فصلنامه علمی – پژوهشی مطالعات مدیریت صنعتی – سال سیزدهم، شماره۳۸، پاییز ۹۴
صفحات ۴۰ - ۲۳

مدلسازی دو هدفه مسئله روزنامه فروش با شرایط تخفیف ترکیبی و محدودیت‌های فضای انبار و بودجه و حل آن با رویکردهای مختلف مسائل چند هدفه

مرضیه کریمی،* سید حمیدرضا پسندیده **

تاریخ دریافت:۹۳/۳/۵ تاریخ پذیرش:۹۴/۶/۱۸

چکیده:

مسئله روزنامه فروش از نوع سیستم‌های موجودی تک دوره ای است که در زندگی واقعی ما بسیار رایج است. با توجه به اهمیت موضوع این مقاله به بررسی مسئله روزنامه فروش با در نظر گرفتن محدودیت‌های تخفیف که شامل تخفیف کلی و نموی است و محدودیت بودجه و فضای انبار با دو هدف حداکثرسازی سود و سطح خدمت میپردازد.این اهداف با ارائه یک مدل غیرخطی مدلسازی می‌شود. حل این مدل با استفاده از نرم افزار گمز[1] و تکنیک‌های مختلف چند هدفه و با این فرض که توزیع هر محصول یکنواخت است صورت می‌گیرد. همچنین مقایسه روش‌ها به دو صورت مقایسه آماری و تصمیم‌گیری چندگانه انجام می‌گیرد.

واژگان کلیدی: مسئله روزنامه فروش، تخفیف نموی، تخفیف کلی، بهینه سازی دوهدفه

---

* دانشجوی کارشناسی ارشد گروه مهندسی صنایع ، دانشگاه خوارزمی (نویسنده مسئول)
Marziyeh.karimi65@gmail.com
** استادیار گروه مهندسی صنایع ، دانشگاه خوارزمی

1- GAMS(General Algebraic Modeling System)

مقدمه

مسئله روزنامه فروش از نوع سیستم‌های موجودی تک دوره‌ای است. در این نوع سیستم‌ها موجودی کالا فقط برای یک دوره مشخص مصرف دارد و امکان ذخیره سازی موجودی از یک دوره به دوره بعد وجود ندارد. در مسئله روزنامه فروش خریدار ممکن است متحمل هزینه‌های دفع شود و از سوی دیگر اگر او از ابتدا تصمیم بگیرد که مقدار کمتری خریداری کند ممکن است با کمبود مواجه شود که باعث از دست دادن درآمد می‌شود. از این رو تعیین مقدار بهینه محصول برای به حداکثر(حداقل) رساندن سود(هزینه‌ها) هدف اصلی مسئله روزنامه فروش است. در بسیاری از مواقع قیمت تمام شده یک محصول مستقل از تعداد محصول خریداری شده نیست. بدین معنا که با بالا رفتن تعداد سفارشات قیمت کمتری برای هر واحد کالا پرداخت می‌شود. این مقاله تخفیف را که یکی از سیاست‌های محبوب فروشندگان برای ترویج محصولات خودشان است به عنوان یکی از محدودیت‌های اصلی مورد بررسی قرار می‌دهد. تخفیف ارائه شده در این مدل سازی ترکیبی از تخفیف کلی و نموی است به این ترتیب که برای برخی از محصولات ممکن است از تخفیف کلی و برای برخی دیگر از محصولات از تخفیف نموی استفاده شود، زیرا ممکن است فروشندگان برای محصولات مختلف تخفیف‌های متفاوتی در نظر بگیرند.

در تخفیف کلی قیمت ارائه شده برای کل سفارش است. به این ترتیب که با افزایش میزان سفارش خریدار قیمت کمتری یرای کل سفارش می‌پردازد. در تخفیف نموی قیمت ارائه شده برای بازه‌های مختلف سفارش تغییر می‌کند در این نوع از تخفیف نیز با افزایش میزان سفارش خریدار قیمت کمتری را بابت کالای مورد نظر می‌پردازد.[۳]

مسئله روزنامه فروش در زندگی واقعی ما بسیار رایج است از جمله نمونه‌هایی که می‌توان به آن‌ها اشاره کرد عبارت‌اند از: کالاهای فاسد شدنی مانند فرآورده‌های خونی که در یک دوره معین قابل مصرف هستند و یا کالاهایی که تابع مد هستند و بعد از مدت مشخصی از رده

خارج می‌شوند[۸]. همچنین می‌توان به کالاهایی که تابع تکنولوژی هستند مانند گوشی‌های تلفن همراه و مثال‌هایی از این قبیل اشاره کرد.

