


## Bi-objective Projects Scheduling and Workforce Allocation Considering Work Teams and work-Team dependent Learning Effect

**Sara Bagherzadeh Rahmani** 

Ph.D. Student in Industrial Management, Department of Industrial Management, Faculty of Management and Economics, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran

**Javad Rezaian\*** 

Associate Professor, Department of Industrial Engineering, Faculty of Industrial Engineering, Mazandaran University of Science and Technology, Babol, Iran

**Ahmad Ebrahimi** 

Assistant Professor, Department of Industrial Management and Technology, Faculty of Management and Economics, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran

### Abstract

In today's project-based organizations, where multiple projects are executed concurrently within work teams, human resources play a crucial role in the success or failure of these organizations. Consequently, human resources are recognized as one of the most essential resources for these organizations, and their optimization can significantly increase productivity while reducing organizational time and costs. This underscores the importance of effective human resource management and highlights the need for special attention to this area. Therefore, this study presents a mixed-integer nonlinear programming model for the multi-objective project scheduling problem with resource constraints, multi-skilled personnel allocation and the assignment of projects to work teams. The mathematical model of this research includes the multiple objectives of simultaneous minimization of the total costs of setting up work teams and the use of human resources and the total flow time of

\* Corresponding Author: [j.rezaeian@ustmb.ac.ir](mailto:j.rezaeian@ustmb.ac.ir)

**How to Cite:** xxxxxxxx

projects. To make the model more realistic, the effect of learning is also considered. Subsequently, a diverse set of test problems at varying scales was designed. Then, the Multi-Objective Artificial Immune System (MOAIS) algorithm and the Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II (NSGA-II) were utilized to solve the problems. The results demonstrate the superior performance of the NSGA-II algorithm compared to the MOAIS algorithm.

### **Introduction**

Human resource management is one of the fundamental pillars of organizational success and, alongside financial and technological resources, plays a crucial role in process optimization and achieving strategic objectives. Optimal workforce allocation and effective project scheduling enhance productivity, reduce costs, and ensure the efficient utilization of resources. Teamwork and knowledge sharing facilitate learning and skill development, which, in complex projects with limited resources, lead to shorter project completion times and improved organizational efficiency.

Accordingly, this study addresses the project scheduling problem by considering human resource constraints, multi-skilled work teams, setup times, varying project start times, and work-team dependent learning effect. The primary objective is to simultaneously minimize the total costs of setting up work teams and the use of human resources, as well as the total project flow time. To achieve this, a Mixed-Integer Linear Programming (MILP) model is developed.

Given that the problem is NP-hard, employing metaheuristic algorithms is essential for obtaining near-optimal solutions within a reasonable computational time. This research utilizes two metaheuristic algorithms, NSGA-II and MOAIS.

The findings of this study provide valuable insights for project managers and decision-makers, aiding in optimized project scheduling, efficient workforce allocation, and enhanced organizational productivity.

### **Research Background**

In this section, we only mention a few of the most related studies to the current one. Su et al. (2021) explored team formation in project scheduling and presented a simple mathematical model for task scheduling in single-skilled workgroups with restricted access to resources, aiming to minimize makespan ( $C_{max}$ ). In their model, workers were assigned to fixed groups, and tasks were allocated based on processing time and workforce availability. They proposed a hybrid genetic algorithm with a bin-packing strategy to solve the problem.

Mozhdehi et al. (2024) developed a mixed-integer mathematical model for multi-project scheduling with limited resources and multi-skilled workforce. They considered workforce agility, which improves either through collaborative teamwork and knowledge-sharing with more skilled colleagues or by dedicating more time to skill development. Their results indicated that incorporating workforce agility into project scheduling models significantly reduces project completion time.

### Methods

In this study, a Mixed-Integer Linear Programming (MILP) model was developed to address the multi-project scheduling problem with multi-skilled work teams. The model integrates human resource constraints, setup times, and Work-Team Dependent Learning Effect, ensuring a practical and efficient scheduling framework.

For solving the model, the single-objective version was first handled using the Branch and Bound algorithm in Lingo software. Then, for the multi-objective version, two metaheuristic algorithms, NSGA-II and MOAIS, were implemented to generate high-quality trade-off solutions.

To assess and compare the performance of these algorithms, a set of test problems of different scales (small, medium, and large) was designed and solved. The Taguchi Experimental Design Method was employed to fine-tune the key algorithm parameters, optimizing efficiency and accuracy.

Evaluating the performance of multi-objective metaheuristic algorithms is more complex than that of single-objective optimization due to the presence of non-dominated solutions that cannot be strictly ranked. In this study, the following key metrics were used to assess solution quality and diversity:

- Number of Pareto Solutions (NPS)
- Mean Ideal Distance (MID)
- Diversity Metric (DM)
- Spread of Non-dominance Solution (SNS)

### Discussion and Results

Results sensitivity analysis reveals that increasing the learning rate of work teams significantly reduces project completion time. This finding underscores the importance of incorporating learning effects in multi-skilled workforce scheduling models. With a higher learning rate, teams

execute tasks more efficiently and in less time, directly contributing to organizational productivity improvements.

Furthermore, computational results indicate that in small to medium-sized problems, there is no significant performance difference between NSGA-II and MOAIS. However, in large-scale problems, NSGA-II outperforms MOAIS. This superiority is attributed to NSGA-II's population evolution mechanism, which enables a broader exploration of the solution space and prevents premature convergence to local optima. In contrast, MOAIS, due to its elitist nature, primarily focuses on replicating high-quality solutions, avoiding exploration in other regions of the search space. This increases the likelihood of getting trapped in local optima, thereby reducing search diversity. Furthermore, performance comparison results indicate that NSGA-II demonstrates superior Pareto front coverage and convergence to optimal solutions compared to MOAIS.

### **Conclusion**

This study investigated the project scheduling problem considering human resource constraints, multi-skilled work teams, setup times, varying project start times, and skill-Team dependent learning effects. The primary objective was to simultaneously minimize the total costs of setting up work teams and the use of human resources and the total flowtime of projects. To achieve this, a Mixed-Integer Linear Programming (MILP) model was developed, and its performance was evaluated through sensitivity analyses and numerical experiments. The results demonstrated that the proposed model performed effectively under various constraints and exhibited high accuracy and efficiency.

Given the NP-hard nature and multi-objective characteristics of the problem, two metaheuristic algorithms, NSGA-II and MOAIS, were implemented to solve it. The algorithm parameters were fine-tuned using the Taguchi Experimental Design Method, and their performance was compared across different problem sizes. Computational results indicated that while both algorithms performed similarly in small to medium-sized problems, NSGA-II outperformed MOAIS in large-scale instances. Further analysis revealed that MOAIS, due to its elitist-based nature, primarily focuses on replicating high-quality solutions, often avoiding broader exploration within the solution space. This characteristic increases the likelihood of getting trapped in local optima, reducing solution diversity. In contrast, NSGA-II, through its non-dominated sorting mechanism, allows lower-fitness solutions to

participate in the evolution process, leading to broader solution space exploration and preventing premature convergence.

For future research, it is recommended to extend the model by incorporating additional operational assumptions, such as activity failure probabilities, simultaneous consideration of learning and forgetting effects, rework processes, and uncertainty of certain parameters in the problem. Furthermore, exploring more advanced heuristic and hybrid metaheuristic algorithms is suggested to enhance the efficiency of the solution approach.

**Keywords:** Project Scheduling, Multi-Skilled Working Teams, Work-Team Dependent Learning Effect, NSGA-II, MOAIS.

آماده انتشار

## زمان بندی دو هدفه پروژه‌ها و مسئله‌ی تخصیص کارکنان با در نظر گرفتن تیم‌های کاری و اثر یادگیری وابسته به تیم کاری

سارا باقرزاده

رحمانی

دانشجوی دکتری مدیریت صنعتی، گروه مدیریت صنعتی، دانشکده مدیریت و اقتصاد، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

جواد رضائیان\*

دانشیار گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علوم و فنون مازندران، بابل، ایران

احمد ابراهیمی

استادیار گروه مدیریت صنعتی و تکنولوژی، دانشکده مدیریت و اقتصاد، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

### چکیده

امروزه در سازمان‌های پروژه‌محور که پروژه‌های متعددی را به صورت موازی و در تیم‌های کاری انجام می‌دهند، نیروی انسانی نقش بسزایی در موفقیت یا شکست این سازمان‌ها ایفا می‌کند. به همین دلیل، نیروی انسانی به عنوان یکی از اساسی‌ترین منابع مورد نیاز این سازمان‌ها شناخته می‌شود و بهینه‌سازی آن می‌تواند به طور قابل توجهی بهره‌وری را افزایش داده و زمان و هزینه‌های سازمان را کاهش دهد که این مسئله بر اهمیت مدیریت مؤثر منابع انسانی تأکید کرده و نیاز به توجه ویژه به این حوزه را برجسته‌تر می‌کند. بنابراین، در این پژوهش یک مدل برنامه‌ریزی غیر خطی عدد صحیح مختلط<sup>1</sup> چند هدفه برای مسئله زمان‌بندی پروژه‌ها با محدودیت منابع و تخصیص کارکنان چندمهارته و تخصیص پروژه‌ها به تیم‌های کاری ارائه می‌شود. مدل ریاضی این پژوهش شامل اهداف چندگانه کمینه‌سازی همزمان مجموع هزینه‌های راه‌اندازی تیم‌های کاری و بکارگیری نیروی انسانی و مجموع زمان در جریان بودن پروژه‌ها می‌باشد و برای واقعی‌تر کردن مدل، تأثیر یادگیری با نرخ یادگیری وابسته به تیم کاری و زمان آماده‌سازی نیز در نظر گرفته می‌شود. سپس مجموعه‌ای از مسائل آزمایشی در مقیاس‌های مختلف طراحی شده و برای حل این مسائل، از الگوریتم سیستم ایمنی

مقاله حاضر برگرفته از رساله دکتری رشته مدیریت صنعتی دانشگاه علوم و تحقیقات تهران است.

\* نویسنده مسئول: j.rezaeian@ustmb.ac.ir

<sup>1</sup> Mixed-Integer Nonlinear Programming (MINLP)

مصنوعی چند هدفه<sup>1</sup> و الگوریتم ژنتیک چند هدفه بر مبنای مرتب‌سازی نامغلوب<sup>2</sup> استفاده شده است. نتایج حاصل از آزمایش‌ها نشان می‌دهند که الگوریتم NSGA-II عملکرد بهتری نسبت به الگوریتم MOAIS دارد.

**کلیدواژه‌ها:** زمان‌بندی پروژه، تیم‌های کاری چندمهارته، اثر یادگیری وابسته به تیم کاری، الگوریتم ژنتیک چند هدفه بر مبنای مرتب‌سازی نامغلوب، الگوریتم سیستم ایمنی مصنوعی چند هدفه

---

<sup>1</sup> Multi-Objective Artificial Immune System (MOAIS)

<sup>2</sup> Non-dominated Sorting Genetic Algorithm (NSGA-II)

## ۱. مقدمه

امروزه در عصر اطلاعات، نیروی انسانی نقش بسزایی در پیشرفت و موفقیت سازمان‌ها ایفا می‌کند. به همین دلیل، نوع نگرش به منابع انسانی تغییر کرده است و به تدریج، منابع انسانی در کنار سایر منابع سازمانی مانند منابع مالی، اطلاعاتی و تکنولوژیک به یکی از ارکان کلیدی و اساسی در تحقق اهداف سازمانی تبدیل شده است.

بنابراین، منابع انسانی به‌عنوان عامل محرکه اصلی در دستیابی به اهداف سازمانی و افزایش بهره‌وری آن‌ها شناخته می‌شوند و بدون شک تأثیر بسزایی در رشد و توسعه پایدار سازمان‌ها خواهند داشت (Almeida et al., 2019). یکی از مهم‌ترین جنبه‌های مدیریت منابع انسانی، تخصیص نیروی کار به پروژه‌ها برای زمان‌بندی آن‌ها است. منظور از منابع انسانی، افرادی هستند که در بخش‌های مختلف سازمان مشغول به فعالیت‌اند و هر یک از آن‌ها ممکن است دارای مهارت‌های متعدد با سطوح مهارتی مختلف در هر کار باشند. این افراد برای تحقق اهداف سازمانی و پروژه‌ای در تلاش و در حال فعالیت هستند. از این رو، بهینه‌سازی منابع انسانی می‌تواند موجب افزایش بهره‌وری و کاهش زمان و هزینه در سازمان‌ها شود.

در سال‌های اخیر مطالعات فراوانی در حوزه زمان‌بندی پروژه با منابع انسانی چند مهارته صورت گرفته است (chen et al., 2022; Haroune et al., 2022). اما بسیاری از فعالیت‌ها و پروژه‌ها به دلیل پیچیدگی فرآیندهای مرتبط با آن‌ها، به بیش از یک نیروی متخصص نیاز دارند. این فعالیت‌ها به چندین نفر از پرسنل نیاز دارند تا به‌عنوان یک تیم کاری با مهارت‌های مکمل با یکدیگر همکاری کنند. در اکثر پروژه‌ها، به‌خصوص پروژه‌های ساختمانی، توسعه نرم‌افزار، مراکز ارائه خدمات پزشکی در منزل، آماده‌سازی مواد غذایی (کیت‌رینگ<sup>۱</sup>) و شرکت‌های معماری کار به‌صورت تیمی انجام می‌شود. کار تیمی باعث می‌شود تا نیروهای انسانی با مهارت‌های متفاوت بتوانند استعداد‌های هم‌تیمی‌های خود را پرورش دهند. اغلب اوقات، یک تیم به‌خوبی با هم کار می‌کند، زیرا تمام اعضا برای بروز استعداد‌های فردی به یکدیگر متکی هستند. با مشاهده فرآیند شکل‌گیری مهارت‌ها، اعضای تیم می‌آموزند که چگونه نقاط قوت خود را با سایرین ترکیب کرده و به تیمی قدرتمند تبدیل شوند. نتیجه این ترکیب ایجاد تیمی یادگیرنده و به‌تبع آن، انجام فعالیت‌ها در

<sup>1</sup> Catering



مدت زمان کمتر خواهد بود. Mozhdehi et al. (۲۰۲۴) در پژوهشی نشان می‌دهند که چالاکی نیروی کار می‌تواند از دو طریق، نخست کار در گروه‌های مشارکتی و یادگیری از همکاران ماهرتر و دوم تمرین یک مهارت و صرف زمان بیشتر برای تقویت آن مهارت خاص بهبود یابد. آن‌ها در این پژوهش نشان می‌دهند که ادغام بهبود چالاکی نیروی کار در مدل‌های برنامه‌ریزی پروژه می‌تواند به‌طور قابل توجهی زمان تکمیل پروژه‌ها را کاهش دهد. در زمینه زمان‌بندی پروژه، تحقیقات زیادی به تخصیص منابع انسانی به فعالیت‌ها پرداخته‌اند، که می‌توان به تحقیقات Mozhdehi et al. (۲۰۲۴)؛ Li et al. (۲۰۲۳)؛ Han et al. (۲۰۲۴)؛ Chen et al. (۲۰۲۲) اشاره کرد. عمدتاً این تخصیص بر اساس زمان و هزینه صورت گرفته است، در حالی که مهارت‌ها و تخصص‌های افراد کمتر مورد توجه قرار گرفته است. این در حالی است که در سازمان‌های پروژه‌محور، منابع انسانی نقش کلیدی در موفقیت پروژه‌ها دارند و عدم توجه به مهارت‌ها و تخصص‌های افراد می‌تواند منجر به تخصیص نادرست منابع، کاهش کارایی، افزایش زمان پروژه، نیاز به دوباره کاری و تداخل منابع شود. بنابراین، مدیریت منابع انسانی در این سازمان‌ها از اهمیت بسیاری برخوردار است، زیرا این سازمان‌ها معمولاً چندین پروژه را به‌صورت موازی انجام می‌دهند که این مسئله، مدیریت منابع را پیچیده‌تر می‌سازد.

Su et al. (۲۰۲۱) در تحقیقی به موضوع تشکیل تیم‌های کاری در حوزه زمان‌بندی پرداخته‌اند. در تحقیق مورد اشاره، تعداد تیم‌های کاری و افراد هر تیم از پیش مشخص شده‌اند. اما در واقعیت این‌گونه نیست سازمان‌های پروژه محور دارای مرزها و زمینه‌های کاری پویا هستند و تعداد تیم‌ها و افراد مورد نیاز در هر تیم باید به‌طور دائمی و بر اساس نوع پروژه‌ها در هر دوره زمانی تعیین شود. بنابراین، با توجه به نوع پروژه‌ها، تعداد تیم‌ها و اعضای مورد نیاز در هر تیم باید تعیین شود. برای رفع این شکاف، ارائه یک مدل بهینه‌سازی که بتواند تخصیص منابع و زمان‌بندی پروژه‌ها را با در نظر گرفتن مهارت‌ها و تخصص‌های افراد بهبود بخشد، ضروری است. چنین مدلی می‌تواند به سازمان‌های پروژه‌محور کمک کند تا منابع انسانی خود را به‌صورت بهینه مدیریت کنند و پروژه‌ها را با کارایی بیشتری به پایان برسانند.

در بیشتر تحقیقات صورت گرفته در حوزه زمان‌بندی پروژه اثر یادگیری را در نظر نگرفته‌اند. اما از آنجا که منابع انسانی، نقش مهمی در سازمان‌های پروژه محور دارد و

یادگیری جزء لاینفک مهارت‌های انسانی به‌شمار می‌آید و برای زمان‌بندی دقیق‌تر پروژه‌ها لازم است تمامی عوامل داخلی و خارجی که بر مدت زمان اجرای پروژه تأثیر می‌گذارند، نظیر اثر یادگیری در نظر گرفته شود. اثر یادگیری به این معناست که با تکرار وظایف مشابه، مدت زمان اجرای فعالیت‌ها کاهش می‌یابد. اما در تحقیقات انجام شده، اثر یادگیری بیشتر بر افراد متمرکز بوده است (Arik et al., 2022; Li et al., 2023). از این رو، باقرزاده و همکاران (۱۴۰۳) به بررسی یادگیری در گروه‌های کاری پرداخته‌اند. آن‌ها در این پژوهش، نرخ یادگیری افراد در گروه‌ها را ثابت فرض کرده‌اند. با این حال، می‌توان چنین در نظر گرفت که نرخ یادگیری به عواملی مانند سطح مهارت کنونی اعضا، پیچیدگی پروژه‌ها و تعاملات میان‌فردی بستگی دارد. در واقع، هرچه سطح مهارت افراد در یک گروه بالاتر باشد، انتظار می‌رود که نرخ یادگیری نیز افزایش یابد. بنابراین، در نظر گرفتن نرخ یادگیری به عنوان متغیری که بر اساس شرایط خاص گروه‌ها تغییر می‌کند، می‌تواند دقت و کاربردپذیری نتایج را افزایش دهد.

