۲     | ۱۵       | ۲۰      |
|         | ۱ | ۱            | ۲     | ۱۵       | ۱۷      |
|         | ۱ | ۱            | ۲     | ۱۰       | ۲۰      |
|         | ۱ | ۱            | ۲     | ۱۵       | ۱۸      |
|         | ۱ | ۱            | ۲     | ۱۲       | ۱۵      |

جدول ۶- فاصله بین موقعیت‌های کاندید سلول

|   |   | از |   |
|---|---|----|---|
|   |   | به |   |
| ۳ | ۲ | ۱  |   |
| ۷ | ۵ | ۰  | ۱ |
| ۲ | ۰ | ۵  | ۲ |
| ۰ | ۲ | ۷  | ۳ |

در جدول ۷ مقادیر بهینه اهداف در حالت ایده آل و ضد ایده آل به دست آمدند. جواب این مثال شامل تخصیص اپراتور، تشکیل سلول و جانمایی‌های درون سلولی و برون سلولی در جداول ۸ و ۹ گزارش شده‌اند. در واقع در جدول ۸ ابتدا موقعیت سلول‌ها مشخص گردیده است و در ستون بعدی از چپ به راست توالی ماشین درون سلول در موقعیت‌ها قرار گرفته است. در جدول ۹ نیز اپراتورهای تخصیص داده شده به هر ماشین در هر دوره مشخص گردیده است.

جدول ۷- مقادیر بهینه اهداف در حالت ایده آل و ضد ایده آل

| مقادیر اهداف در حالت ایده آل مثبت |       |     | مقادیر اهداف در حالت ایده آل منفی |       |          |
|-----------------------------------|-------|-----|-----------------------------------|-------|----------|
| OB3                               | OB2   | OB1 | OB3                               | OB2   | OB1      |
| ۳۳۳,۴۳                            | ۲۰۱۸۴ | ۰   | ۳۱۵,۳۱                            | ۲۰۱۸۴ | ۰,۵۸۲۳۵۳ |

|          |       |          |          |       |          |     |
|----------|-------|----------|----------|-------|----------|-----|
| ۳۲۷,۶۰۵  | ۲۰۱۸۴ | ۰,۱۱۷۶۴۷ | ۳۴۰,۸۰۳۳ | ۲۴۳   | ۰,۴۵۲۹۴۱ | OB2 |
| ۳۵۲,۱۳۸۳ | ۲۰۱۸۴ | ۰,۰۵۸۸۲۴ | ۲۷۷,۰۷۳۳ | ۲۰۱۸۴ | ۰,۰۷۰۵۸۸ | OB3 |

جدول ۸- جانمایی درون سلولی و برون سلولی و گروه‌بندی ماشین‌ها

| دوره ۲         |             |             | دوره ۱         |             |      |
|----------------|-------------|-------------|----------------|-------------|------|
| توالی ماشین‌ها | موقعیت سلول | موقعیت سلول | توالی ماشین‌ها | موقعیت سلول | سلول |
| M4-M2          | ۳           |             | M1-M3          | ۲           | ۱    |
| M3-M1          | ۲           |             | M4-M2          | ۳           | ۲    |

جدول ۹- تخصیص اپراتور بر اساس جواب تشکیل سلول

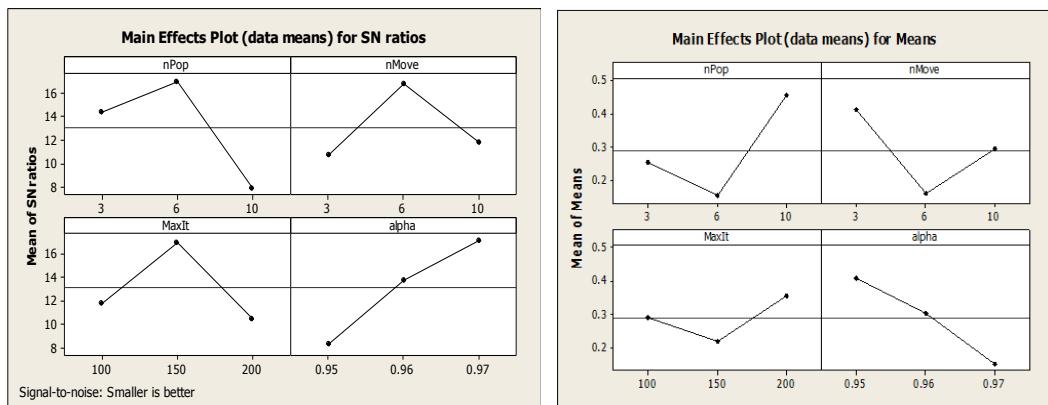
| ماشین‌ها (دوره ۲) |   |   |   | ماشین‌ها (دوره ۱) |   |   |   | اپراتورها |
|-------------------|---|---|---|-------------------|---|---|---|-----------|
| ۴                 | ۳ | ۲ | ۱ | ۴                 | ۳ | ۲ | ۱ |           |
| *                 | * | * | * | *                 | * |   |   | ۱         |
| *                 | * | * | * | *                 | * |   |   | ۲         |
|                   |   |   |   |                   |   |   |   | ۳         |
| *                 | * | * | * | *                 | * |   |   | ۴         |
| *                 | * | * | * | *                 | * |   |   | ۵         |