خوجا[۷] در مقاله خود پیشنهادات متعددی را برای توسعه مسئله ارائه کرد که از جمله این پیشنهادات، چند محصولی کردن مسئله و استفاده از تابع هدف‌های مختلف و تخفیف بود. در این راستا، طالعی‌زاده[۱۳] در مقاله خود سطح خدمت و ظرفیت انبار را به عنوان دو محدودیت در مسئله روزنامه‌فروش به منظور حداقل کردن هزینه‌ها بررسی کرده است. در این پژوهش، محدودیت‌ها با استفاده از یک تابع درجه دو مدلسازی شده و برای حل آن از الگوریتم ژنتیک استفاده می‌شود. طالعی‌زاده[۱۲] در مقاله دیگری حداکثرسازی سطح خدمت را به عنوان تابع هدف دوم همراه با حداکثرسازی سود در مسئله روزنامه فروش مورد بررسی قرار داده است. ژانگ[۱۴] به بررسی مسئله روزنامه فروش با محدودیت‌های تخفیف و بودجه پرداخته است. مدل ارائه شده در این مقاله از نوع غیرخطی بوده و تخفیف ارائه شده در این مدل از نوع تخفیف کلی است. برای حل این مدل از ضرایب لاگرانژ استفاده شده است.

ژانگ و همکاران[۱۵] استفاده از برون سپاری در صورت بروز کمبود را تحت محدودیت ظرفیت مطرح کردند. چن و همکاران[۵] به مطالعه تقاضای فازی در مسئله روزنامه فروش همراه با تخفیف نموی پرداختند. همچنین، چن و همکاران[۶] با استفاده از محدودیت‌های تخفیف کلی، مسئله روزنامه‌فروش را با تقاضای فازی مورد بررسی قرار دادند. عبدالمالک[۴] با توسعه مسئله روزنامه‌فروش تحت عنوان مسئله باغبان، این مسئله را با فرض توزیع یکنواخت برای موجودی و توزیع‌های نرمال و یکنواخت و پواسون برای تقاضا حل کرد. پسندیده و همکاران[۸] مسئله روزنامه فروش دو مرحله‌ای را با تحت محدودیت بودجه ارائه کردند. همچنین، استفاده از دریافت اضطراری در صورت بروز کمبود توسط پاندو و همکارانش ارائه شد[۱۱].

با توجه به شکاف‌های تحقیقاتی موجود در چند هدفه بودن مسئله روزنامه فروش و استفاده همزمان از محدودیت بودجه و فضای انبار، این پژوهش به توسعه یک مدل دو هدفه مسئله

روزنامه فروش با در نظر گرفتن محدودیت‌های تخفیف، فضای انبار، و بودجه می‌پردازد. هدف از مدل پیشنهادی، تعیین مقدار بهینه سفارش به منظور بیشینه سازی سود و همچنین تعیین میزان سطح سفارش دهی به منظور بیشینه سازی سطح خدمت می‌باشد. در نظر گرفتن دو تابع هدف سود و سطح خدمت به صورت همزمان می‌تواند باعث جلب رضایت همزمان فروشنده با کسب بهترین سود و نیز خریدار با دریافت بهترین سطح خدمت گردد. در ادامه، در قسمت۲ مدل سازی مقاله ارائه شده در قسمت۳ به توضیح روش حل می‌پردازیم. در قسمت۴ مقایسه‌های آماری و چندگانه بین نتایج حاصل از حل مدل صورت می‌گیرد و در قسمت۵ نتیجه حاصل از یافته‌ها ارائه می‌گردد.

مدل‌سازی

فرضیات:

- ✓ هزینه ثابت سفارش دهی برای هر محصول وجود دارد.
- ✓ تقاضا برای دوره تصادفی و توزیع آن نیز مشخص است.
- ✓ هزینه کمبود در صورت وجود تقاضای کل بیش از مقدار موجودی وجود دارد.
- ✓ وقتی تقاضای کل از میزان موجودی در دست کمتر باشد هزینه‌ای به عنوان هزینه پایان دوره به موجودی باقیمانده تعلق می‌گیرد.
- ✓ هزینه پایان دوره شامل هزینه نگهداری و هزینه خارج کردن از سیستم و ارزش اسقاطی است

ارزش اسقاطی – هزینه خارج کردن از سیستم + هزینه نگهداری = هزینه پایان دوره

- ✓ سیستم موجودی چندکالایی است.
- ✓ تخفیف در نظر گرفته شده ترکیبی است به این معنی که برای گروهی از محصولات تخفیف کلی و برای گروه دیگر تخفیف تدریجی درنظر گرفته می‌شود.

مدل:

مجموعه‌ها:

I:مجموعه محصولاتی که تخفیف نموی به آن‌ها تعلق می‌گیرد.