در زمینه زمان‌بندی پروژه، معمولاً فرض بر این است که مدت زمان یک فعالیت هم‌زمان به‌طور کامل منعکس‌کننده‌ی زمان راه‌اندازی و زمان انجام فعالیت است. این فرض تا زمانی که زمان راه‌اندازی نسبت به زمان انجام فعالیت کوچک باشد، قابل توجیه است. اما در مواردی که برخی از فعالیت‌ها نیاز به تنظیمات قابل توجه داشته باشند، این فرض ممکن است به پاسخ‌های مناسبی منجر نشود (Mika et al., 2006).

اخیراً، مطالعات زیادی راجع به زمان‌بندی پروژه با منابع انسانی محدود صورت گرفته است (Lian et al., 2018; Hematian et al., 2020; Arik, 2019). که فرض شده نیروی انسانی تنها دارای یک مهارت است. اما، در واقعیت، افراد عموماً دارای مجموعه‌ای از مهارت‌ها هستند و توانایی آن‌ها در انجام وظایف مختلف می‌تواند متفاوت باشد. در واقع چندمهارتی بودن انعطاف‌پذیری بیشتری به سازمان‌ها می‌دهد و سازمان‌ها این امکان را دارند که افراد را به‌طور موقت و براساس نیازهای پروژه به وظایف مختلف اختصاص دهند.

این پژوهش شامل مجموعه‌ای از پروژه‌ها می‌باشد، که غالب منابع کاربردی در آن‌ها از نوع منابع انسانی است. این پروژه‌ها باید در تیم‌های کاری بالقوه‌ای که به‌صورت موازی فعالیت می‌کنند، اجرا شوند. به هر تیم کاری، نیروی انسانی با مهارت‌های لازم تخصیص داده می‌شود تا پروژه‌ها را به بهترین شکل به پایان برسانند. هر پروژه تنها در یک تیم کاری

انجام می‌شود و هر تیم، در صورت کافی بودن منابع، می‌تواند همزمان چندین پروژه را انجام دهد. لازم به ذکر است هر نیروی انسانی دارای چندین مهارت می‌باشد و عملکرد آن فرد در انجام هر یک از این مهارت‌ها متفاوت است. در واقع، افراد بر پایه نوع و سطح مهارت خود به تیم‌های کاری مختلف اختصاص داده می‌شوند، که این امر انعطاف‌پذیری مدیران پروژه را در فرآیند تخصیص وظایف افزایش می‌دهد. با این حال، هر چه سطح مهارتی افراد بالاتر باشد، هزینه‌های به‌کارگیری آن‌ها بیشتر خواهد بود. همچنین این پژوهش به بررسی تأثیر ماهیت فعالیت‌ها در اثر یادگیری می‌پردازد. به این صورت که اگر پروژه‌ها با درصد تشابه بالا به یک تیم کاری تخصیص داده شوند، مدت زمان انجام پروژه‌ها با توجه به توالی‌شان در تیم کاهش می‌یابد. بعلاوه نرخ یادگیری نیز بر اساس سطوح مهارتی افراد تعیین می‌شود؛ به گونه‌ای که هر چه سطح مهارتی افراد تیم بالاتر باشد، نرخ یادگیری در آن تیم نیز بیشتر خواهد بود. در نهایت، در نظر گرفتن هم‌زمان اثر یادگیری و نرخ یادگیری وابسته به سطح مهارتی افراد در مدل پیشنهادی، منجر به برنامه‌ریزی دقیق‌تر پروژه‌ها و کاهش هزینه‌ها می‌شود. لازم به ذکر است در این پژوهش قبل از شروع هر پروژه در یک تیم کاری، زمانی برای آماده‌سازی پروژه صرف می‌شود. این زمان، که وابسته به نوع پروژه است، شامل زمان مورد نیاز برای تجهیز تیم و هماهنگی و ایجاد طرح‌های اولیه می‌باشد. همچنین، زمانی برای آماده‌سازی و تطبیق منابع نیز لازم است، مانند آموزش کارکنان برای انطباق با کارهای جدید، این زمان‌ها در انجام پروژه‌ها به عنوان زمان‌های آماده‌سازی شناخته می‌شوند (Ahmadov et al., 2018; Arnaout et al., 2014).

بنابراین در این پژوهش، به‌طور همزمان به دو مسئله‌ی تشکیل تیم‌های کاری با تخصیص نیروی انسانی چندمهارته و تخصیص چندین پروژه به تیم‌های کاری پرداخته می‌شود. در این مسئله، مهارت‌های مورد نیاز برای انجام پروژه‌ها (تضمین واجد شرایط بودن تیم‌ها) و محدودیت‌های منابع انسانی و سایر محدودیت‌های عملیاتی مانند زودترین زمان شروع پروژه‌ها، زمان آماده‌سازی، و اثر یادگیری در تیم‌های کاری چندمهارته با در نظر گرفتن نرخ یادگیری وابسته به سطح مهارتی افراد تیم لحاظ می‌شود. هدف اصلی این پژوهش، کمینه‌سازی هم‌زمان هزینه‌های راه‌اندازی یا تشکیل تیم‌های کاری و بکارگیری نیروی انسانی و مجموع زمان‌های در جریان بودن پروژه‌ها می‌باشد. بدین منظور، یک مدل برنامه‌ریزی غیر خطی عدد صحیح مختلط<sup>1</sup> برای این مسئله چندهدفه ارائه می‌شود. با توجه به پیچیدگی

<sup>1</sup> Mixed-Integer Nonlinear Programming (MINLP)

مسئله پیشنهادی و دوهدفه بودن آن، استفاده از روش‌های فراابتکاری کارآمد برای دستیابی به راه‌حل‌های بهینه در زمان معقول ضروری است. در این پژوهش، از الگوریتم ژنتیک چندهدفه با مرتب‌سازی نامغلوب<sup>۱</sup> به دلیل قابلیت‌های برجسته‌ی آن در بهینه‌سازی چندهدفه، استفاده می‌شود. این الگوریتم با به کارگیری مکانیزم مرتب‌سازی نامغلوب، امکان یافتن مجموعه‌ای از راه‌حل‌های بهینه پارتو<sup>۲</sup> را فراهم می‌کند. همچنین، با استفاده از مکانیزم حفظ تنوع، از تمرکز راه‌حل‌ها در یک ناحیه خاص از فضای جستجو جلوگیری کرده و پوشش مناسبی از جبهه پارتو ارائه می‌دهد. همچنین از الگوریتم سیستم ایمنی مصنوعی چندهدفه<sup>۳</sup> نیز بهره گرفته می‌شود. این الگوریتم با الهام از سیستم ایمنی طبیعی، از قابلیت‌های یادگیری، حافظه‌ی ایمنی و جهش‌های تطبیقی بهره می‌برد. این ویژگی‌ها باعث بهبود کیفیت راه‌حل‌ها و افزایش توانایی الگوریتم در کشف نواحی جدید و کارآمد در فضای جستجو می‌شوند. در این راستا جنبه‌های نوآوری پژوهش حاضر شامل موارد زیر می‌باشد:

۱. تشکیل تیم‌های کاری با تخصیص نیروی انسانی چندمهارته و تخصیص پروژه‌ها به گروه‌های کاری.
  ۲. در نظر گرفتن اثر یادگیری تیمی وابسته به ماهیت پروژه و همچنین موقعیت پروژه در تیم و نرخ یادگیری وابسته به سطح مهارتی اعضای تیم.
  ۳. انجام چندین پروژه در یک تیم کاری در صورت موجود بودن منابع.
  ۴. در نظر گرفتن محدودیت‌های عملیاتی از جمله زمان شروع متفاوت پروژه‌ها و زمان راه‌اندازی
  ۵. ارائه یک مدل ریاضی چندهدفه به منظور تعیین برنامه زمان‌بندی و ترتیب اجرای پروژه‌ها با در نظر گرفتن محدودیت‌های مطرح شده.
  ۶. به کارگیری و توسعه الگوریتم سیستم ایمنی مصنوعی چندهدفه و الگوریتم ژنتیک چندهدفه با مرتب‌سازی نامغلوب به منظور ارزیابی و حل مدل پیشنهادی.
- با توجه به ابعاد مسأله معرفی شده در این حوزه، این پژوهش از پنج بخش تشکیل شده است که در این بخش از پژوهش مقدمه‌ای از مسئله تحت مطالعه و جنبه‌های نوآوری آن نسبت به ادبیات موضوع ارائه گردید. در بخش دوم پیشینه تحقیق ارائه می‌شود و جدولی از خلاصه

<sup>1</sup> Non-dominated Sorting Genetic Algorithm (NSGA-II)

<sup>2</sup> Pareto-optimal solutions

<sup>3</sup> Multi-Objective Artificial Immune System (MOAIS)

مرور ادبیات نیز ارائه می‌گردد. در بخش سوم به روش پژوهش پرداخته می‌شود که شامل تعریف مسئله، ارائه مدل ریاضی و تحلیل حساسیت مدل نسبت به تغییر در مقادیر پارامترهای ورودی و جزئیات الگوریتم‌های حل پیشنهادی می‌باشد و در بخش چهارم، عملکرد الگوریتم‌های پیشنهادی ارزیابی شده و نتایج محاسباتی آن بررسی می‌شود. نهایتاً، در بخش پنجم نتیجه‌گیری و پیشنهادات آتی پژوهش مطرح می‌گردد.

## ۲. پیشینه پژوهش

Fawaz et al. (۲۰۱۰) مسئله زمانبندی پروژه با منابع محدود<sup>۱</sup> را مورد مطالعه قرار دادند. در این مطالعه، مدلی ارائه شد که در آن اعضای پرسنل می‌توانند با تخصص‌های متفاوت چندین مهارت داشته باشند. این مدل را مسئله زمانبندی پروژه چندمهارتی وزندار<sup>۲</sup> نامیدند. و برای حل این مسئله، یک کران پایینی پیشنهاد دادند که در آن از مدلسازی خطی استفاده کردند. Afshar-Nadjafi & Majlesi (۲۰۱۴) در تحقیقی به بررسی مسئله زمانبندی پروژه با محدودیت منابع با هدف کاهش زمان کل پروژه پرداختند. آن‌ها در پژوهش خود زمان آماده‌سازی را هنگام شروع مجدد یک فعالیت پس از قطع یا توقف، در نظر گرفتند و یک مدل ریاضی عدد صحیح مختلط برای این مسئله ارائه کردند و از الگوریتم ژنتیک برای حل ۱۰۰ مسئله نمونه استفاده کردند که نتایج نشان‌دهنده کارایی بالای این الگوریتم بوده است. Lian et al. (۲۰۱۸) مسئله تخصیص منابع انسانی چندمهارته در یک شرکت تولیدی را مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها یک مدل برنامه‌ریزی خطی با در نظر گرفتن مهارت‌ها و سطوح مختلف مهارت برای کارگران ارائه کردند و از یک الگوریتم ژنتیک توسعه داده شده برای حل مسئله در مقیاس بزرگ بهره بردند. Arik et al. (۲۰۱۹) در این پژوهش، مسئله زمانبندی پروژه و تخصیص کارکنان با در نظر گرفتن اثر یادگیری وابسته به زمان بررسی شده است. هدف اصلی این تحقیق، به حداقل رساندن زمان تکمیل پروژه بوده و برای حل این مسئله، مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط غیرخطی پیشنهاد شده است. در این مدل، توالی وظایف به گونه‌ای تعیین شده است که یک کارمند با انجام کارهای تکراری یا مشابه، تجربه کسب کرده و به این ترتیب می‌تواند وظایف را سریع‌تر از زمان

<sup>1</sup> Resource-Constrained Project Scheduling Problem (RCPPS)

<sup>2</sup> Weight Multi-Skill Project Scheduling Problem (WMSPSP)

برنامه‌ریزی شده انجام دهد. این مدل با استفاده از نرم‌افزار گمز و حل‌کننده<sup>۱</sup> DICOPT حل شده است. در نهایت نتایج مدل پیشنهادی با یک روش کلاسیک که اثر یادگیری را در نظر نمی‌گیرد، مقایسه می‌شود. نتایج نشان می‌دهند که با در نظر گرفتن اثر یادگیری، زمان تکمیل پروژه به طور قابل توجهی کاهش می‌یابد. با این حال، موضوع تشکیل تیم‌های کاری با تخصیص نیروی انسانی مناسب و همچنین تخصیص چندین پروژه به تیم‌های کاری با در نظر گرفتن مهارت‌های مورد نیاز (واجد شرایط بودن گروه‌ها) و محدودیت منابع انسانی برای انجام هر پروژه در نظر گرفته نشده است. همچنین، نرخ یادگیری با توجه به سطح مهارتی افراد تعیین نشده است و افراد دارای چندین مهارت نمی‌باشند. Hematian et al. (۲۰۲۰) در مطالعه‌ی خود، یک مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مختلط چندهدفه برای مسئله زمان‌بندی پروژه و تخصیص نیروی کار چند مهارته با اهداف به حداقل رساندن زمان تکمیل و هزینه کل پروژه‌ها و همچنین به حداکثر رساندن کیفیت پروژه را مطرح کردند. آن‌ها در این مدل اثر یادگیری و فراموشی برای نیروی انسانی را نیز در نظر گرفتند و برای ارزیابی مدل ریاضی پیشنهادی، مسائل نمونه‌ای به صورت تصادفی تولید و با استفاده از نرم‌افزار گمز و روش اپسیلون محدودیت<sup>۲</sup> مسائل را حل کردند. نتایج نشان داده است که اثر یادگیری موجب کاهش زمان فعالیت‌ها، افزایش هزینه‌ها و بهبود کیفیت می‌شود و اثر فراموشی بر همه اهداف تأثیر منفی می‌گذارد بنابراین بر حفظ مهارت نیروی کار تأکید کردند.

Hosseini & Baradaran (۲۰۲۰) مسئله زمان‌بندی پروژه با منابع انسانی چندمهارته و اثر زوال‌پذیری کارها بر زمان انجام کارها، با هدف کمینه‌سازی همزمان زمان تکمیل پروژه و هزینه‌های کل پروژه، را مورد بررسی قرار دادند. نویسندگان در این پژوهش، به ارائه یک مدل ریاضی پرداختند و برای حل این مسئله نیز از الگوریتم‌های فراابتکاری چندهدفه شامل الگوریتم گرگ خاکستری مبتنی بر پارتو<sup>۳</sup> و الگوریتم فیوناچی<sup>۴</sup> بهره بردند. آن‌ها برای ارزیابی این الگوریتم‌ها، مجموعه‌ای از آزمایش‌های عددی انجام داده‌اند و نتایج روش‌های پیشنهادی را با چندین الگوریتم دیگر مقایسه کردند. نتایج نشان می‌دهد که الگوریتم گرگ خاکستری مبتنی بر پارتو در بیشتر معیارها نسبت به سایر الگوریتم‌ها عملکرد بهتری دارد.

<sup>1</sup> Discrete and Continuous Optimizer

<sup>2</sup>  $\epsilon$ -constraint

<sup>3</sup> Pareto-based Grey Wolf Optimizer(P-GWO)

<sup>4</sup> Fibonacci

Chen et al. (۲۰۲۲) مسئله تخصیص فعالیت‌های چند پروژه به نیروی انسانی داخلی و خارجی با مهارت‌های چندگانه را با در نظر گرفتن اثر یادگیری مورد مطالعه قرار دادند. در این پژوهش، زمان پردازش و زودترین زمان شروع کارها به صورت احتمالی و با پیروی از تابع نرمال در نظر گرفته شد. آن‌ها ضمن ارائه یک مدل ریاضی برای حل مسئله مذکور، از یک الگوریتم فراابتکاری ژنتیک ترکیبی نیز برای حل مدل در ابعاد کاربردی بهره بردند. هدف از این مطالعه، کاهش هزینه‌های به کارگیری نیروی کار خارجی و جریمه دیرکردها بوده است. Li et al. (۲۰۲۳) نیز مسئله زمان‌بندی پروژه و تخصیص کارکنان چندمهارته با اثر یادگیری را مطالعه کردند. آن‌ها یک مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح برای این مسئله ارائه داده‌اند و برای حل مسئله در مقیاس بزرگ، از الگوریتم جستجوی ممنوعه استفاده کردند و مطالعه موردی را بر روی یک پروژه ساخت‌وساز واقعی انجام دادند. صالحی و همکاران (۱۴۰۲) مسئله چندهدفه‌ی زمان‌بندی پروژه با محدودیت منابع چندمهارته‌ی فازی را که شامل قابلیت تغییر سطح مهارت‌ها و انقطاع فعالیت‌ها است، را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها یک مدل ریاضی برای بهینه‌سازی سیاست زمان‌بندی پروژه (کمینه‌سازی زمان اتمام پروژه) و استخدام مهارت‌ها (کمینه‌سازی هزینه) ارائه کردند و از روش‌های فراابتکاری ژنتیک چندهدفه و الگوریتم جستجوی فاخته<sup>۱</sup> چندهدفه برای حل مسئله بهره بردند. آن‌ها در این بررسی نشان دادند که الگوریتم ژنتیک چندهدفه عملکرد بهتری در مقایسه با الگوریتم فاخته‌ی چندهدفه دارد.