اطلاعات به دست آمده از حل مدل نشان می‌دهد که سلول‌های ۱ و ۲ در دوره ۱ می‌باشند  
به ترتیب به موقعیت‌های ۲ و ۳ تخصیص داده شوند، همچنین ماشین‌های ۱ و ۳ در موقعیت‌های ۱  
و ۲ سلول ۱ قرار گیرند و ماشین‌های ۴ و ۲ به ترتیب در موقعیت‌های ۱ و ۲ سلول ۲ قرار گیرد،  
که این نوع جانمایی سبب افزایش میزان جریان‌های رو به جلو متوالی خواهد شد. اپراتورهای  
۱ و ۲ در دوره ۱ به ماشین‌های ۲ و ۴ تخصیص داده شده‌اند و اپراتورهای ۴ و ۵ به ماشین‌های  
۱ و ۳ تخصیص داده شده‌اند. اطلاعات به دست آمده نشان می‌دهد که هیچ جایه جایی ماشین  
بین سلول‌ها در دوره‌های متوالی در این مثال نیاز نمی‌باشد، اما می‌باشند موقعیت درون  
سلولی ماشین‌های ۱ و ۳ جایه جا شوند.

در ادامه به تحلیل کارایی محاسباتی الگوریتم ارائه شده می‌پردازیم.

### تحلیل کارایی محاسباتی

در این بخش، ۱۰ مسئله طراحی شده و با استفاده از الگوریتم ارائه شده حل شده اند تا کارایی محاسباتی آن را در ارتباط با زمان حل و مقادیر توابع هدف نشان دهد. در اجرای الگوریتم مربوطه از رایانه شخصی شامل Intel core i5 1.6 GHz با پردازنده ۶ GB حافظه Matlab R2011a کد نویسی شده است. الگوریتم‌ها در محیط برنامه نویسی Matlab استفاده شده است. جواب‌های به دست آمده از الگوریتم با جواب‌های به دست آمده با نرم افزار لینگو مقایسه شدند. برای حل ابتدا تنظیم پارامترهای الگوریتم با استفاده از روش تاگوچی در نرم افزار *minitab* انجام شده و نتایج به دست آمده که بر اساس دو معیار  $SN$ <sup>۹</sup> و میانگین‌ها می-باشد در شکل‌های ۸ و ۹ به این صورت می‌باشد که جمعیت جواب‌های اولیه ( $nPop$ ) ۶ تعداد همسایه‌های تولید شده به ازای هر عضو جمعیت ( $nMove$ ) ۶، ماکریم تعداد تکرارها ( $MaxIt$ ) ۱۵۰، و نرخ کاهش دما ( $alpha$ ) ۰.۹۷ در نظر گرفته شدند.



شکل ۹ مقایسه سطوح پارامترهای الگوریتم **MOSA** بر اساس نسبت‌های **Means** شکل ۸ مقایسه سطوح پارامترهای الگوریتم **MOSA** بر اساس نسبت‌های **SN**

مشخصات ۱۰ مسأله نمونه تولید شده در جدول ۱۰ نمایش داده شده است، همچنین اطلاعات مربوط به پارامترهای ورودی مدل نظیر ترکیب و تقاضای محصولات، ترتیب و زمان عملیات و نیز سایر اطلاعات مورد نیاز برای مسائل نمونه از اطلاعات جدول ۱۱ پیروی می کنند. نتایج محاسباتی مربوط به حل مسائل نمونه در جدول ۱۲ نمایش داده شده است.