T: مجموعه محصولاتی که تخفیف کلی به آن‌ها تعلق می‌گیرد.

اندیس‌ها:

$i = 1, \dots, n$: اندیس محصولات.

$j = 1, \dots, k_i$: اندیس بخش تخفیف برای محصول i .

k_i : تعداد تخفیفات برای محصول i.

پارامترها:

p_{i} : درآمد حاصل از فروش محصول i.

C' : بودجه.

c_{ij} : قیمت محصول i با تخفیف از بخش j.

$q_{\mathrm{ij}}^{\mathrm{L}}$: کران پایین مقدار سفارش محصول i در بخش j تخفیف کلی.

$q_{\mathrm{ij}}^{\mathrm{U}}$: کران بالای مقدار سفارش محصول i در بخش j تخفیف کلی.

q'_{ij} : نقطه شکست تخفیف محصول i در بخش j تخفیف تدریجی.

D_{i} : تقاضای محصول i.

$f_i(D_i)$: تابع چگالی احتمال تقاضای محصول i.

π_{i}: هزینه کمبود موجودی محصول i.

h_{i}: هزینه پایان دوره محصول i.

w_{i}: فضای لازم برای هر واحد از محصول i.

W: ظرفیت انبار.

A_i: هزینه ثابت سفارش دهی محصول i.

متغیرهای تصمیم:

Q_i: مقدار محصول i خریداری شده.

Q_{ij}: مقدار محصول i خریداری شده با تخفیف از بخش j

y_{ij}: اگر محصول i از بخش j تخفیف کلی خریداری شود ۱و در غیر اینصورت ۰ است.

y'_{ij}: اگر محصول i از بخش j تخفیف نموی خریداری شود ۱ و در غیر اینصورت ۰ است.

$$Max \quad Z_1 = \sum_{i=1}^{n} \left\{ \int_0^{Q_i} [p_i D_i - h_i(Q_i - D_i)] f_i(D_i) dD_i + \int_{Q_i}^{\infty} [p_i Q_i - \pi_i(D_i - Q_i)] f_i(D_i) dD_i \right\} - \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{k_i} c_{ij} Q_{ij} - \sum_{i=1}^{n} A_i \quad (1)$$

$$Max \quad Z_2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{F(Q_i)}{n} \quad (2)$$

$$s.t \quad \sum_{i=1}^{n} w_i Q_i \leq W \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{k_i} c_{ij} Q_{ij} \leq C' \quad (4)$$

$$Q_{ij} \le q_{ij}^{U} y_{ij} \qquad \forall i \epsilon T, j \qquad (5)$$

$$Q_{ij} \le q_{ij}^{U} y_{ij} \qquad \forall i \epsilon T, j \qquad (6)$$

$$\sum_{j=1}^{k_i} y_{ij} = 1 \qquad \forall i \epsilon T, j \qquad (7)$$

$$Q_i = \sum_{j=1}^{k_i} Q_{ij} \qquad \forall i \qquad (8)$$

$$q'_{i1} y'_{i2} \le Q_{i1} \le q'_{i1} y'_{i1} \qquad \forall i \epsilon I \qquad (9)$$

$$(q'_{i2} - q'_{i1}) y'_{i3} \le Q_{i2} \le (q'_{i2} - q'_{i1}) y'_{i2} \qquad \forall i \epsilon I \qquad (10)$$

$$\vdots$$

$$0 \le Q_{ik_i} \le M y'_{ik_i} \qquad \forall i \epsilon I \qquad (11)$$

$$Q_i, Q_{ij} \ge 0 \qquad \forall i, j \ \& \ y_{ij} \epsilon \{0,1\} \qquad \forall i \epsilon T, j \ \& \ y'_{ij} \epsilon \{0,1\} \qquad \forall i \epsilon I, j$$

رابطه (۱) بیانگر تابع هدف سود بوده که به ترتیب شامل هزینه‌های نگهداری در صورت وجود موجودی بیش از تقاضا، هزینه مواجهه با کمبود در صورت وجود تقاضای بیش از موجودی، هزینه خرید با درنظر گرفتن تخفیف و هزینه ثابت سفارش‌دهی است. رابطه (۲) نیز بیانگر تابع هدف سطح خدمت بوده که به صورت میانگینی از تابع توزیع تجمعی تقاضاها برای هر محصول با توجه به میزان سفارش بیان می‌شود. محدودیت (۳) محدودیت مربوط به فضای انبار را نشان می‌دهد. در محدودیت (۴) محدودیت بودجه را نشان داده‌ایم. محدودیت‌های (۵) تا (۷) مربوط به تخفیف کلی هستند و محدودیت‌های (۹) تا (۱۱) تخفیف تدریجی را نشان می‌دهند. در محدودیت‌های تخفیف کلی توجه به این نکته مهم است که همواره باید:

$c_{ij-1} > c_{ij}$ باشد همچنین c_{i1} قیمت اصلی را نشان می‌دهد (قیمت محصول i بدون تخفیف). همچنین باید توجه داشت که: $q_{ij-1}^{L} < q_{ij-1}^{U} < q_{ij}^{L} < q_{ij}^{U}$.