Mozhdehi et al. (۲۰۲۴) در تحقیقی، به ارائه یک مدل ریاضی عدد صحیح مختلط برای زمان‌بندی چندپروژه با منابع محدود و نیروی کار چندمهارته پرداختند. هدف آن‌ها از این مطالعه کاهش زمان تکمیل پروژه‌ها بوده است. آن‌ها در این مدل، مهارت و چالاکی نیروی کار را به دو طریق، نخست از طریق کار در گروه‌های مشارکتی و یادگیری از همکاران ماهرتر و دوم، با تمرین و صرف زمان بیشتر برای یک مهارت خاص در نظر گرفتند. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که ادغام بهبود چالاکی نیروی کار در مدل‌های برنامه‌ریزی پروژه می‌تواند به طور قابل توجهی زمان تکمیل پروژه‌ها را کاهش دهد. آن‌ها همچنین، از بهینه‌سازی مبتنی بر جغرافیای زیستی<sup>۲</sup> استفاده کردند که نتایج آن کارایی بالای این الگوریتم را نشان می‌دهد. Han et al. (۲۰۲۴) در پژوهشی، به بررسی مسئله زمان‌بندی چندپروژه و

<sup>1</sup> Cuckoo search

<sup>2</sup> Biogeography-Based Optimization (BBO)

تخصیص نیروی کار چندمهارته برای تولید واحدهای بهداشتی پیش ساخته پرداخته‌اند. این پژوهشگران به چالش‌های موجود در زمینه بهره‌وری نیروی کار در فرآیند تولید واحدهای بهداشتی پیش ساخته اشاره کردند و به منظور بهبود این وضعیت، یک مدل سلسله‌مراتبی دو سطحی طراحی کرده‌اند. این مدل به‌طور ترکیبی به برنامه‌ریزی پروژه‌ها و تخصیص نیروی کار می‌پردازد تا هم جریمه‌های ناشی از زمان‌بندی زود هنگام و تأخیرها کاهش یابد و هم هزینه‌های کلی به حداقل برسد. در این مدل، مهارت‌های فردی کارگران و توانایی‌های آن‌ها برای یادگیری و تطبیق با وظایف مختلف در نظر گرفته شده است تا تخصیص کارها به بهترین شکل انجام شود و برای حل این مسئله در سناریوی صنعتی واقعی، از الگوریتم هیبریدی بهینه‌سازی نهنگ<sup>۱</sup> بهره بردند که نتایج آن نشان‌دهنده‌ی کارایی بالای این الگوریتم در بهینه‌سازی مسائل پیچیده صنعتی و افزایش بهره‌وری نیروی کار بوده است.

همان‌طور که در ادبیات پژوهشی که خلاصه‌ای از آن در جدول (۱) نشان داده شده است. مشاهده می‌شود، کمتر پژوهشی به بحث تشکیل تیم‌های کاری و اثر یادگیری در تیم‌های کاری چند مهارته پرداخته است. این در حالی است که در اکثر پروژه‌ها، کار به صورت تیمی انجام می‌شود. این پروژه‌ها نیازمند چندین پرسنل هستند تا به‌عنوان یک تیم کاری، تیمی از پرسنل با مهارت‌های کاری متفاوت به صورت هماهنگ فعالیت کنند.

Su et al. (۲۰۲۱) در مطالعه‌ای به موضوع تشکیل تیم‌های کاری در حوزه زمان‌بندی پرداخته‌اند. نویسندگان در این پژوهش تنها به ارائه یک مدل ریاضی ساده برای مسئله زمان‌بندی کارها در گروه‌های کاری تک مهارته و دسترسی محدود به گروه‌ها با هدف کاهش زمان تکمیل آخرین کار پرداختند. در این پژوهش، افراد در گروه‌های کاری ثابت قرار دارند و کارها براساس زمان پردازش در هر گروه و منابع انسانی مورد نیاز، به گروه‌های کاری واجد شرایط تخصیص داده می‌شوند. متغیر این مسئله شامل این است که کدام کار به کدام گروه کاری اختصاص یابد تا مدت زمان اتمام کل کارها کاهش یابد. نویسندگان برای حل مدل ارائه شده در ابعاد کاربردی از الگوریتم ژنتیک ترکیبی<sup>۲</sup> برای حل مسأله زمان‌بندی گروه‌های کاری موازی غیرمرتبط با محدودیت‌های منابع انسانی استفاده کردند. این الگوریتم ابتدا به صورت یک الگوریتم ژنتیک خالص طراحی شده و سپس به یک

<sup>۱</sup> Whale Optimization Algorithm (HWOA)

<sup>۲</sup> Hybrid Genetic Algorithm



الگوریتم ژنتیک ترکیبی با استراتژی بسته‌بندی جعبه<sup>1</sup> ارتقاء یافته است. پژوهش حاضر نیز به‌عنوان توسعه‌ای از مدل Su et al. (۲۰۲۱) به‌شمار می‌آید، لذا هدف این پژوهش ارائه مدلی کامل‌تر و کاربردی‌تر به منظور کاهش خلأهای موجود در حوزه‌ی زمان‌بندی می‌باشد. در این راستا، پژوهش حاضر تعداد تیم‌های کاری و اعضای هر تیم را به‌صورت پویا و نامشخص در نظر گرفته است، که این ویژگی انعطاف‌پذیری بیشتری به مدل می‌دهد و اجازه می‌دهد تا تخصیص منابع، مخصوصاً در محیط‌های کاری پویا، بر اساس نیازهای واقعی پروژه‌ها صورت گیرد. علاوه بر آن، برای دستیابی به زمان‌بندی دقیق‌تر و بهینه‌تر، در این مدل محدودیت‌های عملیاتی پیچیده‌ای نظیر زودترین زمان شروع پروژه‌ها، زمان آماده‌سازی و اثر یادگیری در تیم‌های کاری چندمهارته لحاظ شده است. همچنین، در این مدل، اثر یادگیری در تیم‌های کاری چندمهارته با نرخ یادگیری که وابسته به سطح مهارتی اعضای تیم است، در نظر گرفته می‌شود. لازم به ذکر است که ترکیب این ویژگی با سایر محدودیت‌ها و پیاده‌سازی آن‌ها به صورت یک مدل ریاضی چندهدفه، از پیچیدگی بالایی برخوردار می‌باشد که کمتر پژوهشی به سمت آن گام برداشته است. بنابراین، هدف اصلی تحقیق حاضر، ارائه یک مدل ریاضی چندهدفه به‌منظور تعیین برنامه زمان‌بندی و ترتیب اجرای پروژه‌ها با در نظر گرفتن محدودیت‌های مطرح شده می‌باشد. جهت حل مدل مذکور از الگوریتم فراابتکاری ژنتیک برمبنای مرتب‌سازی نامغلوب و الگوریتم سیستم ایمنی مصنوعی چند هدفه استفاده می‌شود.

---

<sup>1</sup> Bin Packing Strategy

جدول ۱. مروری بر پژوهش‌های انجام شده

منابع	تشکیل گروه کاری	زمان راه اندازی	اثر یادگیری	تعداد پروژه		محدودیت منابع انسانی		هدف	الگوریتم حل
				تک	چند	تک مهارته	چند مهارته		
Attia et al. (۲۰۱۴)			*	*		*		کمینه‌سازی هزینه‌ها	الگوریتم ژنتیک مبتنی بر تصمیم‌گیری
Afshar-Nadzjafi and Majlesi (۲۰۱۴)		*		*		*		کمینه‌سازی زمان تکمیل پروژه	الگوریتم ژنتیک با پارامتر-تنظیم شده
Tao and Dong (۲۰۱۷)				*		*		کمینه‌سازی زمان تکمیل پروژه	الگوریتم تبرید شبیه‌سازی شده
Habibi et al. (۲۰۱۷)				*		*		کمینه‌سازی زمان تکمیل پروژه، حداکثرسازی پایداری زمان‌بندی و حداکثرسازی ارزش فعلی خالص	الگوریتم ژنتیک بر مبنای مرتب‌سازی نامغلوب و الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات چند هدفه
(۲۰۱۸) Arık			*	*		*		کمینه‌سازی زمان تکمیل پروژه	
Taheri Amiri et (۲۰۱۸) al.				*		*		کمینه‌سازی زمان تکمیل پروژه و هزینه	الگوریتم ژنتیک بر مبنای مرتب-سازی نامغلوب
Lian et al. (۲۰۱۸)				*		*		بهبود تعادل بار کاری بین سروها و بین کارگران	الگوریتم ژنتیک بر مبنای مرتب-سازی نامغلوب
Wang and (۲۰۱۸)Zheng				*		*		کمینه‌سازی هم‌زمان زمان تکمیل پروژه و هزینه‌های کل پروژه	الگوریتم بهینه‌سازی مگس میوه توسعه یافته

منابع	تشکیل گروه کاری	زمان راه اندازی	اثر یادگیری	تعداد پروژه		محدودیت منابع انسانی	
				تک	چند	تک مهارت	چند مهارت
Tirkolae Babae. et al. (۲۰۱۹)				*	*	*	
یوسف زاده (۱۴۰۰)				*		*	
دانشگر و همکاران (۱۴۰۱)	*			*	*	*	
Hematian et al. (۲۰۲۰)			*	*	*	*	
Chen et al. (۲۰۲۲)			*	*	*	*	
Hosseiniyan and Baradaran (۲۰۲۰)			*	*	*	*	
Barghi and (۲۰۲۲) Sikari	*			*		*	

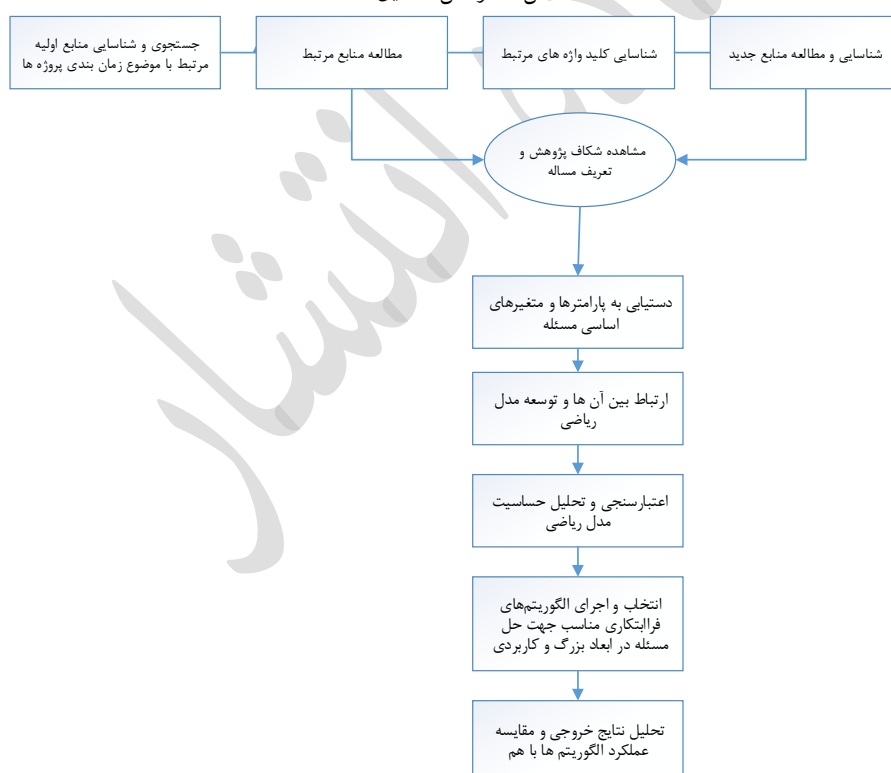
منابع	تشکیل گروه کاری	زمان راه اندازی	اثر یادگیری	تعداد پروژه		محدودیت منابع انسانی		هدف	الگوریتم حل
				تک	چند	تک مهارته	چند مهارته		
Tian et al. (۲۰۲۲)				*		*		کمینه سازی هم زمان و زمان تکمیل پروژه و هزینه کل پروژه	الگوریتم های بهینه سازی استراتژی تکاملی چند هدفه
صالحی و همکاران (۱۴۰۲)				*		*		کمینه سازی هم زمان و زمان تکمیل پروژه و هزینه کل پروژه	الگوریتم چند هدفه جستجوی فاخته و الگوریتم ژنتیک چند هدفه
Haroune et al. (۲۰۲۳)				*		*		کمینه سازی مجموع وزنی دیرکرد فعالیت ها	الگوریتم جستجوی محلی و جستجوی ممنوع
(۲۰۲۳) Li et al.			*	*		*		کمینه سازی زمان تکمیل پروژه ساخت و ساز	الگوریتم جستجوی ممنوع
Mozhdehi et al. (۲۰۲۴)			*		*	*		کمینه سازی زمان تکمیل پروژه	الگوریتم بهینه سازی مبتنی بر جغرافیای زیستی
(۲۰۲۴) Li et al.		*		*	*			کمینه سازی زمان تکمیل پروژه	الگوریتم جدید فرایندکاری برنامه نویسی ژنتیکی چندجانشین
Han et al. (۲۰۲۴)				*	*	*		کمینه سازی هزینه های یکپارچه	الگوریتم هیبریدی بهینه سازی نهنگ
پژوهش حاضر	*	*	*	*	*	*		کمینه سازی هم زمان مجموع هزینه های راه اندازی تیم های کاری و بکارگیری نیروی انسانی و مجموع زمان	الگوریتم ژنتیک بر مبنای مرتب سازی نامغلوب و الگوریتم سیستم

منابع	تشکیل گروه کاری	زمان راه اندازی	اثر یادگیری	تعداد پروژه		محدودیت منابع انسانی		هدف	الگوریتم حل
				تک	چند	تک مهارت	چند مهارت		
								در جریان بودن پروژه‌ها	ایمنی مصنوعی چند هدفه

### ۳. روش شناسی پژوهش

در این بخش، ابتدا ساختار کلی مراحل تحقیق در شکل (۱) نشان داده می‌شود. سپس مسئله تحقیق بیان می‌گردد و سپس به مدلسازی ریاضی و ارائه روش حل پرداخته می‌شود.

شکل ۱. مراحل تحقیق



## بیان مسئله تحقیق

این مسئله شامل مجموعه‌ای از پروژه‌های متمایز شامل  $p = \{1, 2, \dots, NP\}$  می‌باشد که توسط تیم‌های کاری بالقوه شامل  $g = \{1, 2, \dots, NG\}$  به‌طور موازی انجام می‌شوند. همچنین مجموعه‌ای از نیروی انسانی چند مهارته  $h = \{1, 2, \dots, NH\}$  با مهارت‌های مورد نیاز  $s = \{1, 2, \dots, NS\}$  به هر تیم کاری فعال تخصیص داده می‌شوند. هر پروژه تنها به یک تیم کاری واجد شرایط تخصیص داده می‌شود. تیم‌های کاری می‌توانند، در صورت وجود منابع انسانی کافی، همزمان چندین پروژه را انجام دهند. قبل از شروع هر پروژه در هر تیم کاری، زمانی برای آماده‌سازی آن پروژه، صرف می‌گردد. این زمان به نوع پروژه‌ای که در حال حاضر در تیم کاری انجام می‌شود، بستگی دارد. همچنین، پروژه‌ها دارای زمان متفاوتی برای شروع هستند. به عبارت دیگر، پروژه‌ها دارای زمان‌های آزادسازی یا زودترین زمان شروع متفاوتی هستند.

علاوه بر این اثر کار تیمی یا به عبارتی دیگر اثر یادگیری بر زمان انجام پروژه‌ها نیز مد نظر قرار گرفته است. به این صورت که اگر پروژه‌هایی با درجه شباهت بالا به یک تیم کاری تخصیص داده شوند، این تیم کاری زمان انجام کمتری را برای انجام پروژه مشابه صرف می‌کند. بنابراین، برای ارزیابی دقیق‌تر زمان واقعی انجام پروژه‌ها و در نظر گرفتن میزان شباهت‌های موجود بین پروژه‌ها، ارائه مدلی جامع ضروری به نظر می‌رسد. در این راستا، از رابطه شناخته شده‌ای که توسط Yang et al. (۲۰۱۰) توسعه یافته است، استفاده شده که به طور خلاصه در عبارت (۱) آورده شده است. از سوی دیگر سطح مهارتی نیروی‌های انسانی تخصیص داده شده به هر تیم نیز بر اثر یادگیری و کاهش زمان پردازش تأثیر می‌گذارد، در واقع نرخ یادگیری بر اساس سطوح مهارتی مختلف افراد تعیین می‌شود؛ به طوری که هرچه سطح مهارتی افراد تیم بالاتر باشد، نرخ یادگیری در آن تیم نیز بیشتر خواهد بود. برای این منظور نیاز است تا یک مدل کلی با در نظر گرفتن سطح مهارتی تیم و میزان تشابه پروژه‌ها برای محاسبه زمان پردازش واقعی پیشنهاد شود. در این مدل  $b > 0$  نرخ یادگیری،  $r$  موقعیت زمان‌بندی کار نام در توالی و  $P_i$  نیز زمان انجام کار نام می‌باشد.

$$P_{i[r]} = P_i r^{-b} \quad (1)$$

در مدل توسعه یافته در این پژوهش، به جای استفاده از متغیر موقعیت ( $r$ )، از متغیر جدیدی به نام مجموع درجه شباهت ( $u$ ) استفاده می‌شود. در واقع  $u$  برابر است با مجموع درجه

شباهت کار  $i$  با تمامی کارهایی که در آن تیم قبل از شروع کار  $i$  نام پایان یافته‌اند. لازم به ذکر است، به جای بکارگیری یک پارامتر ثابت  $b$  برای نرخ یادگیری از یک متغیر استفاده می‌شود که مقدار آن وابسته به سطح مهارت تیم می‌باشد. مقدار این متغیر یعنی  $b_t$  از نسبت سطح مهارتی تیم به سطح مهارتی کل به دست می‌آید. این تابع به صورت عبارت (۲) تعریف می‌گردد.

$$P_{i[r]} = P_i(u + 1)^{-b_t} \quad (۲)$$

با توجه به اینکه در این پژوهش، منابع یا همان نیروی انسانی به پروژه‌ها در واحد زمان تخصیص داده می‌شوند، زمان انجام پروژه‌ها را به صورت اعداد صحیح مثبت در نظر گرفته می‌شود. در واقع این فرض بدلیل، مصرف منابع در واحد زمان و عدم تعریف مصرف در کسری از زمان می‌باشد. برای دستیابی به این هدف، کافی است رابطه (۲) به نزدیک‌ترین عدد صحیح به سمت پایین گرد شود. در نهایت، برای محاسبه زمان انجام واقعی، رابطه (۳) تعریف می‌گردد.

$$P_{i[r]} = \lfloor P_i(u + 1)^{-b_t} \rfloor \quad (۳)$$

### مفروضات مسئله

در بخش تعریف مسئله، برخی از مفروضات و جزئیات مدل مطرح می‌شود. با این حال، برای مدلسازی دقیق‌تر مسئله، نیاز به بیان برخی مفروضات دیگر وجود دارد که در ادامه به آن پرداخته می‌شود.