جدول ۱۰- مشخصات مسائل نمونه

| مسئله | شماره | اندازه مسائل   |                 |                |               |                           |                               |               |                  |                  |  |
|-------|-------|----------------|-----------------|----------------|---------------|---------------------------|-------------------------------|---------------|------------------|------------------|--|
|       |       | تعداد<br>قطعات | تعداد<br>عملیات | تعداد<br>ماشین | تعداد<br>سلول | تعداد<br>موقعیت<br>کاندید | تعداد<br>موقعیت‌های<br>کاندید | تعداد<br>سلول | تعداد<br>اپراتور | تعداد<br>دوره‌ها |  |
| ۱     | ۲     | ۲              | ۲               | ۲              | ۲             | ۳                         | ۲                             | ۳             | ۳                | ۲                |  |
| ۲     | ۳     | ۲              | ۲               | ۲              | ۲             | ۳                         | ۲                             | ۳             | ۳                | ۲                |  |
| ۳     | ۳     | ۳              | ۳               | ۲              | ۲             | ۳                         | ۲                             | ۳             | ۳                | ۲                |  |
| ۴     | ۴     | ۳              | ۴               | ۲              | ۲             | ۳                         | ۳                             | ۵             | ۵                | ۲                |  |
| ۵     | ۴     | ۳              | ۳               | ۲              | ۲             | ۳                         | ۲                             | ۵             | ۵                | ۳                |  |
| ۶     | ۵     | ۳              | ۴               | ۲              | ۲             | ۳                         | ۲                             | ۵             | ۵                | ۲                |  |
| ۷     | ۵     | ۳              | ۴               | ۲              | ۲             | ۳                         | ۳                             | ۵             | ۳                | ۳                |  |
| ۸     | ۶     | ۳              | ۵               | ۲              | ۲             | ۳                         | ۳                             | ۵             | ۵                | ۳                |  |
| ۹     | ۷     | ۴              | ۵               | ۲              | ۲             | ۳                         | ۴                             | ۵             | ۵                | ۳                |  |
| ۱۰    | ۸     | ۴              | ۶               | ۳              | ۴             | ۳                         | ۶                             | ۶             | ۳                | ۳                |  |

جدول ۱۱- توزیع داده‌های مورد نیاز

| پارامتر     | مقدار      | پارامتر  | مقدار   |
|-------------|------------|----------|---------|
| $D_i^t$     | U(20,200)  | $S_{ki}$ | U(5,20) |
| $P_{jdi}^t$ | U(0,1)     | $l_c$    | 1       |
| $w_{jd}$    | U(2,30)/30 | $u_i$    | U(1,2)  |
| $a_{ki}$    | U(1,10)    | $l_i$    | 1       |
| $Z_{ki}^l$  | U(0,1)     | $u_k$    | 2       |
| $H_k/F_k$   | U(10,100)  | $l_k$    | 1       |
| $B_j$       | 10         |          |         |

نتایج محاسباتی مربوط به حل مسائل نمونه در جدول ۱۲ نشان می‌دهد که الگوریتم ارائه شده در مدت زمانی به مراتب کمتر از نرم افزار لینگو به جواب رسیده است و همچنین در مورد مسائل سایز کوچکتر به نتایج مشابهی رسیده اند و با افزایش ابعاد مسأله، نرم افزار لینگو قادر به دست یابی به جواب بهینه در یک مدت زمان مشخص نیست، به همین جهت بعد گذشت مدت زمانی معین، مثلاً ۵ ساعت، نرم افزار لینگو متوقف شده است. تجزیه و تحلیل‌های آماری انجام گرفته به کمک نرم افزار minitab بر روی نتایج مربوط به شاخص زمان حل برای دو الگوریتم با توجه به مقدار  $p-value$ ، که برای  $19, 0, 0$ ، که برای آمده، آزمون با  $95\%$  اطمینان، وجود تفاوت معنی‌دار میان دو الگوریتم در مورد شاخص مربوطه را می‌پذیرد؛ که نشان از بهتر بودن شاخص در مورد الگوریتم شیوه سازی تبرید می‌باشد. همچنین نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که جواب‌های به دست آمده یکدیگر را مغلوب نمی‌کنند و همچنین در مقایسه با یکدیگر از کیفیت مناسبی برخوردار هستند.