در محدودیت‌های تخفیف نموی نیز باید توجه داشت که همواره: $y'_{i1} \geq y'_{i2} \geq \cdots \geq y'_{ik_i}$ است.

روش حل

برای حل این مدل ابتدا تابع چگالی احتمال تمامی محصولات یکنواخت فرض شدند و تمامی داده‌ها به صورت تصادفی انتخاب شدند [جدول۱]. کدنویسی این مدل درنرم افزار گمز۲۳/۶ صورت گرفت. با توجه به این نکته که تابع هدف سود غیر خطی عدد صحیح [۱] و تابع هدف سطح خدمت خطی عدد صحیح [۲] است، با حل جداگانه هر یک از تابع هدف‌ها با ۳۰ نمونه داده مختلف نتایج بدست آمده در مدلسازی با استفاده از تکنیک‌های مختلف چند هدفه به کار رفت تا در ابتدا کارایی مدل مورد بررسی قرار گیرد، سپس با انجام مقایسه بین نتایج حاصل کاراترین روش در حل این مدل از بین سه روش ارائه شده انتخاب گردد. تکنیک‌های چند هدفه بکار رفته در حل این مدل عبارت‌اند از: روش حداکثر- حداقل [۳] ، دستیابی به آرمان [۴] و روش معیار جامع [۵].

در روش حداکثر – حداقل با فرض Z_1 و Z_2 به ترتیب تابع هدف سود و سطح خدمت و Z_1^* و Z_2^* به ترتیب جواب بهینه تابع هدف سود و سطح خدمت که از حل انفرادی هرکدام از تابع هدف‌ها به دست آمده بود تابع هدف جدید به صورت تک هدفه زیر بدست می‌آید [۱۰]:

$$Max(\min(\frac{Z_1}{Z_1^*}, \frac{Z_2}{Z_2^*})) \qquad (12)$$

1- Mixed Integer Quadratic Constraint Programming

2- Mixed Integer Programming

3- Max(min)

4- Goal Attainment

5- Global Criteria

$$s.t \qquad \underline{x}\epsilon X$$

در روش دستیابی به آرمان نیز تابع هدف جدید به صورت تک هدفه زیر است:

$$Min \quad Z \qquad (13)$$

$$s.t \qquad Z_1 + w_1 Z \geq Z_1^* \qquad (14)$$

$$Z_2 + w_2 Z \geq Z_2^* \qquad (15)$$

$$Z \ free$$

محدودیت‌های (۱۴) و (۱۵) به محدودیت‌های اشاره شده در مدل اصلی اضافه می‌شود و با استفاده از تابع هدف جدید مدل حل می‌شود. ذکر این نکته حائز اهمیت است که وزن هر کدام از تابع هدف‌ها ۰٫۵در نظر گرفته شده است. همچنین در این روش Z را آزاد در علامت در نظر می‌گیریم چون ممکن است به جوابی بهتر از قبل دست پیدا کنیم.

در روش معیار جامع با فرض $p=1$ تابع هدف را به صورت زیر بازسازی می‌کنیم [۱۰]:

$$Min \qquad Z = \left(\frac{Z_1^* - Z_1}{Z_1^*}\right) + \left(\frac{Z_2^* - Z_2}{Z_2^*}\right) \qquad (16)$$

$$s.t \qquad \underline{x}\epsilon X$$

برای نمونه در یکی از مثال‌ها با دو محصول $(i=2)$و چهار بخش تخفیف $(j=4)$ با داده‌های موجود در جدول۱ و۲، نتایج به صورت زیر بدست آمد:

جدول۱: پارامترهای هزینه خرید

c_{ij}	$j=1$	$j=2$	$j=3$	$j=4$
$i=1$	۵۰	۴۵	۳۵	۲۸
$i=2$	۶۰	۵۲	۴۷	۳۹

جدول۲: سایر پارامترها

	A_i	w_i	D_i	W	C'
$i=1$	۸	۱۰	$\sim U[0,150]$	۳۰۰۰	۱۵۰۰۰
$i=2$	۱۲	۱۵	$\sim U[0,150]$		