- پروژه‌ها مستقل از یکدیگر هستند اما برخی از آن‌ها دارای درصدی شباهت، با پروژه‌های دیگر هستند. این درصد شباهت، در بازه‌ای بین صفر تا یک متغیر است، به طوری که عدد یک نشان‌دهنده شباهت کامل و عدد صفر نشان‌دهنده عدم شباهت می‌باشد.
- تعداد تیم‌های کاری بالقوه محدود است و برای تشکیل هر تیم هزینه ثابتی بابت تجهیز و آموزش در نظر گرفته می‌شود.
- حداکثر تعداد تیم‌های کاری که می‌تواند تشکیل شود برابر با رند به سمت پایین نصف نیروی انسانی موجود است، زیرا برای تشکیل یک تیم کاری حداقل به دو نفر نیاز است.

- افراد و تعداد آن‌ها در هر تیم از قبل مشخص نیست، اما حداکثر تعداد افرادی که می‌توانند در قالب یک تیم کاری با هم فعالیت کنند، محدود است.
- هر نیروی انسانی دارای چندین مهارت یا تخصص می‌باشد و هر فرد با یک مهارت خود به تیم کاری تخصیص داده می‌شود که تیم‌های کاری چندمهارته را تشکیل می‌دهند.
- نیروهای انسانی دارای سطوح مهارتی متفاوتی در تخصص‌های خود می‌باشند. در این پژوهش پنج سطح مهارتی کم، متوسط، خوب، زیاد و خیلی زیاد در نظر گرفته می‌شود.
- زمان انجام کار و زمان آماده‌سازی پروژه‌ها ثابت می‌باشند.
- تمامی تیم‌های کاری تشکیل شده در لحظه صفر آماده به کار می‌باشند.
- در هر لحظه هر تیم کاری در صورت موجود بودن منابع انسانی متخصص قادر به انجام چندین پروژه می‌باشد.
- تمامی پروژه‌ها در لحظه زمانی صفر آماده انجام، نمی‌باشند و زمان‌های آزادسازی یا همان زودترین زمان شروع متفاوتی دارند.
- هر پروژه در یک تیم کاری به صورت مستمر پردازش می‌گردد.
- هر پروژه در طول زمان آماده‌سازی و زمان انجام خود نیازمند تعدادی نیروی متخصص است که به آن تیم کاری تخصیص داده می‌شود.
- اثر کار تیمی در زمان انجام پروژه‌ها با توجه به درجه شباهت پروژه‌هایی که به یک تیم کاری تخصیص داده شده، در نظر گرفته می‌شود.

#### اندیس‌ها و مجموعه‌ها

- |                                  |                                    |
|----------------------------------|------------------------------------|
| $s = 1, 2, \dots, NS$            | • $S$ : مجموعه نیروی انسانی متخصص  |
| $t, \acute{t} = 1, 2, \dots, NT$ | • $t$ : مجموعه تیم‌های کاری        |
| $p, \acute{p} = 1, 2, \dots, NP$ | • $p, \acute{p}$ : مجموعه پروژه‌ها |
| $e = 1, 2, \dots, NE$            | • $e$ : مجموعه تخصص‌ها             |
| $d = 1, 2, \dots, TD$            | • $d$ : مجموعه پریود زمانی         |

#### پارامترها

- $NS$ : تعداد کل نیروی انسانی متخصص موجود.



- $NT$ : حداکثر تعداد تیم کاری که تشکیل می گردد.
- $NP$ : تعداد کل پروژه ها.
- $NE$ : تعداد تخصص های موجود.
- $TD$ : افق زمانی برای به اتمام رساندن کل پروژه ها.

$$TD = \max_{p=1 \dots NP} (HS_p) + \sum_{p=1}^{NP} PR_p$$

- $LS$ : حداکثر تعداد نیروی انسانی متخصصی که به تیم کاری اختصاص داده می شود.
- $CT$ : هزینه تشکیل تیم کاری می باشد.
- $CP_{se}$ : هزینه بکارگیری نیروی متخصص  $s$  با مهارت  $e$ .
- $EL_{se}$ : سطح مهارتی نیروی متخصص  $s$  در مهارت  $e$ .
- $PR_p$ : زمان انجام پروژه  $p$ .
- $SET_p$ : زمان آماده سازی مورد نیاز برای پروژه  $p$ .
- $NS_{pe}$ : تعداد نیروی انسانی مورد نیاز با تخصص  $e$  برای انجام پروژه  $p$ .
- $HS_p$ : زودترین زمان شروع پروژه  $p$ .
- $IF_{se}$ : ماتریسی صفر و یک که مقدار یک نشان دهنده این است که، نیروی انسانی  $s$  دارای تخصص  $e$  می باشد.
- $W_{pp}$ : درصد شباهت پروژه  $p$  به پروژه  $p$ .  $0 \leq W_{pp} \leq 1$ .
- $LN$ : یک عدد حقیقی مثبت بزرگ.
- $LT$ : کران پایین سطح مهارتی تیم ها.

### متغیرهای تصمیم گیری

- $X_t$ : اگر تیم کاری  $t$  تشکیل گردد ۱ و در غیر این صورت ۰.
- $IS_{ste}$ : اگر نیروی انسانی متخصص  $s$  به تیم کاری  $t$  با مهارت  $e$  تخصیص یابد ۱ و در غیر این صورت ۰.
- $IP_{tpd}$ : اگر فرآیند انجام پروژه  $p$  در تیم کاری  $t$  در زمان  $d$  شروع گردد ۱ و در غیر این صورت ۰.

- $BS_{te}$ : تعداد نیروی انسانی با تخصص  $e$  در تیم کاری  $t$ .
- $FPP_p$ : مدت زمان انجام نهایی پروژه  $p$ .
- $ST_p$ : زمان شروع پروژه  $p$ .
- $FT_p$ : زمان پایان پروژه  $p$ .
- $b_t$ : نرخ یادگیری در تیم کاری  $t$ .
- $K_{pp}$ : اگر زمان شروع پروژه  $p$  از زمان پایان پروژه  $p$  بزرگتر باشد ۱ و در غیر اینصورت ۰.  $FT_p \leq ST_p$ .
- $M_{ppt}$ : اگر پروژه  $p$  بعد از پروژه  $p$  در تیم کاری  $t$  انجام شود ۱ و در غیر اینصورت ۰.  $FT_p \leq ST_p$ .

### مدلسازی ریاضی

$$\text{Min } Z1 = \sum_{t=1}^{NT} CT \cdot X_t + \sum_{e=1}^{NE} \sum_{t=1}^{NT} \sum_{s=1}^{NS} CP_{se} \cdot IS_{ste} \quad (۴)$$

$$\text{Min } Z2 = \sum_{p=1}^{NP} (FT_p - HS_p) \quad (۵)$$

s.t.

$$\sum_{t=1}^{NT} \sum_{e=1}^{NE} IS_{ste} \cdot X_t \leq 1 \quad \forall s \quad (۶)$$

$$\sum_{s=1}^{NS} \sum_{e=1}^{NE} IS_{ste} \cdot (1 - X_t) = 0 \quad \forall t \quad (۷)$$

$$\sum_{s=1}^{NS} \sum_{e=1}^{NE} IS_{ste} \cdot X_t \leq LS \quad \forall t \quad (۸)$$

$$BS_{te} = \sum_{s=1}^{NS} IS_{ste} \cdot IF_{se} \quad \forall t, e \quad (9)$$

$$\sum_{t=1}^{NT} \sum_{d=1}^{TD} IP_{tpd} \cdot X_t = 1 \quad \forall p \quad (10)$$

$$\sum_{p=1}^{NP} \sum_{q=d-FPP_p-SET_p+1}^d NS_{pe} \cdot IP_{tpq} \leq BS_{te} \quad \forall t, e, d \quad (11)$$

$$ST_p \geq HS_p + SET_p \quad \forall p \quad (12)$$

$$ST_p = \sum_{d=1}^{TD} \sum_{t=1}^{NT} (d + SET_p) \cdot IP_{tpd} \quad \forall p \quad (13)$$

$$FT_p \geq ST_p + FPP_p \quad \forall p \quad (14)$$

$$(ST_{\acute{p}} - FT_p) - LN \cdot (K_{p\acute{p}} - 1) \geq 0 \quad \forall p, \acute{p}; p \neq \acute{p} \quad (15)$$

$$(ST_{\acute{p}} - FT_p) - LN \cdot K_{p\acute{p}} \leq 0 \quad \forall p, \acute{p}; p \neq \acute{p} \quad (16)$$

$$M_{p\acute{p}t} = K_{p\acute{p}} \cdot \left( \sum_{d=1}^{TD} IP_{tpd} \right) \cdot \left( \sum_{d=1}^{TD} IP_{t\acute{p}d} \right) \quad \forall t, p, \acute{p}; p \neq \acute{p} \quad (17)$$

$$\sum_{s=1}^{NS} \sum_{e=1}^{NE} IS_{ste} \cdot EL_{se} > LT \cdot X_t \quad \forall t \quad (18)$$

$$b_t = \frac{\sum_{s=1}^{NS} \sum_{e=1}^{NE} IS_{ste} \cdot EL_{se}}{\sum_{s=1}^{NS} \sum_{e=1}^{NE} \sum_{t=1}^{NT} IS_{ste} \cdot EL_{se}} \quad \forall t \quad (19)$$

$$FPP_{\dot{p}} = \left[ PR_{\dot{p}} \cdot \left( \sum_{p=1, p \neq \dot{p}}^{NP} \sum_{t=1}^{NT} W_{p\dot{p}} \cdot M_{p\dot{p}t} + 1 \right)^{-\sum_{t=1}^{NT} \sum_{d=1}^{TD} b_t \cdot IP_{t\dot{p}d}} \right] \forall \dot{p} \quad (20)$$

$$X_t \in \{0,1\} \quad \forall t \quad (21)$$

$$IS_{ste} \in \{0,1\} \quad \forall s, t, e \quad (22)$$

$$IP_{tpd} \in \{0,1\} \quad \forall t, p, d \quad (23)$$

$$K_{p\dot{p}} \in \{0,1\} \quad \forall p, \dot{p} \quad (24)$$

$$M_{p\dot{p}t} \in \{0,1\} \quad \forall t, p, \dot{p} \quad (25)$$

$$ST_p \geq 0 \quad \forall p \quad (26)$$

$$FT_p \geq 0 \quad \forall p \quad (27)$$

$$BR_{gs} \geq 0 \quad \forall t, e \quad (28)$$

$$0 \leq b_t \leq 1 \quad \forall t \quad (29)$$

در مدل پیشنهادی عبارت (۴) تابع هدف اول از دو بخش تشکیل می‌شود که بخش اول تابع هدف کمینه کردن هزینه‌های تشکیل تیم‌ها است و بخش دوم به حداقل رساندن هزینه‌های بکارگیری نیروی انسانی با مهارت‌های خاص است. عبارت (۵) بیان‌کننده تابع هدف دوم مسئله است که تفاوت بین زمان‌های پایان و زودترین زمان شروع پروژه را برای تمام پروژه‌ها به حداقل می‌رساند، به این صورت که پروژه‌ها سریع‌تر به پایان می‌رسند و زمان‌های انتظار یا توقف کاهش می‌یابد. محدودیت (۶) بیان‌کننده این موضوع است که هر نیروی انسانی متخصص می‌تواند حداکثر به یکی از تیم‌های کاری بالقوه که تشکیل شده تخصیص یابد. این محدودیت از تخصیص هم‌زمان نیروی انسانی به چندین تیم جلوگیری می‌کند. محدودیت (۷) این محدودیت تضمین می‌کند که اگر نیروی انسانی به تیمی اختصاص یابد، آن تیم تشکیل می‌شود. محدودیت (۸) این محدودیت نشان می‌دهد که حداکثر تعداد نیروی

انسانی متخصصی که می‌توانند در یک تیم کاری کنار یکدیگر فعالیت کنند، حداکثر برابر با LS است. بنابراین این محدودیت از اشباع تیم‌ها جلوگیری می‌کند و تضمین می‌کند که تیم‌ها به صورت بهینه و با تعداد مناسبی از منابع انسانی تشکیل شوند. محدودیت (۹) نشان می‌دهد که تیم‌های کاری تشکیل شده شامل چه تعداد نیروی انسانی با چه تخصص‌هایی هستند. این محدودیت اطمینان می‌دهد که هر تیم کاری شامل ترکیب صحیحی از مهارت‌ها و منابع انسانی باشد، که بهینه‌سازی هم در سطح فردی و هم گروهی فراهم می‌آورد. محدودیت (۱۰) تضمین می‌کند که هر پروژه در یک تیم کاری و در یک زمان مشخص فرآیند انجامش شروع می‌شود. محدودیت (۱۱) بیان می‌کند که در هر تیم کاری جهت انجام پروژه‌های تخصیص داده شده، منابع انسانی مورد نیاز با تخصص‌های مختلف باید در طول زمان آماده‌سازی و همچنین زمان انجام پروژه در دسترس باشند. محدودیت (۱۲) تضمین می‌کند که زمان شروع پروژه باید برابر یا بیشتر از مجموع زمان آماده‌سازی پروژه و زودترین زمان شروع پروژه باشد. این محدودیت اطمینان می‌دهد که هیچ پروژه‌ای زودتر از زمان مناسب خود آغاز نمی‌شود و محدودیت (۱۳) زمان شروع پروژه  $p$  بر اساس زمان تخصیص پروژه‌ها به تیم‌ها و زمان راه‌اندازی تعیین می‌شود. محدودیت (۱۴) این محدودیت تضمین می‌کند که زمان پایان پروژه  $p$  حداقل به اندازه جمع زمان شروع  $ST_p$  و زمان اجرای پروژه  $FPP_p$  باشد. بنابراین اطمینان می‌دهد که پروژه‌ها در زمان مناسب به اتمام برسند و از تاخیر در اتمام پروژه‌ها جلوگیری می‌کند. محدودیت‌های (۱۵)، (۱۶) و (۱۷) برای مشخص کردن توالی انجام پروژه‌ها در هر تیم کاری بکارگیری می‌شوند. محدودیت (۱۵) و (۱۶) با هم کار می‌کنند. در واقع این دو محدودیت مشخص‌کننده توالی انجام پروژه‌ها هستند و ترتیب انجام پروژه‌ها را نشان می‌دهند. محدودیت (۱۷) از خروجی محدودیت‌های (۱۵) و (۱۶) استفاده می‌کند تا توالی انجام پروژه‌ها در هر تیم کاری را مشخص کند. اگر دو پروژه  $p$  و  $p'$  به یک تیم تخصیص داده شوند و پروژه  $p'$  بعد از پروژه  $p$  انجام شود،  $M_{pp't}=1$  خواهد بود. که از این محدودیت‌ها برای محاسبه اثر یادگیری در تیم کاری و زمان انجام نهایی پروژه‌ها (محدودیت ۲۰) استفاده می‌شود. محدودیت (۱۸) این محدودیت تضمین می‌کند که تیم‌های تشکیل شده از حداقل سطح مهارت مورد نیاز برخوردار باشند. این سطح مهارت در محاسبه نرخ یادگیری تیم‌ها (محدودیت ۱۹) استفاده می‌شود. محدودیت (۱۹) این محدودیت نرخ یادگیری تیم‌ها را بر اساس سطح مهارت

اعضای آن‌ها محاسبه می‌کند. تیم‌هایی که اعضای با سطح مهارت بالاتری دارند، نرخ یادگیری بیشتری خواهند داشت. این نرخ یادگیری در محاسبه زمان انجام پروژه‌ها (محدودیت ۲۰) استفاده می‌شود. محدودیت (۲۰) نیز برای محاسبه زمان واقعی انجام پروژه‌ها با در نظر گرفتن نرخ یادگیری تیم‌ها (تیم‌هایی با نرخ یادگیری بالاتر، زمان انجام پروژه‌ها را کاهش می‌دهند) و میزان شباهت پروژه‌ها (اگر پروژه‌های مشابه در یک تیم انجام شوند، زمان انجام پروژه‌ها کاهش می‌یابد) استفاده می‌شود. محدودیت‌های (۲۱) الی (۲۹) محدوده و نوع متغیرهای تصمیم‌گیری را مشخص می‌کنند.

### اعتبارسنجی روش و مدل ریاضی

در این بخش به بررسی صحت عملکرد مدل در ابعاد کوچک مسئله پرداخته می‌شود و برای ارزیابی مدل پیشنهادی از داده‌های تصادفی برای ایجاد یک مسأله نمونه بهره برده می‌شود. اطلاعات مربوط به، مسئله آزمایشی در جدول (۲) آمده است. همچنین فرض می‌شود، هزینه راه‌اندازی و تشکیل گروه کاری  $CS = 50$ ، حداکثر ظرفیت هر گروه  $LH = 4$  و کران پایین سطح مهارتی تیم‌ها  $LT = 1/5$  می‌باشد.