جدول ۱۲- مقایسه جواب‌های SA و لینگو (بر اساس رویکرد L-P متريک)

| شماره مسأله | مقادیر توابع هدف |         |        |       |          |        |      | زمان حل |  |
|-------------|------------------|---------|--------|-------|----------|--------|------|---------|--|
|             | SA               |         |        | لينگو |          |        | SA   | لينگو   |  |
|             | هدف ۱            | هدف ۲   | هدف ۳  | هدف ۱ | هدف ۲    | هدف ۳  |      |         |  |
| ۱           | ۸۲               | ۲۴۹۴    | ۰      | ۸۲    | ۲۴۹۴     | ۰      | ۸    | ۲       |  |
| ۲           | ۱۲۶              | ۵۰۷۲    | ۰      | ۱۲۶   | ۵۰۷۲     | ۰      | ۱۱   | ۳       |  |
| ۳           | ۲۳۳              | ۹۵۲۳    | ۰,۳۷۳۲ | ۲۳۳   | ۹۵۲۳     | ۰,۳۷۳۲ | ۳۹   | ۲۱      |  |
| ۴           | ۲۵۱              | ۱۹۰۹۰,۷ | ۰,۳۷۶۴ | ۲۵۱   | ۱۹۰۹۰,۷  | ۰,۳۷۶۴ | ۳۱۳  | ۲۹۴۷    |  |
| ۵           | ۲۹۶              | ۲۶۲۷۲   | ۰,۴۴۳۳ | ۲۹۶   | ۲۶۲۷۲    | ۰,۴۴۳۳ | ۱۲۴  | ۱۰۸۹    |  |
| ۶           | ۲۳۳              | ۲۳۹۲۸   | ۰,۴۰۴۱ | ۲۲۲   | ۲۳۹۹۱,۶۷ | ۰,۴۷۹۴ | ۲۸۹  | *۱۸۰۰   |  |
| ۷           | ۴۲۳              | ۴۴۰۳۰,۳ | ۰,۴۰۱۴ | ۴۱۷   | ۴۵۸۱۵    | ۰,۴۶۶۹ | ۴۳۳  | *۱۸۰۰   |  |
| ۸           | ۵۶۵              | ۲۷۷۲۸۶  | ۰,۴۴۴۱ | ۵۸۳   | ۲۶۶۶۹,۶۷ | ۰,۴۴۶۸ | ۱۰۰۲ | *۱۸۰۰   |  |
| ۹           | ۹۵۳              | ۳۰۳۹۹   | ۰,۳۵۵۵ | ۹۲۷   | ۳۰۴۲۶    | ۰,۳۹۴۹ | ۱۶۵۲ | *۱۸۰۰   |  |
| ۱۰          | ۲۴۰۱             | ۳۸۴۴۴,۷ | ۰,۲۳۴۴ | ۲۲۱۹  | ۳۸۵۰۳    | ۰,۳۱۲۸ | ۶۹۶۳ | *۳۶۰۰   |  |

\* نرم افزار لینگو بعد از گذشت این مدت زمان متوقف شده است.

### نتیجه‌گیری

در این مقاله مسائل تشکیل سلول پویا، تخصیص اپراتور و جانمایی‌های بروون سلولی و درون سلولی به طور همزمان در نظر گرفته شده‌اند. یک مدل ریاضی جدید، که تمامی مسائل اشاره شده را به صورت یکپارچه در بر می‌گیرد، ارائه شده است. برای اعتبار دهی و بررسی مدل پیشنهاد شده یک مثال عددی ارائه شده است. با توجه به ماهیت *Np-hard* مسئله تشکیل سلول، الگوریتم فرآبتكاری شبیه سازی تبرید چند هدفه ارائه شده است و نتایج محاسباتی نشان می‌دهد که در مدت زمانی به مراتب کمتر از لینگو به جواب‌های مناسبی رسیده است، و همچنین هیچ کدام از جواب‌ها هم‌دیگر را مغلوب نمی‌کنند. تمامی داده‌های ورودی مسئله و همچنین متغیرهای تصادفی این مدل به صورت قطعی هستند، لذا بررسی مدل‌های جدید با انواع داده‌های فازی می‌تواند از موضوعات مناسب برای ادامه دادن تحقیق حاضر می‌باشد، همچنین در نظر گرفتن برخی فرضیات دیگر، مثل مجرا سازی<sup>۱۰</sup> تقاضای قطعات، مسیرهای فرایندی مختلف برای هر قطعه، انعطاف پذیری ماشین و غیره می‌تواند زمینه‌های تحقیقات آتی باشد.