$Z^*_1 = 1834.159$, $Z^*_2 = 0.8$

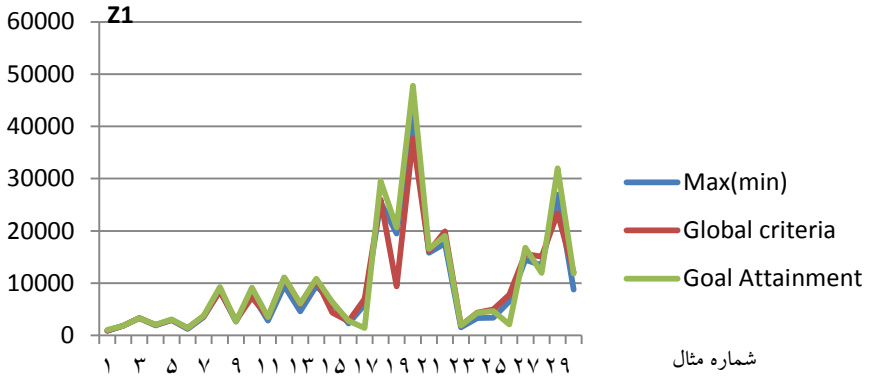
در این مثال برای محصول اول تخفیف تدریجی و برای محصول دوم تخفیف کلی در نظر گرفته‌ایم. با استفاده از این نتایج در سه تکنیک چند هدفه نتایج زیر حاصل شد:

$$Z_{1\text{Max(min)}} = 1639.454 \ , \ Z_{2\text{Max(min)}} = 0.715$$

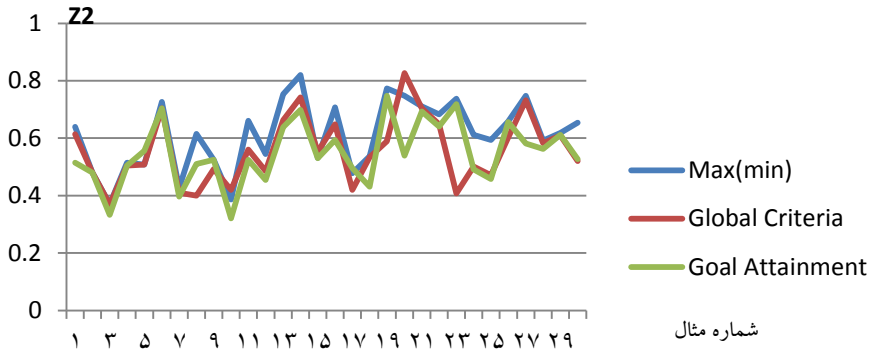
$$Z_{1\text{Global Criteria}} = 1702.736 \ , \ Z_{2\text{Global Criteria}} = 0.694$$

$$Z_{1\text{Goal Attainment}} = 1834.159 \ , \ Z_{2\text{Goal Attainment}} = 0.528$$

نتایج به دست آمده از حل مدل با استفاده از این سه روش در ۳۰ نمونه داده مختلف را می‌توانید در نمودارهای (۱) و (۲) مشاهده کنید.



نمودار۱: نمودار سود در مثال‌های مختلف



نمودار۲: نمودار سطح خدمت در مثال‌های مختلف

تحلیل نتایج و مقایسه روش‌ها

به منظور اعتبار سنجی مدل، ۳۰ مسئله با ابعاد مختلف و بصورت تصادفی در نرم‌افزار GAMS حل شده و مقدار هریک از توابع هدف مورد بررسی قرار می‌گیرد. لازم به ذکر است که برای حل مدل دو هدفه، از سه روش مرتبط با حل مسائل چند هدفه شامل روش حداکثر–حداقل، روش دستیابی به آرمان و روش معیار جامع استفاده می‌شود. نتایج حاصل از حل مدل در جدول(۳) ارائه می‌شود.

جدول۳: نمونه نتایج حاصل از حل مدل با سه روش

$Z_{1Goal\ Attainme}$	$Z_{2Global\ Criteri}$	$Z_{2Max(min)}$	Z^*_2	$Z_{1Goal\ Attainme}$	$Z_{1Global\ Criteri}$	$Z_{1Max(min)}$	Z^*_1	تعداد بخش‌های تخفیف	تعداد محصولات
۰,۵۱۴	۰,۵۷۵	۰,۶۷۵	۰,۸	۹۲۳	۸۸۸	۷۶۱	۹۲۶	۴	۲
۰,۴۶۱	۰,۶۵۲	۰,۵۴۸	۰,۶۷۲	۴۰۱۰	۸۳۷	۳۲۹۱	۴۰۱۵	۵	۳
۰,۶۷۵	۰,۶۶۳	۰,۷۴۷	۱	۵۷۰۸	۵۷۰۹	۴۲۶۶	۵۷۰۹	۶	۴
۰,۶۹۷	۰,۷۶۸	۰,۷۴۵	۰,۸۶۹	۲۷۳۴۰	۲۵۹۹۹	۲۵۹۴۶	۳۰۰۷۵	۸	۵
۰,۴۷۴	۰,۴۸۵	۰,۶۱۶	۰,۹۹	۴۳۴۷	۴۳۰۷	۲۰۴۲	۴۳۷۷	۷	۶
۰,۴۴	۰,۴۴۳	۰,۴۶۴	۰,۵۳۶	۱۳۲۰۷	۱۵۲۴۴	۱۲۷۶۳	۱۶۲۰۸	۵	۸