جدول ۲. داده‌های مسئله

Project	۱	۲
<i>PR</i>	۵۰	۴۰
<i>SET</i>	۱۰	۱۰
<i>HS</i>	۰	۱۰
Project	<i>W</i>	
۱	۰	۱
۲	۱	۰
Skill	<i>NE</i>	
۱	۱	۱
۲	۱	۱
Staff	<i>CP</i>	
۱	۱۵	
۲	۱۸	
۳	۱۸	

		۴	۲۰
IF		Skill	
۱	۱	۱	۱
۲	۱	۱	۱
۳	۱	۱	۱
۴	۱	۱	۱
EL		Skill	
۱	۰/۷	۰/۶	۰/۶
۲	۰/۹	۰/۷	۰/۷
۳	۰/۶	۰/۹	۰/۹
۴	۰/۵	۰/۸	۰/۸

با توجه به دو هدفه بودن مسئله تحت مطالعه برای حل مدل ریاضی با استفاده از نرم افزارهای بهینه‌سازی نیاز است تا مدل تبدیل به یک مسئله تک هدفه گردد که در این پژوهش با استفاده از روش تبدیل تابع هدف به محدودیت برای اعتبار سنجی مدل در لینگو استفاده شده است. که مقدار ۸۳ برای تابع هدف اول و مقدار ۱۴۰ برای تابع هدف دوم حاصل می‌شود. لازم به ذکر است مسئله مورد نظر با رویکرد شاخه و کران توسط نرم افزار لینگو ۹ حل شده است و نتایج بدست آمده در جدول‌های (۳) و (۴) نمایش داده می‌شود. در جدول (۳) با توجه به حجم زیاد متغیرها، مقادیری که مقدار یک را به خود اختصاص داده‌اند گزارش می‌شود و با توجه به نتایج حاصل شده در جدول (۴) اثر یادگیری موجب کاهش زمان انجام پروژه دوم می‌شود.

جدول ۳. نتایج حاصل از حل مسئله

$X_t=1$	$IS_{ste}=1$	$IP_{tpd}=1$	$K_{pp}=1$	$M_{pp,t}=1$
$X_1$	$IS_{112}$	$IP_{1,1,1}$	$K_{12}$	$M_{121}$
	$IS_{211}$	$IP_{1,2,61}$		

جدول ۴. نتایج حاصل از حل مسئله

Project	۱	۲
SET <sub>p</sub>	۱۰	۱۰
PR <sub>p</sub>	۵۰	۴۰
ST <sub>p</sub>	۱۰	۷۰
FT <sub>p</sub>	۶۰	۹۰
FPP <sub>p</sub>	۵۰	۲۰

در ادامه به تحلیل حساسیت مدل نسبت به تغییر در مقادیر پارامترهای ورودی پرداخته می‌شود. در گام اول فرض می‌شود، که درصد شباهت پروژه اول به پروژه دوم از مقدار  $W_{12} = 1$  به  $W_{12} = 0.5$  کاهش یابد، که با کاهش درصد شباهت، مقدار تابع هدف دوم از ۱۴۰ به ۱۴۶ واحد زمانی افزایش یافته است. این افزایش به دلیل افزایش زمان انجام واقعی پروژه دوم از ۲۰ واحد به ۲۶ واحد زمانی می‌باشد. با توجه به بررسی صورت گرفته این نتیجه حاصل می‌شود که مدل از نظر محاسبه دقیق زمان انجام، با در نظر گرفتن درصد شباهت پروژه‌ها، عملکرد مناسبی دارد. سپس به تحلیل حساسیت مدل نسبت به تغییر در مقدار پارامتر زمان راه‌اندازی پروژه پرداخته می‌شود. فرض می‌شود که مقدار پارامتر زمان راه‌اندازی پروژه دوم از  $SET_2 = 10$  به  $SET_2 = 5$  کاهش می‌یابد که نتایج نشان می‌دهد که مقدار تابع هدف دوم از ۱۴۰ به ۱۳۵ واحد زمانی کاهش یافته است. در ادامه به تحلیل حساسیت مدل نسبت به تغییر در مقدار پارامتر زمان انجام پروژه پرداخته می‌شود. فرض می‌شود که مقدار پارامتر زمان انجام پروژه دوم از  $PR_2 = 40$  به  $PR_2 = 30$  کاهش می‌یابد که نتایج نشان می‌دهد که مقدار تابع هدف دوم از ۱۴۰ به ۱۲۵ واحد زمانی کاهش یافته است. حال به تحلیل حساسیت مدل نسبت به تغییر در پارامتر تعداد نیروی انسانی مورد نیاز با تخصص  $S$  برای پردازش پروژه  $p$  یا همان پارامتر  $NS_{pe}$  پرداخته می‌شود. فرض می‌شود، در پروژه اول و دوم، که به یک نیروی انسانی با تخصص یک و یک نیروی انسانی با تخصص دو نیاز داشت، با تغییر در نیاز پروژه، به دو نیروی انسانی با تخصص یک و یک نیروی انسانی با تخصص دو نیاز دارد. با اعمال این تغییر و در نظر گرفتن تابع هدف اول،



مسئله مجدداً حل می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که مقدار تابع هدف اول از ۸۳ به ۱۰۱ واحد افزایش یافته است.

در تحلیل حساسیت مدل، به بررسی فعال یا غیر فعال بودن برخی از محدودیت‌های اصلی مسئله با تغییر در پارامترهای ورودی مدل پرداخته شده است. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که مدل پیشنهادی برای مسئله مورد بررسی با محدودیت‌های مذکور در شرایط مختلف به درستی عمل کرده و دارای کارایی و اعتبار لازم است. در واقع این تحلیل‌ها نشان می‌دهد که مدل قادر است با تغییر در پارامترهای ورودی، نتایج قابل اعتماد و منطقی ارائه دهد، که برای مدیریت مؤثر پروژه‌ها از اهمیت زیادی برخوردار است.

در این پژوهش، مدل پیشنهادی به منظور اعتبارسنجی بیشتر با مدل پایه ارائه شده توسط Su et al. (۲۰۲۱) مقایسه شده است. برای انجام این مقایسه، از نمونه مثال معرفی شده در مطالعه Su et al. (۲۰۲۱) استفاده گردید که هدف آن کاهش زمان تکمیل پروژه‌ها بوده و در آن، مقدار بیشینه زمان تکمیل ( $C_{max}$ ) برابر با ۵ گزارش شده است. در این مطالعه، مدل پیشنهادی با بهره‌گیری از داده‌های مدل پایه و بدون در نظر گرفتن زمان‌های آماده‌سازی، زمان شروع و اثرات یادگیری و با هدف کمینه‌سازی زمان در جریان بودن پروژه‌ها حل شده است.

در مثال مورد بررسی، ۸ پروژه تعریف شده است که زمان پردازش آن‌ها به ترتیب ۲، ۱، ۱، ۲، ۳، ۳، ۳، ۳ واحد زمانی است. این پروژه‌ها میان دو تیم کاری با مجموع ۸ نیروی انسانی تخصیص یافته‌اند و نیاز به منابع انسانی برای هر پروژه به ترتیب ۳، ۱، ۱، ۳، ۲، ۲، ۳، ۲ نفر تعیین شده است. پس از حل مدل پیشنهادی، مقدار تابع هدف برابر با ۲۵ و مقدار بیشینه زمان تکمیل ( $C_{max}$ ) برابر با ۵ حاصل شده است. نتایج نهایی در جداول (۵ و ۶) ارائه می‌شود. با توجه به تعداد زیاد متغیرها، تنها مقادیری که برابر با یک هستند، به صورت خاص گزارش شده‌اند.

جدول ۵. نتایج حاصل از حل مسئله

$X_t=1$	$IS_{ste}=1$	$IP_{tpd}=1$
$X_1$	$IS_{112}$	$IP_{1,2,3}$
$X_2$	$IS_{211}$	$IP_{1,2,1}$
	$IS_{322}$	$IP_{1,2,1}$
	$IS_{411}$	$IP_{2,1,3}$





در این بخش، مثال مورد نظر بار دیگر با در نظر گرفتن اثر یادگیری حل شده است. در این حالت، فرض بر آن است که پروژه‌های شماره ۳ و ۵ از نظر ویژگی‌ها مشابه یکدیگر هستند. پس از حل مدل پیشنهادی با احتساب این فرض، مقدار تابع هدف برابر با ۲۳ و مقدار بیشینه زمان تکمیل برابر با ۵ به دست آمده است. این کاهش در مقدار تابع هدف (مدت زمان در جریان بودن پروژه‌ها) در مقایسه با حالت‌های پیشین، به تأثیر اثر یادگیری در مدل نسبت داده می‌شود. نتایج حاصل از حل مدل در جداول (۱۱ و ۱۲) ارائه شده است.

جدول ۱۱. نتایج حاصل از حل مسئله

$X_t=1$	$IS_{ste}=1$	$IP_{tpd}=1$	$K_{pp}=1$	$M_{pp't}=1$
$X_1$	$IS_{112}$	$IP_{1,2,3}$	$K_{53}$	$M_{532}$
$X_2$	$IS_{212}$	$IP_{1,4,1}$		
	$IS_{311}$	$IP_{1,8,1}$		
	$IS_{221}$	$IP_{2,1,3}$		
	$IS_{522}$	$IP_{2,3,3}$		
	$IS_{621}$	$IP_{2,5,1}$		
	$IS_{711}$	$IP_{2,6,1}$		
	$IS_{822}$	$IP_{2,7,2}$		

جدول ۱۲. نتایج حاصل از حل مسئله

Project	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
$PR_p$	۳	۳	۳	۳	۲	۱	۱	۲
$ST_p$	۲	۲	۲	۰	۰	۰	۱	۰
$FT_p$	۵	۵	۳	۳	۲	۱	۲	۲

با توجه به نتایج به دست آمده، مدت زمان انجام پروژه سوم از ۳ واحد زمانی به ۱ واحد زمانی کاهش یافته است. این کاهش قابل توجه در زمان اجرای پروژه سوم، ناشی از مشابهت میان پروژه سوم و پروژه پنجم و همچنین تخصیص هر دو پروژه به یک تیم کاری مشترک است.

در مجموع، ارزیابی‌های انجام شده نشان داد که مدل پیشنهادی در سناریوهای مختلف، شامل حالت پایه بدون احتساب محدودیت‌های عملیاتی (تابع هدف ۲۵،  $C_{max}=5$ )، حالت

با لحاظ زمان‌های شروع متغیر پروژه‌ها (تابع هدف ۲۱،  $C_{max}=7$ )، حالت با در نظر گرفتن زمان‌های آماده‌سازی (تابع هدف ۳۱،  $C_{max}=8$ ) و نهایتاً حالت با اعمال اثر یادگیری (تابع هدف ۲۳،  $C_{max}=5$ )، عملکرد متفاوتی از خود بروز می‌دهد. این تفاوت‌ها عمدتاً به تأثیر زمان‌های شروع متغیر، زمان‌های آماده‌سازی و کاهش زمان پردازش پروژه‌های مشابه (مانند کاهش از ۳ به ۱ واحد زمانی در پروژه سوم) ناشی از اثر یادگیری در تخصیص به تیم کاری مشترک است. این یافته‌ها بر ضرورت یکپارچه‌سازی این متغیرهای کلیدی در مدل‌سازی بهینه‌سازی زمان‌بندی پروژه‌ها تأکید می‌کند.

### روش حل

در مسائل کلاس NP-Hard، به دلیل پیچیدگی بالای فضای جستجو، روش‌های دقیق قادر به یافتن راه‌حل‌های بهینه در زمان معقول نمی‌باشند. این پیچیدگی به گونه‌ای است که برای رسیدن به جواب واقعی، نیاز به زمان‌نمایی یا منابع محاسباتی فراوان وجود دارد، که معمولاً در عمل غیرقابل انجام یا بسیار زمان‌بر است. مسائل NP-Hard به دلیل ماهیت غیرچندجمله‌ای دشواری که دارند، یکی از پیچیده‌ترین و دشوارترین مسائل در حوزه تحقیق در عملیات به شمار می‌روند. مسئله زمان‌بندی پروژه با منابع محدود یکی از این مسائل است که در آن برای حل بهینه، روش‌های فراابتکاری به مراتب کاراتر از راه‌حل‌های دقیق هستند. Blazewicz et al. (۱۹۸۳) اثبات کردند که مسئله زمان‌بندی پروژه با منابع محدود، با هدف کمینه‌سازی زمان تکمیل آخرین فعالیت، در گروه مسائل NP-Hard قرار می‌گیرد. به همین ترتیب، مسئله این پژوهش که توسعه‌ای از مسئله پایه است، نیز جزو مسائل NP-Hard محسوب می‌شود. به دلیل این پیچیدگی، نرم‌افزارهای حل دقیق مانند لینگو ۹ قادر به حل این مسئله در زمان معقول نیستند و برای رسیدن به جواب‌های بهینه، نیاز به پیاده‌سازی الگوریتم‌های فراابتکاری است. در این پژوهش، برای حل این مسئله از الگوریتم ژنتیک برمبنای مرتب‌سازی نامغلوب (NSGA-II) و الگوریتم سیستم ایمنی مصنوعی چند هدفه MOAIS استفاده می‌شود. الگوریتم‌ها در نرم‌افزار MATLAB R2016a پیاده‌سازی شده و الگوریتم در کامپیوتر شخصی با مشخصات 11th Gen Intel(R) Core(TM) i5-1135G7 2.40 GHz با حافظه ۸ گیگابایت اجرا می‌شود.

### الگوریتم ژنتیک بر مبنای مرتب‌سازی نامغلوب (NSGA-II)

الگوریتم NSGA-II، که یکی از برجسته‌ترین و پرکاربردترین روش‌های تکاملی چندهدفه در زمینه بهینه‌سازی به‌شمار می‌رود، اولین بار توسط Deb et al. (۲۰۰۲) معرفی شد. دو عملگر مهم این الگوریتم که به‌طور گسترده‌ای توسط محققان مورد استفاده قرار گرفته‌اند، رتبه‌بندی نامغلوب سریع و فاصله ازدحامی هستند. عملگر رتبه‌بندی جمعیت کروموزوم‌ها را به جبهه‌های مختلفی تقسیم‌بندی می‌کند و عملگر فاصله ازدحامی میزان پراکندگی پاسخ‌ها را روی هر جبهه محاسبه کرده و همچنین باعث حفظ گوناگونی در مسئله می‌شود. الگوریتم NSGA-II کار خود را با مجموعه‌ای از کروموزوم‌ها که به‌عنوان جواب‌های اولیه شناخته می‌شوند، آغاز می‌کند. هر یک از این کروموزوم‌ها دارای مقادیری برای توابع هدف هستند که به آن‌ها مقدار برازش گفته می‌شود. هرچه مقدار برازش بهتر باشد، کروموزوم مربوطه شانس بیشتری برای بقا یا تولید مثل پیدا می‌کند. این کروموزوم‌ها، جمعیت اولیه نام دارند و می‌توانند به طرق مختلف، مانند تولید تصادفی یا استفاده از روش‌های ابتکاری، ایجاد شوند. پس از ایجاد جمعیت اولیه، رتبه‌بندی کروموزوم‌ها بر اساس رتبه‌بندی نامغلوب و فاصله ازدحامی انجام می‌شود. سپس، عملگرهای انتخاب، تقاطع و جهش برای تولید جمعیت فرزندان به‌کار گرفته می‌شوند. در ادامه، جمعیت والدین و فرزندان برای شکل‌گیری جمعیت جدید ترکیب می‌شوند. در نهایت، جمعیت نسل بعدی بر اساس رتبه‌بندی و فاصله ازدحامی ایجاد می‌شود.

### نمایش کروموزوم

اولین گام در به‌کارگیری الگوریتم NSGA-II، کدگذاری و نمایش جواب‌های مسئله به‌صورت یک کروموزوم است. انتخاب ساختار مناسب برای کدگذاری جواب‌ها موجب ساده‌سازی و کاهش زمان محاسباتی عملیات انجام‌شده در طول اجرای الگوریتم می‌شود. قابل‌فهم بودن و تطابق با مسئله از ویژگی‌های یک کروموزوم کارا به‌شمار می‌آیند. نمایش جواب به‌صورت کروموزوم با فرض این‌که ۴ پروژ، ۷ نیروی انسانی (هر کدام دارای چندین مهارت هستند) و ۴ نوع مهارت مختلف، حداکثر به ۳ گروه کاری تخصیص داده شوند، مشابه شکل (۲) است. در این نمایش، در سطر اول هر ژن نشان‌دهنده یک فرد است و ارزش آن ژن نشان‌دهنده تخصیص آن فرد به یک تیم می‌باشد. در سطر دوم هر ژن

نشان‌دهنده یک فرد و ارزش آن ژن نشان‌دهنده نوع مهارت آن فرد است که به تیم تخصیص داده می‌شود. در سطر سوم و چهارم، به ترتیب هر ژن نشان‌دهنده یک پروژه و تخصیص آن پروژه به یک تیم می‌باشد. بر اساس این کروموزوم، فرد اول با مهارت نوع ۲، فرد سوم با مهارت نوع ۱ و فرد پنجم با مهارت نوع ۲ و پروژه‌های دوم و سوم به تیم اول، فرد دوم با مهارت نوع ۳، فرد چهارم با مهارت نوع ۴، فرد ششم با مهارت نوع ۳، فرد هفتم با مهارت نوع ۲ و پروژه‌های یک و چهار به تیم دوم تخصیص داده می‌شوند.