### پانوشت‌ها

- 1- Group Technology
- 2- Cellular Manufacturing System
- 3-Cell Formation
- 4- Dynamic Cellular Manufacturing System
- 5- Dynamic Cell Formation Problem
- 6- Scatter search
- 7- Branch and Cut
- 8- Group Layout
- 9-Signal To Noise Ratios
- 10- lot Splitting

### منابع

- Arkat J., Hosseiniabadi-Farahani M., Hosseini L., *Integrating cell formation with cellular layout and operations scheduling*, Int. J. Adv. Manuf. Technol. (2011) 61:637–647.
- Aryanezhad M.B., Deljoo V., Mirzapour Al-e-hashem S.M.J., *Dynamic cell formation and the worker assignment problem: a new model*, Int. J. Adv. Manuf. Technol. (2009) 41:329–342.
- Bagheri M., Bashiri M., *A new mathematical model towards the integration of cell formation with operator assignment and inter-cell layout problems in a dynamic environment*, Appl. Math. Model. (2013), <http://dx.doi.org/10.1016/j.apm.2013.08.026>
- Burbidge J.L., Production flow analysis, Prod. Eng. (1963) 42:742–752
- Chang C.-C., Wu T.-H., Wu C. W., *An efficient approach to determine cell formation, cell layout and intracellular machine sequence in cellular manufacturing*, Computer & Industrial Engineering (2013) 66:438–450.
- Chen M., *A mathematical programming model for system reconfiguration in a dynamic cellular manufacturing environment*, Ann Oper Res(1998) 77:109–128
- Jolai F., Tavakkoli-mogaddam R., Golmohammadi A., Javadi B., *An electromagnetism-like algorithm for cell formation and layout problem*, Expert. Syst. Appl. (2011) 39:2172–2182.

Kia R., Baboli A., Javadian N., Tavakkoli-Moghaddam R., Kazemi M., Khorrami J., *Solving a group layout design model of a dynamic cellular manufacturing system with alternative process routings, lot splitting and flexible reconfiguration by simulated annealing*, Comput. Oper. Res. (2012) 39:2642–2658.

Kia R., Shirazi H., Javadian N., Tavakkoli-Moghaddam R., *A multi-objective model for designing a group layout of a dynamic cellular manufacturing system*, J Ind Eng (2013) 9:8. Doi:10.1186/2251-712x-9-8

Kirkpatrick S., Gellat Jr CD, Vecchi MP., *optimization by simulated annealing*, Science, (1983) 220(6):71-80.

Krishnan K.K., Mirzaei S., Venkatasamy V., Pillai V.M., *A comprehensive approach to facility layout design and cell formation*, Int. J. Adv. Manuf. Technol. (2012) 59:737–753

Logendran R., *Methodology for converting a functional manufacturing system into a cellular manufacturing system*, Int J Prod Econ (1993) 29:27–41

Mahdavi I., Aalaei A., Paydar M.M., Solimanpur M., *Designing a mathematical model for dynamic cellular manufacturing systems considering production planning and worker assignment*, Comput. Math. Appl. (2010) 60:1014–1025.

Mahdavi I., Teymourian E., Tahami Bahar N., Keyvanfar V., *An integrated model for solving cell formation and cell layout problem simultaneously considering new situations*, J Manuf Syst (2013), <http://dx.doi.org/10.1016/j.jmsy.2013.02.003>

Majazi Delfard V., *New mathematical model for problem of dynamic cell formation based on number and average length of intra and intercellular movements*, Appl. Math. Model. (2013) 37:1884–1896.

Rafiei H., Ghodsi R., *A bi-objective mathematical model toward dynamic cell formation considering labor utilization*, Appl. Math. Model., (2013) 37:2308-2316

Safaei N., Tavakkoli-Moghaddam R., *Integrated multi-period cell formation and subcontracting production planning in dynamic cellular manufacturing systems*, Int. J. Prod. Econ. (2009) 120:301–314.

Satuglu S.I., Suresh N.C., *A goal-programming approach for design of hybrid cellular manufacturing systems in dual resource constrained environment*, Comput. Ind. Eng. (2009) 56: 560–575.

Tavakkoli-Moghaddam R., Aryanezhad M.B., Safaei N., Azaron A., *Solving a dynamic cell formation problem using meta-heuristics*, Appl. Math. Comput. (2005) 170:761–780.

Tavakkoli-Mogaddam R., Javadian N., Javadi B., Safaei N., *Design of a facility layout problem in cellular manufacturing systems with stochastic demands*, Appl. Math. Comput. (2007) 184:721–728.

Wu X., Chu C.-H., Wang Y., Yue D., *Genetic algorithms for integrating cell formation with machine layout and scheduling*, Comput. Ind. Eng. (2007) 53: 277–289.

Wang X., Tang J., Yung K.-L., *Optimization of the multi-objective dynamic cell formation problem using a scatter search approach*, Int. J. Adv. Manuf. Technol. (2009) 44 :318–329.

White S.R., *Concept of Scale in Simulated Annealing*, Proceeding IEEE International Conference on Computer Design, Portchester, (1983).