نتایج نشان می‌دهند که با در نظر گرفتن دو محصول و چهار بخش تخفیف، حداکثر مقدار سود به ۹۲۶ واحد پولی می‌رسد در حالی‌که حداکثر مقدار سطح خدمت ۰٫۸بدست می‌آید. همچنین حداکثر مقدار سود و حداکثر سطح خدمت بدست آمده در این محاسبات به ترتیب برابر با ۳۰۰۷۵ واحد پولی و مقدار ۱ می‌باشد. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که مدل از کارایی خوبی برخوردار است. در ادامه به منظور انتخاب بهترین روش حل از بین این سه روش پیشنهادی، از تکنیک‌های تصمیم‌گیری چندگانه و نیز آزمون‌های آماری استفاده می‌شود.

۱. مقایسه آماری:

در این مقاله کارایی روش‌ها از نظر آماری نیز مقایسه می‌شود که این مقایسه بر اساس تابع هدف‌های Z_1 و Z_2 صورت می‌گیرد. در این صورت آزمون فرض‌ها به صورت زیر شکل می‌گیرد:

$$\begin{cases} H_0: \mu_{Max(min)}(Z_1) = \mu_{Global\ criteria}(Z_1) = \mu_{Goal\ Attainment}(Z_1) \\ H_1: \mu_{Max(min)}(Z_1) \neq \mu_{Global\ criteria}(Z_1) \neq \mu_{Goal\ Attainment}(Z_1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} H_0: \mu_{Max(min)}(Z_2) = \mu_{Global\ criteria}(Z_2) = \mu_{Goal\ Attainment}(Z_2) \\ H_1: \mu_{Max(min)}(Z_2) \neq \mu_{Global\ criteria}(Z_2) \neq \mu_{Goal\ Attainment}(Z_2) \end{cases}$$

این آزمون‌ها با استفاده از توزیع ANOVA و با $\alpha = 0.05$ و به وسیله نرم افزار SPSS22 [1] صورت گرفته است. برای نمونه نتایج حاصل از انجام این مقایسه برای تابع هدف سود در دو جدول زیر ارائه شده است:

جدول۴: مقدار p-value درمقایسه واریانس‌های روش‌های چند هدفه در تابع هدف سود

Test of Homogeneity of Variances

ravesh

Levene Statistic	df1	df2	Sig.
.416	2	87	.661

1- Statistical Package for the Social Sciences

جدول۵: مقدار p-value در مقایسه میانگین‌های روش‌های مختلف چند هدفه در تابع هدف سود

ANOVA
ravesh

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	13171218.623	2	6585609.311	.070	.932
Within Groups	8177961010.362	87	93999551.843		
Total	8191132228.985	89			

با توجه به نتایج بدست آمده در هر دو مقایسه $p\text{-value}>0.05$ است، به این معنی که با فرض برابری واریانس‌ها، فرض صفر، یعنی برابری میانگین‌ها تأیید می‌شود.

تصمیم‌گیری چندگانه:

با توجه به اینکه شاخص مقایسه بیش از یکی است، از تصمیم‌گیری چندگانه استفاده می‌کنیم. در این مقایسه‌ها هدف، انتخاب گزینه برتر است. برای انجام این مقایسه از دو روش میانگین ساده وزنی[1] و تاپ سیس[2] استفاده کردیم. این دو نوع از مقایسه در حیطه مدل‌های جبرانی تصمیم‌گیری چند شاخصه قرار دارند. در این نوع مقایسه‌ها تبادل بین شاخص‌ها مجاز است و استقلال و وابستگی شاخص‌ها را تصمیم‌گیرنده مشخص می‌کند.

در روش تاپسیس مراحل زیر به ترتیب انجام می‌شود:

- بی مقیاس سازی ماتریس تصمیم به روش نرم اقلیدسی. در این مرحله عناصر هر ستون بر مجذور مجموع مربعات عناصر آن ستون تقسیم می‌شود.
- بدست آوردن ماتریس وزن داده شده. در این مرحله تمامی عناصر هر یک ازستون‌ها در وزن مربوط به آن ستون ضرب می‌شود. در این روش نیز وزن هر یک از تابع هدف‌ها 0.5 در نظر گرفته شده است.