شکل ۲. نمایش جواب به صورت کروموزوم

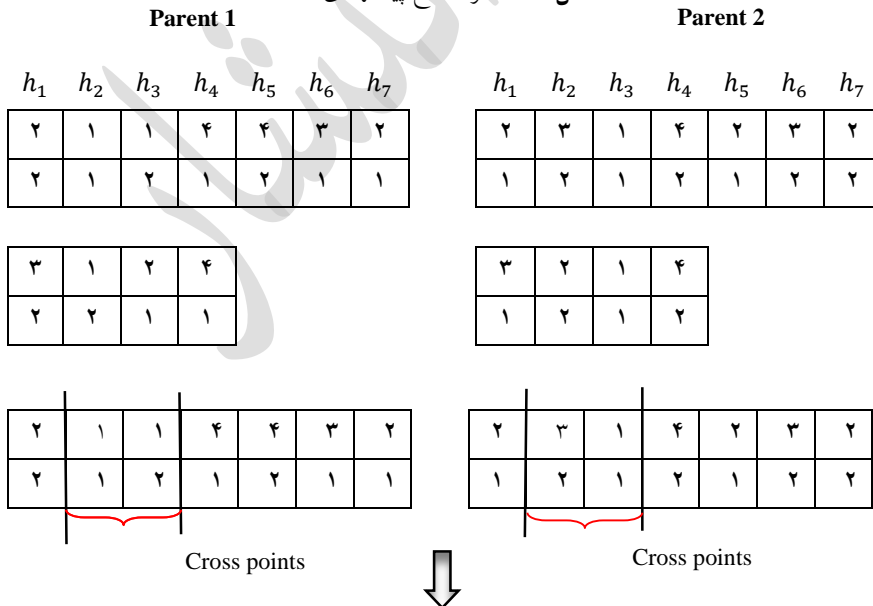
۲	۱	۳	۴			
۲	۱	۱	۲			
۲	۳	۱	۴	۲	۳	۲
۱	۲	۱	۲	۱	۲	۲

### عملگر تقاطع

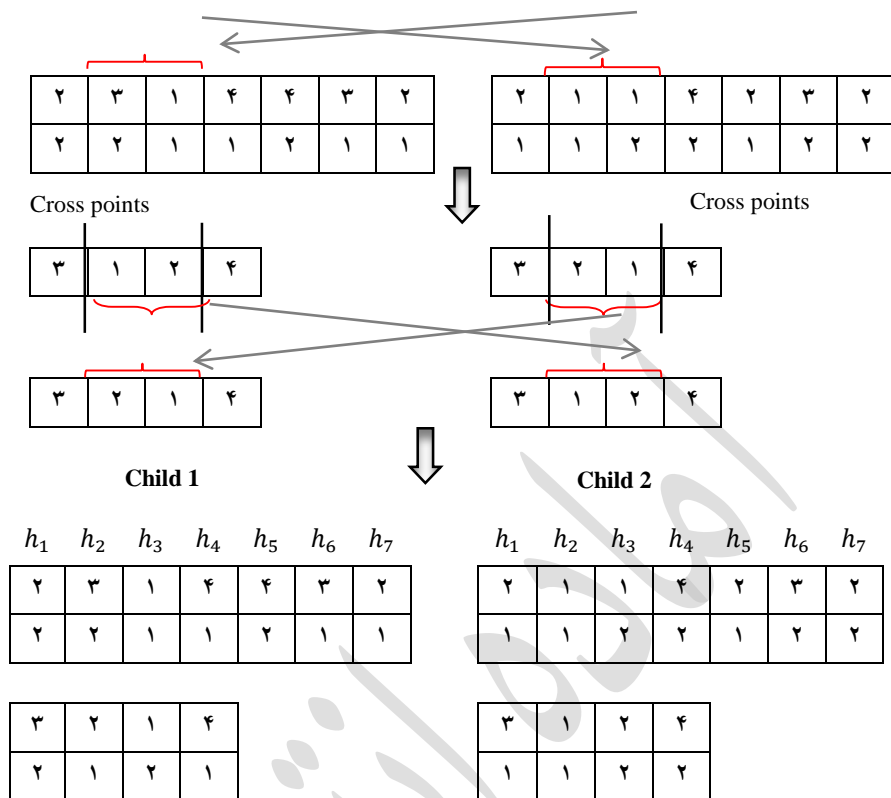
این نوع عملگر بر روی دو کروموزوم اعمال می‌شود و با ترکیب ساختار آن‌ها، یک یا چند کروموزوم جدید به عنوان فرزند تولید می‌نماید. نرخ تقاطع به صورت نسبت تعداد فرزندان تولیدشده در هر نسل به تعداد اعضای جامعه تعریف می‌شود. این نرخ بیانگر تعداد مورد انتظار کروموزوم‌هایی است که توسط این عملگر دچار تغییر می‌شوند. نرخ تقاطع بالاتر اجازه می‌دهد که بخش وسیع‌تری از فضای جواب مورد جستجو قرار بگیرد. با این حال، اگر نرخ تقاطع بسیار بزرگ باشد، ممکن است باعث اتلاف وقت در سرکشی به نواحی نامطمئن فضای جواب شود. عملگر تقاطع استفاده شده در این پژوهش شبیه به عملگر تقاطع دو نقطه‌ای است. مثالی از این نوع عملگر تقاطع در شکل (۳) نمایش داده شده است. در این عملگر، ابتدا دو کروموزوم از طریق استراتژی انتخاب از جمعیت انتخاب می‌شوند. به ترتیب، آنها والد ۱ و والد ۲ نامیده می‌شوند. در گام نخست، بخش اول کروموزوم‌های والد ۱ و والد ۲ در نظر گرفته می‌شود. در این مرحله، می‌بایست دو نقطه برش (غیر یکسان) به صورت تصادفی در بازه‌ی (۱, NH-1) انتخاب شوند. تمامی ژن‌های موجود بین دو نقطه به صورت مستقیم و در همان موقعیت از والد ۱ به فرزند ۲ و از والد ۲ به فرزند ۱ انتقال می‌یابند. عناصری از والدین ۱ و ۲ که در بین دو نقطه برش قرار ندارند، به صورت مستقیم و در همان موقعیت

از والد ۱ به فرزند ۱ و از والد ۲ به فرزند ۲ منتقل می‌شوند. در این مرحله، چون افراد بین گروه‌ها جابه‌جا می‌شوند، این احتمال وجود دارد که بخش دوم والد ۱ یا والد ۲ از وضعیت شدنی به حالت نشدنی تبدیل شود که در این حالت، قبل از ادامه مراحل باید سطر دوم از بخش دوم کروموزوم‌های والد ۱ یا والد ۲ براساس گروه‌بندی جدید اصلاح شوند. پس از اصلاح، در گام بعدی سطر اول از بخش دوم کروموزوم‌های والد ۱ و والد ۲ مد نظر قرار می‌گیرد. مشابه مرحله قبل، می‌بایست دو نقطه برش (غیر یکسان) به صورت تصادفی در بازه‌ی (۱, NP-1) انتخاب شوند. تمامی ژن‌های موجود بین دو نقطه به صورت مستقیم و در همان موقعیت از والد ۱ به فرزند ۲ و از والد ۲ به فرزند ۱ انتقال می‌یابند. عناصری از والدین ۱ و ۲ که در بین دو نقطه برش قرار ندارند و در صورتی که در فرزندان تکرار ژن‌ها را ایجاد نکنند، به‌طور مستقیم و در همان موقعیت‌ها از والد ۱ به فرزند ۱ و از والد ۲ به فرزند ۲ منتقل می‌شوند. سپس ژن‌های خالی باقیمانده در فرزند ۱ و ۲ به صورت متوالی توسط ژن‌های تخصیص داده‌نشده به آن‌ها با توجه به ترتیبی که در والد ۱ و ۲ قرار دارند، به آنها اختصاص داده می‌شوند. اما برای ایجاد هر ژن از سطر دوم مربوط به بخش دوم فرزند ۱ و ۲ گروه مربوط به آن پروژه از والد ۱ به فرزند ۱ و از والد ۲ به فرزند ۲ انتقال می‌یابد.

شکل ۳. عملگر تقاطع پیشنهادی







### عملگر جهش

از آنجایی که الگوریتم ژنتیک از قانون تکاملی پیروی می کند، در این الگوریتم نیز عملگر جهش با احتمال کم اعمال می شود. جهش باعث جستجو در فضاهای دست نخورده مسئله می شود. می توان استنباط کرد که مهم ترین وظیفه جهش اجتناب از همگرایی به بهینه محلی است. در رابطه با این عملگر، مفهومی به نام نرخ جهش وجود دارد. نرخ جهش عبارت است از درصدی از تعداد کروموزوم ها که دچار جهش می شوند. اگر نرخ جهش خیلی کوچک باشد، تعداد زیادی از کروموزوم ها که با ایجاد یک جهش می توانستند مفید باشند، تست نمی شوند و اگر نرخ جهش خیلی بزرگ باشد، یک اختلال تصادفی به وجود می آید که این امر باعث از بین رفتن حافظه تاریخی الگوریتم می شود. عملگرهای مختلف جهش وجود دارند که مهم ترین آن ها عبارت اند از: جابجایی، وارونگی و جاگذاری. عملگر جهشی که در این تحقیق استفاده می شود، شبیه به نوع جابجایی می باشد. مثالی از این نوع عملگر جهش

در شکل (۴) نمایش داده می‌شود. در این عملگر، ابتدا یک کروموزوم به صورت کاملاً تصادفی از جمعیت انتخاب می‌شود. در گام نخست بخش اول کروموزوم، دو نقطه غیر یکسان به صورت تصادفی در بازه‌ی (۱, NH) انتخاب می‌شوند و ژن‌های مربوط به این دو موقعیت جابجا می‌شوند. در این مرحله چون افراد بین گروه‌ها جابجا می‌شوند، این احتمال وجود دارد که بخش دوم کروموزوم از وضعیت شدنی به حالت نشدنی تبدیل گردد که در اینجا قبل از ادامه مراحل باید سطر دوم از بخش دوم بر اساس گروه‌بندی جدید اصلاح گردد. پس از اصلاح، در گام بعدی مشابه مرحله قبل می‌بایست دو نقطه جابجایی غیر یکسان به صورت تصادفی در بازه‌ی (۱, NP) انتخاب شوند. ژن‌های سطر اول و سطر دوم مربوط به این دو موقعیت به صورت یک‌جا جابجا می‌شوند.

شکل ۴. عملگر جهش پیشنهادی

$h_1$	$h_2$	$h_3$	$h_4$	$h_5$	$h_6$	$h_7$
۲	۳	۱	۴	۲	۳	۲
۳	۳	۱	۱	۳	۱	۱

۲	۴	۳	۱
۱	۱	۳	۳

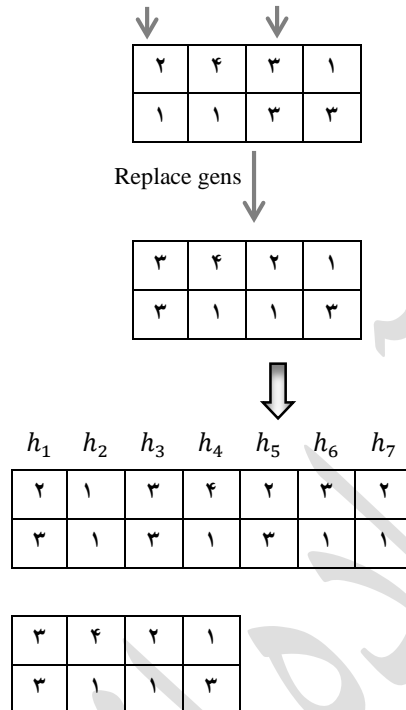
Mutation points

۲	۳	۱	۴	۲	۳	۲
۳	۳	۱	۱	۳	۱	۱

Replace gens

۲	۱	۳	۴	۲	۳	۲
۳	۱	۳	۱	۳	۱	۱

Mutation points



### الگوریتم سیستم ایمنی مصنوعی چند هدفه MOAIS

الگوریتم سیستم ایمنی مصنوعی یکی از الگوریتم‌های فراابتکاری پرکاربرد برای حل مسائل پیچیده، به خصوص در حوزه مسائل گسسته از جمله مسائل زمان بندی و مکان یابی است. الگوریتم سیستم ایمنی مصنوعی چندهدفه تا حد زیادی مشابه الگوریتم ژنتیک می باشد، با این تفاوت اساسی که فرآیند انتخاب در الگوریتم ژنتیک به صورت تصادفی رخ می دهد، به گونه ای که حتی پاسخ هایی که از برازندگی بسیار کمی نیز برخوردارند، ممکن است در نسل بعد حضور یابند و حال آن که بهترین پاسخ ها ممکن است حذف شوند. لازم به ذکر است که در الگوریتم ژنتیک، پاسخ های مطلوب تر شانس حضور بیشتری دارند. اما در الگوریتم ایمنی، انتخاب به صورت هوشمندانه انجام می شود و پاسخ های با برازندگی بالا مستقیماً وارد نسل بعد می شوند و در جهت ساختن پاسخ هایی با مطلوبیت بالاتر دستخوش تغییرات می شوند. این الگوریتم همانند الگوریتم NSGA-II از دو عملگر مهم رتبه بندی نامغلوب سریع و فاصله ازدحامی نیز بهره می برد. در شروع الگوریتم، یک جمعیت اولیه  $p_0$

به اندازه  $N$  به صورت تصادفی ایجاد می‌شود که جمعیت آنتی‌بادی‌ها را تشکیل می‌دهند. تمام اعضای  $p_0$  با استفاده از الگوریتم رتبه‌بندی نامغلوب و رویه فاصله ازدحامی مرتب می‌شوند. در ادامه تعدادی از آنتی‌بادی‌های برتر به اندازه  $N_c$  جهت تکثیر انتخاب می‌شوند و جمعیت تکثیرشدگان را تشکیل می‌دهند. در ادامه هر یک از اعضای این جمعیت مورد جهش قرار می‌گیرند و جمعیت فرزندان  $Q_0$  را ایجاد می‌کنند. جمعیت فرزندان نیز با استفاده از الگوریتم رتبه‌بندی نامغلوب و رویه فاصله ازدحامی مرتب می‌شوند. در ادامه به اندازه  $N_c$  از جمعیت برتر فرزندان جایگزین  $N_c$  از جمعیت اولیه که دارای پایین‌ترین رتبه هستند می‌شوند. این فرآیند با رتبه‌بندی جمعیت ترکیبی و ایجاد لبه‌های مختلفی که هر کدام شامل تعدادی حل نامغلوب هستند و همچنین محاسبه فاصله ازدحامی حل‌های موجود در هر لبه ادامه می‌یابد. نسل بعدی آنتی‌بادی‌ها به اندازه  $N$  از طریق انتخاب بهترین‌های نسل قبل بر اساس رتبه و فاصله ازدحامی آن‌ها تشکیل می‌شود. لازم به ذکر است که نمایش آنتی‌بادی ایجاد شده همانند نمایش کروموزوم در الگوریتم ژنتیک است.

### عملگر جهش

در این پژوهش از دو نوع فرآیند جهش بهره‌برده شده است. اولی که همان فرآیند جهش بکارگیری شده در الگوریتم NSGA-II است و دومی<sup>۱</sup> الگوریتم تکرار حریصانه<sup>۲</sup> می‌باشد. در این الگوریتم، در مرحله تخریب تعداد ثابتی از اجزای یک راه‌حل نامزد حذف می‌شود و سپس یک راه‌حل جزئی به دست می‌آید. در فاز ساخت، اجزای حذف‌شده مجدداً به صورت متوالی به راه‌حل جزئی وارد می‌شوند تا زمانی که یک راه‌حل کامل بازسازی شود. مکانیسم جهش پیشنهادی بر اساس مفهوم تخریب و ساخت به این شرح می‌باشد: در گام نخست بخش اول آنتی‌بادی مربوطه در نظر گرفته می‌شود. در این مرحله سه نقطه غیر یکسان به صورت تصادفی در بازه‌ی  $(1, NH)$  انتخاب می‌شوند و ژن‌های مربوط به این سه موقعیت از راه‌حل حذف می‌شوند. در ادامه یک راه‌حل جزئی و بخش حذف‌شده بدست می‌آید. مجدداً سه نقطه غیر یکسان به صورت تصادفی در بازه‌ی  $(1, NH - 3)$  انتخاب می‌شوند و در ادامه بر اساس نقاط بدست آمده اجزای حذف‌شده به راه‌حل جزئی اضافه می‌شوند. در این مرحله چون افراد بین گروه‌ها جابجا می‌شوند این احتمال وجود دارد که

<sup>1</sup> Destruction and Construction

<sup>2</sup> Iterated Greedy Algorithm

بخش دوم کروموزوم از وضعیت شدنی به حالت نشدی تبدیل شود که در اینجا قبل از ادامه مراحل می‌بایست سطر دوم از بخش دوم بر اساس گروه‌بندی جدید اصلاح شود. پس از اصلاح، در گام بعدی برای بخش دوم آنتی‌بادی، مشابه مرحله قبل، باید سه نقطه حذف غیر یکسان به صورت تصادفی در بازه‌ی (1, NP) انتخاب شوند. اجزای منتخب حذف و در گام بعدی به راه‌حل جزئی اضافه می‌شوند. مثالی از جهش پیشنهادی در شکل (۵) نمایش داده شده است. نکته قابل توجه این است که برای مسائل با ابعاد بزرگ، جهت ایجاد تغییرات بیشتر در راه‌حل، به جای سه نقطه از پنج نقطه استفاده می‌شود.