1- SAW (Simple Additive Weighting)

2- TOPSIS (Technique for Order-Preference by Similarity to Ideal-Solution)

- تعیین جواب ایدهال مثبت و منفی. در این مرحله بهترین و بدترین جواب در هریک از ستون‌ها در دو مجموعه به نام‌های A^+ و A^- قرار می‌گیرند. در اینجا:

$$A^+ = (0.6005068\,,0.603967) \quad و \quad A^- = (0.5646486, 0.5520333)$$

- محاسبه فاصله هر گزینه از ایده‌آل مثبت و منفی آن با استفاده از فاصله مستقیم.
- محاسبه فاصله نزدیکی نسبی. این فاصله از رابطه زیر محاسبه می‌شود و هرچه به یک نزدیکتر باشد بهتر است. گزینه‌ای که بزرگترین مقدار CL_{i} را داشته باشد کارایی بهتری دارد.

$$CL_{\mathrm{i}} = \frac{\mathrm{d}_{\mathrm{i}}^-}{\mathrm{d}_{\mathrm{i}}^+ + \mathrm{d}_{\mathrm{i}}^-}$$

که در آن:

d_{i}^+: فاصله جواب i از گزینه ایده آل مثبت.

d_{i}^-: فاصله جواب i از گزینه ایده آل منفی.

نتیجه حاصل در این روش به صورت زیر بود:

$$CL_{\mathrm{Max(min)}} = 0.82721\ ,\mathrm{CL}_{\mathrm{Global\ criteria}} = 0\ ,\mathrm{CL}_{\mathrm{goal\ attainment}} = 0.593777$$

با توجه به مقادیر بدست آمده، روش حداکثر- حداقل بهترین کارایی را در بین سه گزینه دارد، سپس روش دستیابی به آرمان و سپس روش معیارجامع.

در روش میانگین ساده وزنی مراحل زیر به ترتیب اجرا شد[۹]:

- بی‌مقیاس‌سازی ماتریس تصمیم به روش خطی. در این روش عناصر هریک از ستون‌ها بر بیشترین مقدار موجود در آن ستون تقسیم می‌شود.

- بدست آوردن ماتریس وزن داده شده. در این مرحله تمامی عناصر هریک از ستون‌ها در وزن مورد نظر ضرب می‌شود. وزن درنظر گرفته شده در این مرحله برای هر یک از تابع هدف‌ها ۰٫۵ بود.
- بدست آوردن گزینه برتر. در این مرحله عناصر متناظر هر یک از ستون‌ها دو به دو با هم جمع می‌شود و گزینه برتر گزینه‌ای است که بیشترین مقدار را در بین سایر گزینه‌ها داشته باشد.

نتایج زیر از اجرای مراحل بالا بدست آمد:

$$\begin{matrix}\text{Max(min)} \\ \text{Global criteria} \\ \text{Goal attainment}\end{matrix}\begin{pmatrix}1.9428\\1.8543\\1.9518\end{pmatrix}$$

بر اساس نتایج بدست آمده مشخص می‌شود که روش دستیابی به آرمان بهترین کارایی را در این مدل داشته و سپس روش حداکثر- حداقل و در نهایت روش معیار جامع از کارایی خوبی برخوردارند. همچنین، با توجه به نتایج به دست آمده از روش تاپسیس و میانگین ساده وزنی، روش معیار جامع در این مدل کارایی مناسبی ندارد. همچنین از آنجا که روش تاپسیس دیدگاه سخت‌گیرانه‌تری نسبت به روش میانگین ساده وزنی دارد، از این جهت که مقایسه‌ها هم نسبت به بهترین گزینه و هم نسبت به بدترین گزینه انجام می‌گیرد نتیجه قابل قبول‌تری را ارائه می‌دهد. همچنین نتایج بدست آمده از روش میانگین ساده وزنی وابسته به وزن هریک از اهداف می‌باشد و از آنجا که نتایج حاصل شده در این روش بسیار نزدیک به یکدیگر هستند، می‌توان بیان کرد که استفاده از روش حل حداکثر-حداقل در این مدل از کارایی بیشتری برخوردار است.

نتیجه‌گیری

در این مقاله ما به بررسی مسئله دو هدفه روزنامه فروش با در نظر گرفتن محدودیت‌های تخفیف، بودجه و فضای انبار پرداختیم. اهداف در این مقاله حداکثرسازی سود و سطح

خدمت بود. محدودیت تخفیف به کار رفته در این مقاله، ترکیبی از تخفیف نموی و کلی بود؛ به این معنی که برای گروهی از محصولات تخفیف نموی و برای گروه دیگر تخفیف کلی در نظر می‌گیریم. پس از مدل سازی و حل انفرادی هریک از این اهداف در ۳۰ نمونه داده مختلف نتیجه آن در سه تکنیک چند هدفه (حداکثر-حداقل، معیار جامع، دستیابی به آرمان) بکار رفت. در انتها مقایسه این روش‌ها بصورت آماری و چندگانه صورت گرفت. در مقایسه آماری تفاوت قابل ملاحظه‌ای بین میانگین نتایج حاصل از هر سه روش مشاهده نشد، در مقایسه چندگانه با ارزیابی نتایج به این نتیجه رسیدیم که روش معیار جامع در این مدل کارایی مناسبی ندارد و با توجه به اینکه در روش میانگین ساده وزنی نتایج بسیار نزدیک به یکدیگر هستند و در روش تاپسیس روش حداکثر-حداقل رتبه نخست را کسب کرده است، لذا می‌توان گفت در حل این مدل، روش حداکثر-حداقل نتایج مطلوب‌تری را ارائه می‌دهد.

به منظور توسعه مدل پیشنهادی در تحقیقات آتی، می‌توان به در نظر گرفتن تابع توزیع‌های دیگر برای تقاضای تصادفی مانند نرمال یا پواسون، استفاده از پارامترهای فازی در مدلسازی مسئله، استفاده از دریافت اضطراری در صورت مواجهه با کمبود و نیز کمینه‌سازی زمان انتظار مشتری به عنوان تابع هدف دوم اشاره کرد.

پیوست:

جدول۶- محدوده داده‌های تصادفی در حل مدل

پارامتر	D_i	c_{ij}	C'	w_i	W	A_i
محدوده تعریف	$\sim U[0,650]$	$\sim U[20,115]$	$\sim U[5000,200000]$	$\sim U[2,27]$	$\sim U[2000,130000]$	$\sim U[2,25]$

منابع

H.Hwang ,"*Multiple Criteria Decision Making*",Kent University Press,1990.

H.Bowker Albert,J.Lieberman Gerald,"*Engineering tatistics*",Prentice-Hall,1990.

S.Love , "*inventory control*",McGrawwhill,1990.

Abdel-Malek LL, Otegbeye M "*Separable programming/duality approach to solving the multi-product Newsboy/Gardener Problem with linear constraints*". Applied Mathematical Modelling 37 (6):4497-4508,2013

Chen S-P, Ho Y-H "*Analysis of the newsboy problem with fuzzy demands and incremental discounts*". International Journal of Production Economics 129 (1):169-177,2011

Chen S-P, Ho Y-H "*Optimal inventory policy for the fuzzy newsboy problem with quantity discounts*". Information Sciences 228 (0):75-89,2013

Khouja M "*The single-period (news-vendor) problem: literature review and suggestions for future research*". Omega 27 (5):537-553,1999

pasandideh SHR , Niaki ST , Rashidi R "*A two-echelon single-period inventory control problem under budget constraint*".International journal of advance manufacturing technology, 56:1205-1214,2011

pasandideh SHR , Niaki ST , Asadi K "*bi-objective optimization of a multi-product multi-period three-echelon supply chain problem under uncertain environments: NSGA-II and NRGA*" Information Sciences, 292:57-74,2015

pasandideh SHR , Niaki ST , Asadi K "*optimizing a bi-objective multi-product multi-period three-echelon supply chain network with warehouse reliability*" Expert System with applications,42(5):2615-2623,2015

Pando V, San-José LA, García-Laguna J, Sicilia J "*A newsboy problem with an emergency order under a general backorder rate function*". Omega 41 (6):1020-1028,2013

Taleizadeh Ata Allah, department of industria Engineering , Iran University of Science and Technology, "*A Hybrid meta-Huristic Method to Optimize Bi-Objective Single period Newsboy Problem With Fuzzy Cost and Incremental Discount*". Journal of Industrial Engineering3,

1-13,2009.

Taleizadeh Ata Allah ,department of industria Engineering , Iran University of Science and Technologyeh, "*The Multi-product Multi-constraint Newsboy Problem With Incremental Discount and Batch Order*". Asian Journal of Applied Sciences1(2),110-122,2008

Zhang Guoqing, Department of Industrial and Manufacturing Systems Engineering,University of Windsor, "*The Multi-Product Newsboy Problem With Supplier Quantity Discounts and a Budget Constraint*".European Journal of Operational Research206,350-360,2010

Zhang B, Du S "*Multi-product newsboy problem with limited capacity and outsourcing*". European Journal of Operational Research 202 (1):107-113,2010