شکل ۵. عملگر جهش تخریب و ساخت پیشنهادی

$h_1$	$h_2$	$h_3$	$h_4$	$h_5$	$h_6$	$h_7$
۱	۳	۳	۴	۱	۲	۲
۳	۳	۱	۲	۳	۲	۱

۲	۴	۳	۱	۵	۶
۱	۱	۳	۳	۲	۲

Omitted points ↓

۱	۳	۳	۴	۱	۲	۲
۳	۳	۱	۲	۳	۲	۱

Partial solution

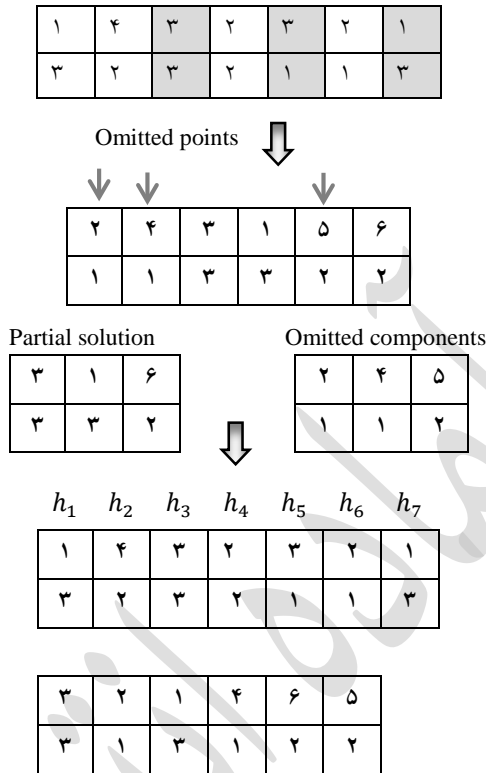
۱	۴	۲	۲
۳	۲	۲	۱

Omitted components

۳	۳	۱
۳	۱	۳

Insert points ↓

۱	۴	۲	۲
۳	۲	۲	۱



### تنظیم پارامترها

تنظیم پارامتر نقش مهمی در کارایی الگوریتم‌های فراابتکاری ایفا می‌کند. بنابراین، تعیین پارامترهای مناسب برای این الگوریتم‌ها یک گام مهم در تدوین آن‌ها محسوب می‌شود. به همین منظور، معمولاً مجموعه‌ای از آزمایش‌های کالیبراسیون برای یافتن ترکیب بهینه مقادیر مختلف پارامترهای کنترل‌کننده الگوریتم انجام می‌شود. با توجه به اینکه با افزایش تعداد سطوح آزمایش و تعداد عوامل، زمان و هزینه انجام آزمایش‌ها به صورت نمایی افزایش می‌یابد، برای کاهش تعداد آزمایش‌ها از روش Taguchi (۱۹۸۶) استفاده می‌شود. این روش دسته‌ای از آزمایشات عاملی کسری را معرفی کرده است که به طور قابل توجهی تعداد آزمایشات مورد نیاز را کاهش داده و در عین حال اطلاعات لازم را حفظ می‌کند. با انجام

آزمایش‌های متنوع محدوده موثر پارامترهای کنترلی الگوریتم NSGA-II و MOAIS در جدول (۱۳) نمایش داده می‌شود.

جدول ۱۳. پارامترهای کنترلی و سطوح آنها

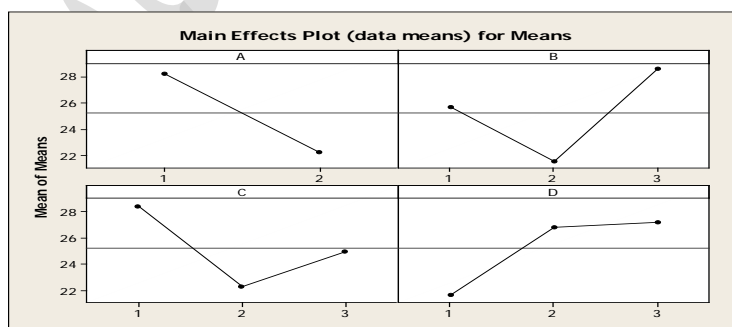
NSGA-II		
Parameters	Symbol	Level
MaxIt	A	100 – 200
$N_{pop}$	B	50 – 100 – 150
$C_r$	C	0.6 – 0.7 – 0.8
$M_r$	D	0.3 – 0.4 – 0.5

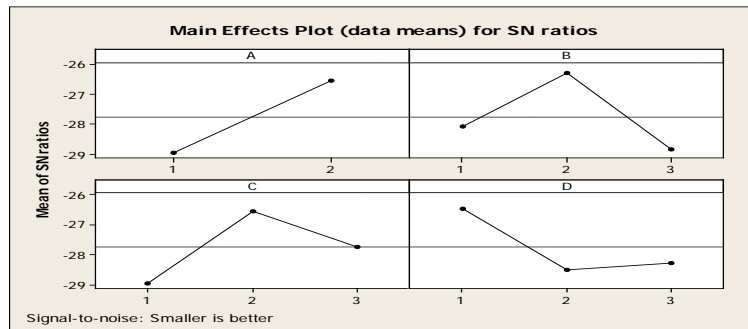
MOAIS		
Parameters	Symbol	Level
MaxIt	A	100 – 200
$N_{pop}$	B	10 – 150 – 200
$N_c$	B	20 – 50 – 80
$P_m$	C	[0.2 0.8] – [0.4 0.6] – [0.3 0.7]

با توجه به شکل‌های (۶) و (۷) ترکیب بهینه پارامترهای الگوریتم NSGA-II بدست می‌آید که فاکتور تعداد تکرار (MaxIt) در سطح دوم خود یعنی ۲۰۰، فاکتور اندازه جمعیت اولیه ( $N_{pop}$ ) در سطح دوم خود یعنی ۱۰۰، فاکتور نرخ تقاطع ( $C_r$ ) در سطح دوم خود یعنی ۰/۷ و فاکتور نرخ جهش ( $M_r$ ) در سطح اول خود یعنی ۰/۳ میانگین پاسخ‌ها و نسبت‌های SN را بهینه می‌کنند.

شکل ۶. پاسخ میانگین‌ها برای الگوریتم NSGA-II

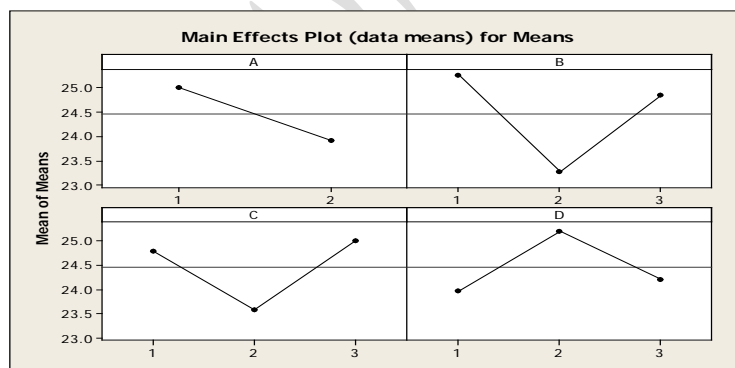


شکل ۷. پاسخ SN برای الگوریتم NSGA-II



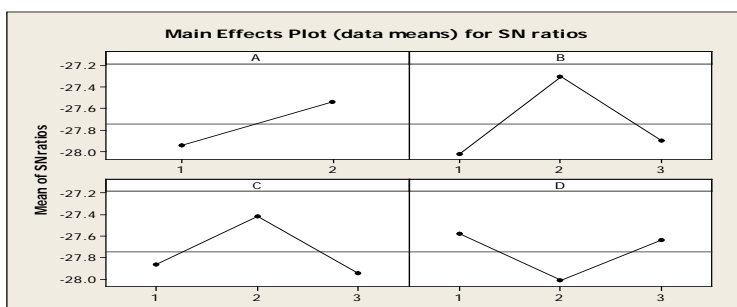
با توجه به شکل‌های (۸) و (۹) ترکیب بهینه پارامترهای الگوریتم MOAIS بدست می‌آید که فاکتور تعداد تکرار (MaxIt) در سطح دوم خود یعنی ۲۰۰، فاکتور اندازه جمعیت اولیه ( $N_{pop}$ ) در سطح دوم خود یعنی ۱۵۰، تعداد آنتی‌بادی‌های برتر که جهت تکثیر انتخاب می‌شوند ( $N_c$ ) در سطح دوم خود یعنی ۵۰ و فاکتور ترکیب احتمال انتخاب نوع جهش ( $P_m$ ) در سطح اول خود میانگین پاسخ‌ها و نسبت‌های SN را بهینه می‌کنند.

شکل ۸. پاسخ میانگین‌ها برای الگوریتم MOAIS





شکل ۹. پاسخ SN برای الگوریتم MOAIS



### ارزیابی عملکرد الگوریتم‌های چند هدفه

برای ارزیابی کیفیت و پراکندگی الگوریتم‌های فراابتکاری چند هدفه به دلیل وجود جواب‌هایی که اولویتی با هم ندارند، شاخص‌های متعددی وجود دارد که با شاخص‌های مقایسه برای الگوریتم‌های تک هدفه متفاوت است که در این پژوهش از شاخص‌هایی که در ادامه بررسی می‌شوند، استفاده می‌گردد.

۱- تعداد پاسخ‌های پارتو<sup>۱</sup> این معیار تعداد حل‌های نامغلوبی که در هر اجرا یک الگوریتم بدست می‌آورد را محاسبه می‌کند. با توجه به این معیار هر چه تعداد حل‌های نامغلوب بیشتر باشد، الگوریتم عملکرد بهتری را از خود نشان می‌دهد.

۲- فاصله از نقطه ایده آل<sup>۲</sup>: این معیار از میزان نزدیکی مجموعه پارتو بدست آمده توسط الگوریتم را به لبه پارتو بهینه محاسبه می‌کند. از آنجایی که دستیابی به لبه پارتو بهینه برای بسیاری از مسائل امکان پذیر نمی‌باشد، از این رو فاصله بین نقاط پارتو و نقطه ایده آل که (۰،۰) است را محاسبه می‌کنند. این معیار از طریق روابط زیر محاسبه می‌شود. که در رابطه (۳۰)،  $n$  تعداد حل‌های نامغلوب بدست آمده می‌باشد. با توجه به معیار فاصله از نقطه ایده آل هر چه مقدار MID الگوریتمی بیشتر باشد نشانگر آن است که آن الگوریتم نسبت به لبه پارتو بهینه فاصله بیشتری دارد. هر چه این معیار کمتر باشد کارایی الگوریتم بیشتر خواهد بود.

$$MID = \frac{\sum_{i=1}^n \sqrt{f_{1i}^2 + f_{2i}^2 + \dots}}{n} \quad (30)$$

<sup>1</sup> Number of Pareto Solutions (NPS)

<sup>2</sup> Mean Ideal Distance (MID)

۳- معیار گوناگونی<sup>۱</sup>: این معیار تنوع حل‌های نامغلوب ارائه شده توسط یک الگوریتم را مشخص می‌کند. هر الگوریتمی که مقدار بیشتری از معیار را داشته باشد قابلیت بیشتری هم دارد. این معیار توسط رابطه (۳۱) محاسبه می‌شود:

$$DM = \sqrt{(\max f_{1i} - \min f_{1i})^2 + (\max f_{2i} - \min f_{2i})^2} \quad (31)$$

۴- پراکندگی حل‌های نامغلوب<sup>۲</sup>: این معیار میزان پراکندگی بین پاسخ‌های موجود در مجموعه حل‌های نامغلوب بدست آمده توسط الگوریتم را محاسبه می‌کند. این معیار توسط رابطه (۳۲) محاسبه می‌شود:

$$SNS = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (MID - c_i)^2}{n - 1}} \quad (32)$$

#### ۴. تحلیل داده‌ها و یافته‌های پژوهش

در این بخش به جهت انجام ارزیابی عملکرد الگوریتم‌های چند هدفه در این پژوهش ۲۰ مسئله آزمایشی در مقیاس‌های مختلف شامل ۱۰ مسئله در ابعاد کوچک تا متوسط و ۱۰ مسئله در ابعاد بزرگ تولید شده است. مشخصات مسائل آزمایشی تولید شده در جدول (۱۴) ارائه می‌گردد. الگوریتم‌ها در نرم‌افزار MATLAB R2016a پیاده‌سازی شده و الگوریتم در کامپیوتر شخصی با مشخصات 11th Gen Intel(R) Core(TM) i5-1135G7 2.40 GHz با حافظه ۸ گیگابایت اجرا شده و میانگین معیارهای مقایسه‌ای گزارش داده می‌شود.

جدول ۱۴. مشخصات مسائل آزمایشی

شماره مسئله	پروژه	نیروی انسانی	مهارت	حداکثر گروه کاری	ظرفیت گروه هزینه	تشکیل گروه	نوع یادگیری
۱	۶	۶	۴	۲	۲	۶۰	۰/۲
۲	۶	۶	۴	۳	۴	۸۰	۰/۱۵
۳	۸	۸	۴	۳	۴	۷۰	۰/۳

<sup>1</sup> Diversity Metric (DM)

<sup>2</sup> Spread of Non-dominance Solution (SNS)

۰/۱	۶۰	۵	۴	۵	۱۰	۸	۴
۰/۳	۹۰	۶	۴	۵	۱۲	۱۰	۵
۰/۲	۶۰	۷	۵	۵	۱۲	۱۰	۶
۰/۱	۵۰	۷	۵	۶	۱۵	۱۲	۷
۰/۱	۵۰	۷	۵	۶	۱۵	۱۵	۸
۰/۱۵	۸۰	۸	۶	۶	۱۸	۱۵	۹
۰/۱۵	۸۰	۸	۶	۶	۱۸	۱۸	۱۰
۰/۳	۵۰	۷	۶	۵	۲۰	۲۰	۱۱
۰/۲	۸۰	۵	۷	۵	۲۵	۲۰	۱۲
۰/۱۵	۶۰	۸	۷	۷	۲۵	۲۰	۱۳
۰/۲	۹۰	۹	۷	۷	۳۰	۲۵	۱۴
۰/۳	۶۰	۶	۸	۷	۳۰	۲۵	۱۵
۰/۱	۹۰	۷	۸	۸	۳۰	۲۵	۱۶
۰/۳	۵۰	۷	۸	۸	۳۵	۳۰	۱۷
۰/۳	۵۰	۷	۹	۸	۴۰	۳۰	۱۸
۰/۲۵	۶۰	۸	۹	۸	۴۵	۳۰	۱۹
۰/۲۵	۶۰	۸	۱۰	۸	۵۰	۴۰	۲۰

در جدول (۱۵) نتایج حاصل از اجرای الگوریتم‌ها برای مسائلی با ابعاد کوچک تا متوسط گزارش شده است. به منظور تحلیل و مقایسه دقیق عملکرد الگوریتم‌ها بر مبنای مقادیر بدست آمده در جدول (۱۵)، از نمودار کمترین تفاوت معنی‌دار<sup>۱</sup> در سطح اطمینان ۹۵٪ برای هر معیار سنجش عملکرد استفاده می‌گردد. همان‌طور که می‌دانید در نمودار LSD همپوشانی فواصل اطمینان برای دو الگوریتم بیان‌کننده این است که دو الگوریتم از نظر عملکردی اختلاف معناداری ندارند. برای معیار NPS همان‌طور که در شکل (۱۰) مشخص است الگوریتم NSGA-II به‌طور معناداری عملکرد بهتری نسبت به الگوریتم MOAIS دارد و در سایر معیارها با توجه به نمودارهای بدست آمده دو الگوریتم از نظر عملکردی اختلاف

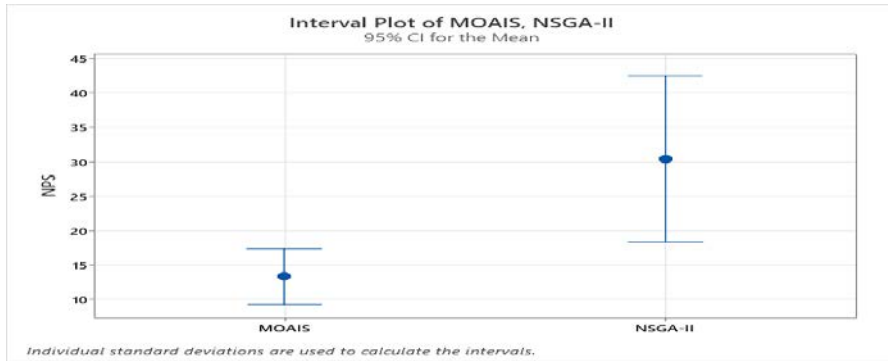
<sup>1</sup> Least Significant Difference (LSD)

معناداری ندارند ولی در مجموع الگوریتم NSGA-II عملکرد بهتری نسبت به الگوریتم MOAIS دارد.

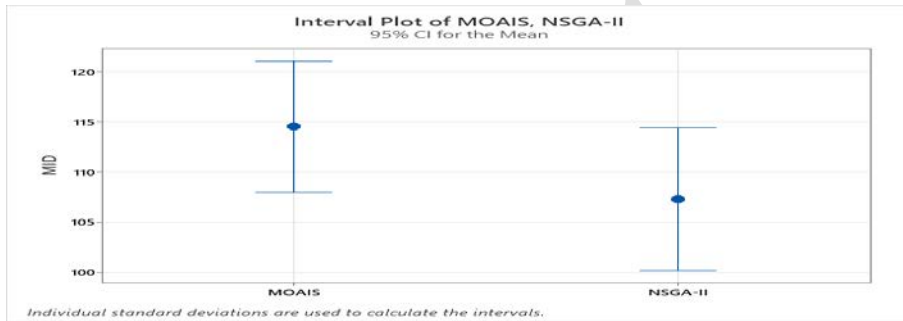
جدول ۱۵. نتایج محاسباتی مسائل آزمایشی با ابعاد کوچک تا متوسط

No.	NPS		MID		DM		SNS	
	MOAIS	NSGA-II	MOAIS	NSGA-II	MOAIS	NSGA-II	MOAIS	NSGA-II
۱	۴	۵	۱۳۳/۷	۱۲۹/۸۳	۱۵	۲۱/۷۷	۲/۵۶	۲/۲۶
۲	۷	۷	۱۱۴/۸۷	۱۱۶/۸۷	۳۵/۱۴	۴۹	۵/۰۷	۵/۰۷
۳	۱۳	۱۴	۱۰۳/۶۲	۱۰۴/۰۷	۵۷/۰۱	۷۱/۵۵	۹/۳۳	۵/۶۸
۴	۱۲	۲۹	۱۱۰/۷۵	۱۰۳/۰۲	۵۰/۱۲	۷۱/۰۱	۵/۶۸	۵/۶۷
۵	۲۴	۳۹	۱۰۶/۴۷	۱۰۵	۵۶/۱۲	۵۷/۵۱	۵/۳۲	۵/۳
۶	۱۲	۴۷	۱۱۶/۲۳	۱۰۶	۳۶	۶۱/۸۶	۸/۳۶	۶/۰۷
۷	۱۴	۴۳	۱۲۰/۵۲	۱۰۵/۶۲	۳۳/۱۶	۶۱/۹۱	۳/۶۹	۶
۸	۱۲	۲۶	۱۲۱/۳۵	۱۰۶/۴۵	۳۲/۴۲	۵۶/۴۶	۳/۷۱	۵/۶۸
۹	۱۷	۴۸	۱۰۴/۶۰	۱۰۳/۷۹	۴۰/۵۵	۶۰/۲۹	۳/۷۳	۵/۷۹
۱۰	۱۹	۴۶	۱۱۳	۹۲	۶۷/۶۵	۷۲/۹	۶	۷/۹۰

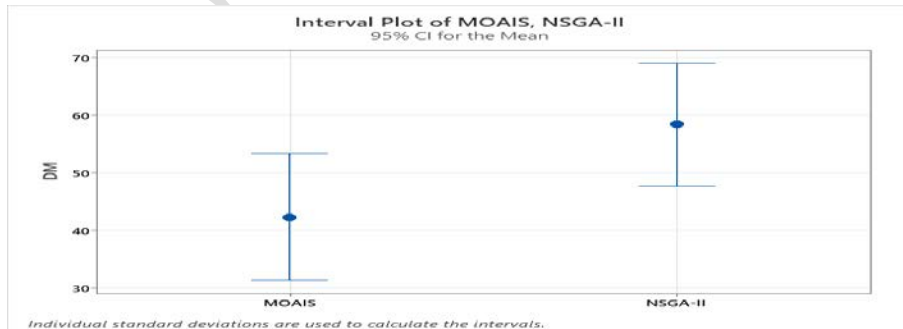
شکل ۱۰. نمودار LSD با سطح اطمینان ۹۵٪ برای شاخص NPS برای مسائل با ابعاد کوچک تا متوسط



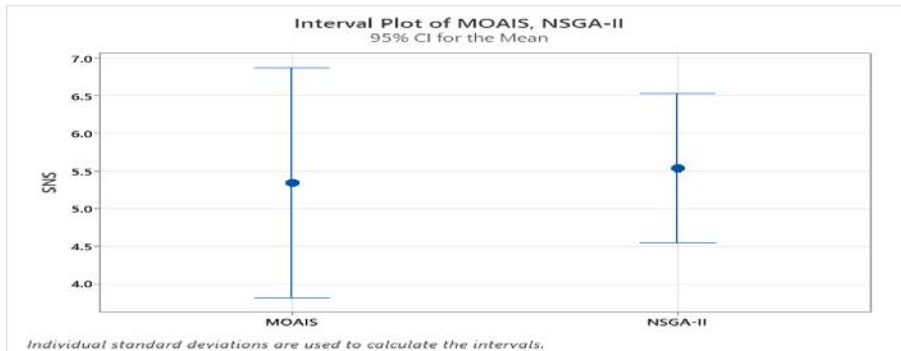
شکل ۱۱. نمودار LSD با سطح اطمینان ۹۵٪ برای شاخص MID برای مسائل با ابعاد کوچک تا متوسط



شکل ۱۲. نمودار LSD با سطح اطمینان ۹۵٪ برای شاخص DM برای مسائل با ابعاد کوچک تا متوسط



شکل ۱۳. نمودار LSD با سطح اطمینان ۹۵٪ برای شاخص SNS برای مسائل با ابعاد کوچک تا متوسط



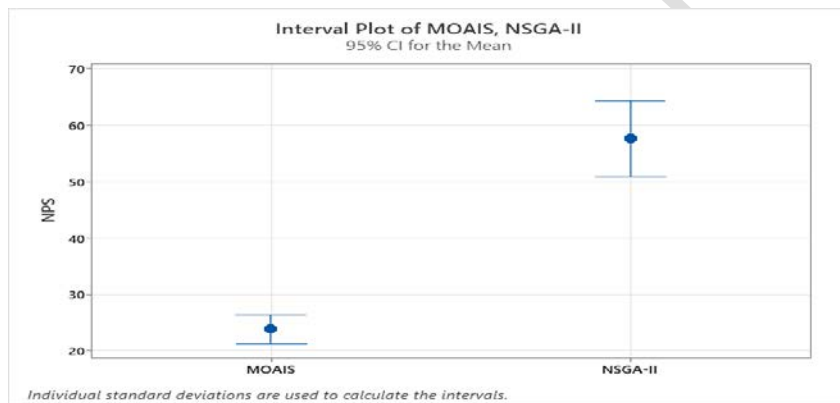
در جدول ۱۶ نتایج حاصل از اجرای الگوریتم‌ها برای مسائلی با ابعاد بزرگ گزارش شده است. به منظور تحلیل و مقایسه دقیق عملکرد الگوریتم‌ها بر مبنای مقادیر بدست آمده در جدول (۱۶)، از نمودار LSD در سطح اطمینان ۹۵٪ برای هر معیار سنجش عملکرد استفاده می‌گردد. برای معیارهای سنجش عملکرد همان‌طور که در شکل‌های (۱۴) الی (۱۷) مشخص است. الگوریتم NSGA-II به‌طور معناداری عملکرد بهتری نسبت به الگوریتم MOAIS دارد و توانایی یافتن پاسخ‌های مناسب در یک زمان قابل قبول را خواهد داشت.

جدول ۱۶. نتایج محاسباتی مسائل آزمایشی با ابعاد بزرگ

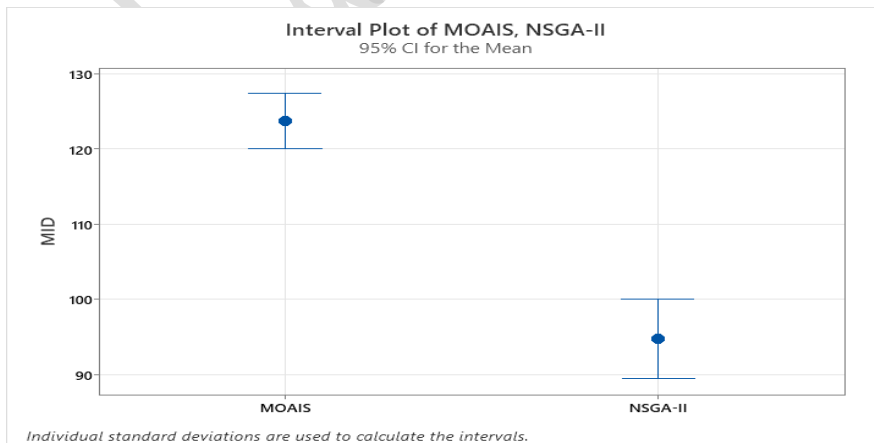
No.	NPS		MID		DM		SNS	
	MOAIS	NSGA-II	MOAIS	NSGA-II	MOAIS	NSGA-II	MOAIS	NSGA-II
۱۱	۲۳	۷۱	۱۱۶/۲۶	۸۶/۹۷	۳۶/۶۴	۸۳/۱۰	۵/۱۷	۷/۶۳
۱۲	۲۹	۵۲	۱۲۳/۱۲	۸۳/۹۶	۲۹/۱۲	۹۰/۳۲	۳/۱۲	۱۱/۷۳
۱۳	۱۸	۴۶	۱۲۵/۲۹	۹۷/۳۸	۲۵/۰۷	۷۰/۶۳	۴/۰۶	۷/۱۸
۱۴	۲۵	۴۳	۱۲۵/۰۷	۸۹/۵۶	۲۶/۸۵	۷۲/۵۳	۲/۶۷	۷/۳۳
۱۵	۲۰	۵۶	۱۱۷/۹۴	۹۴/۰۴	۳۹/۷۶	۶۹	۵/۵۵	۶/۷۸

۱۶	۲۸	۶۰	۱۲۱/۶۱	۹۶/۸۲	۳۳/۸۳	۷۳/۶۵	۳/۵۴	۶/۵۵
۱۷	۲۶	۵۸	۱۱۹/۶۸	۹۵/۴۶	۳۴/۴۶	۸۹/۸۸	۴/۲۳	۹/۲۹
۱۸	۲۶	۶۶	۱۲۶/۴۱	۱۰۴/۳۳	۲۳/۷۰	۶۳/۷۶	۲/۲۵	۵/۰۷
۱۹	۲۴	۶۹	۱۲۹/۱۲	۹۳/۲۵	۲۵/۱۵	۷۸/۰۲	۳/۹۹	۹/۴۹
۲۰	۲۰	۵۴	۱۳۲/۷۹	۱۰۷/۴۳	۴۸/۳	۶۱/۰۱	۴	۴/۴۴

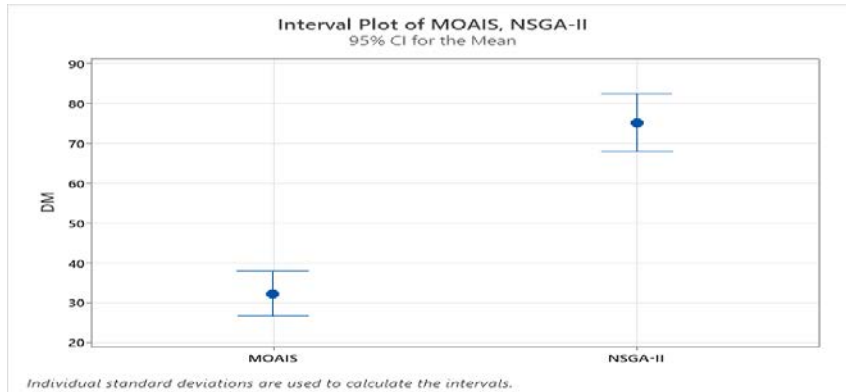
شکل ۱۴. نمودار LSD با سطح اطمینان ۹۵٪ برای شاخص NPS برای مسائل با ابعاد بزرگ



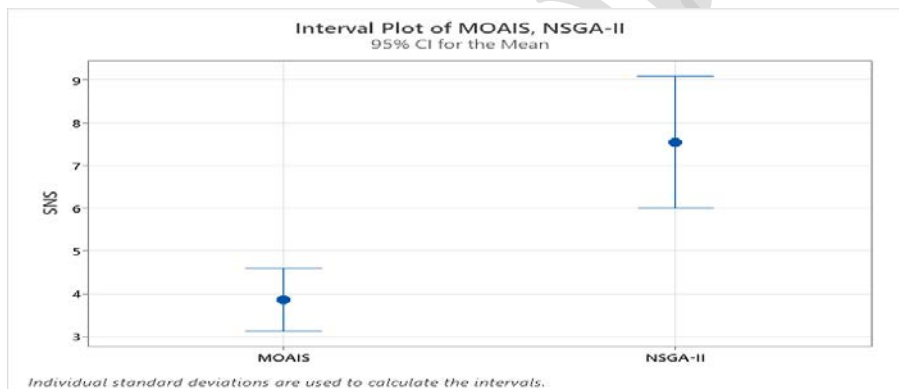
شکل ۱۵. نمودار LSD با سطح اطمینان ۹۵٪ برای شاخص MID برای مسائل با ابعاد بزرگ



شکل ۱۶. نمودار LSD با سطح اطمینان ۹۵٪ برای شاخص DM برای مسائل با ابعاد بزرگ



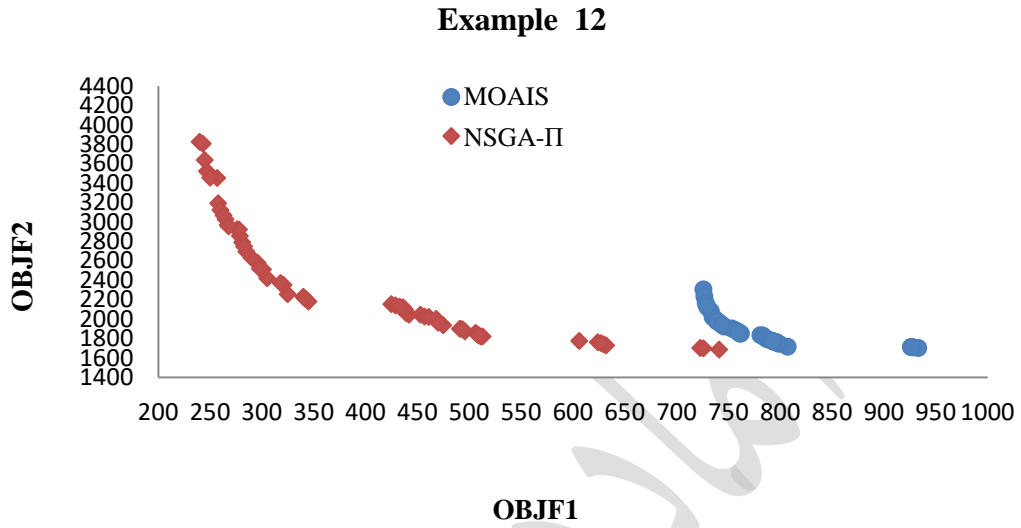
شکل ۱۷. نمودار LSD با سطح اطمینان ۹۵٪ برای شاخص SNS برای مسائل با ابعاد بزرگ



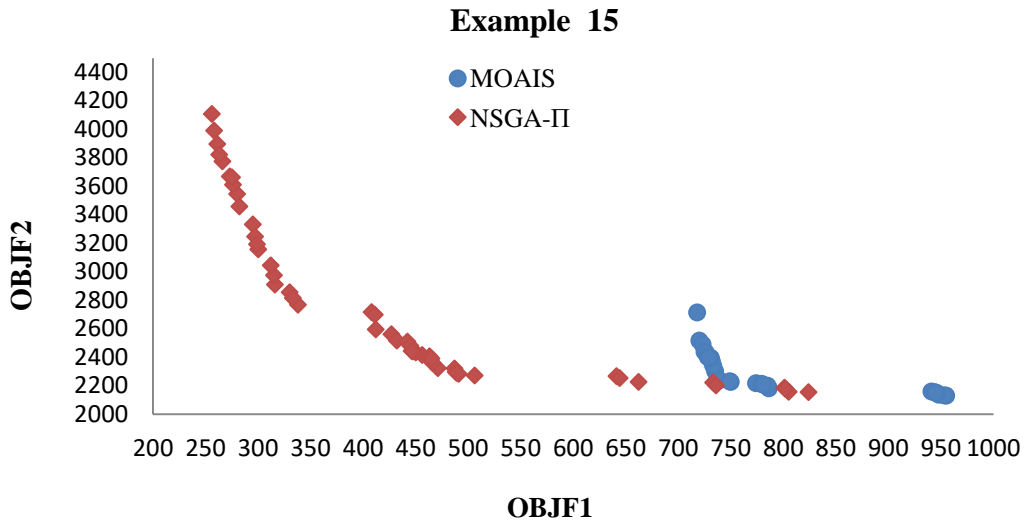
در ادامه به منظور مقایسه دقیق تر عملکرد الگوریتم‌های پیشنهادی و نمایش نحوه رفتار الگوریتم‌ها در یافتن پاسخ‌های نامغلوب به ترتیب در شکل‌های (۱۸) و (۱۹) بهترین لبه‌های پاسخ یافت شده توسط الگوریتم‌ها برای مثال‌های ۱۲ و ۱۵ نمایش داده شده است. در هر دو نمودار کاملاً نمایان است الگوریتم NSGA-II توانسته لبه‌های پاسخ به مراتب با کیفیت بهتری هم از نظر پراکندگی و هم از نظر نزدیکی به نقطه بهینه را یافت نماید اما در مقابل کامل مشهود است که تمرکز پاسخ‌های یافت شده توسط الگوریتم MOAIS به منطقه‌ای از فضای جواب محدود بوده و الگوریتم از یافتن پاسخی با پراکندگی مناسب ناتوان بوده است.



شکل ۱۸. نمایش پاسخ‌های یافت شده توسط الگوریتم‌ها برای مثال شماره ۱۲



شکل ۱۹. نمایش پاسخ‌های یافت شده توسط الگوریتم‌ها برای مثال شماره ۱۵



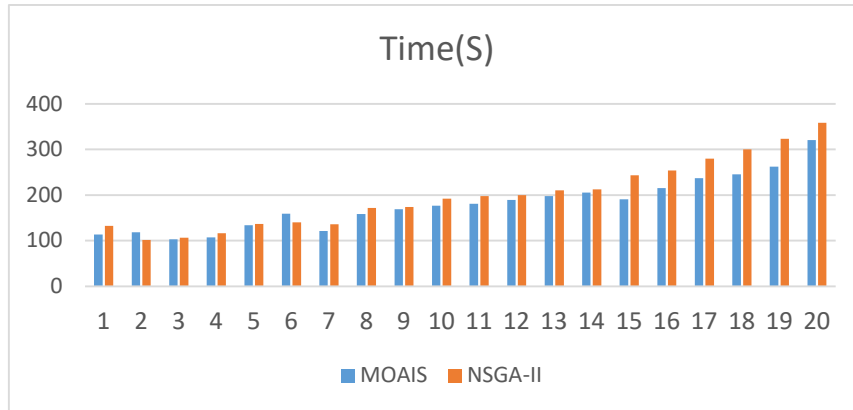
### مقایسه زمان محاسباتی الگوریتم‌ها برای مسائل آزمایشی

زمان محاسباتی (برحسب ثانیه) مورد نیاز الگوریتم‌ها برای مسائل آزمایشی در جدول (۱۷) و شکل (۲۰) گزارش شده است. همان‌طور که از مقادیر گزارش شده مشخص است الگوریتم NSGA-II نیاز به زمان محاسباتی بیشتری دارد ولی این اختلاف، مقدار قابل توجهی نبوده است.

جدول ۱۷. زمان محاسباتی الگوریتم‌ها برای مسائل آزمایشی

No.	Time(S)		No.	Time(S)	
	MOAIS	NSGA-II		MOAIS	NSGA-II
۱	۱۱۳/۶	۱۳۲/۳	۱۱	۱۸۰/۷۸	۱۹۸/۱۱
۲	۱۱۸/۷۵	۱۰۱/۳۷	۱۲	۱۸۹/۲۲	۲۰۰/۱۳
۳	۱۰۲/۸۸	۱۰۶/۷۳	۱۳	۱۹۷/۸۷	۲۱۰/۲۱
۴	۱۰۷/۲۶	۱۱۶/۶۳	۱۴	۲۰۵/۳۲	۲۱۲/۲۷
۵	۱۳۳/۹۲	۱۳۶/۸۷	۱۵	۱۹۰/۵۲	۲۴۳/۱۵
۶	۱۵۸/۸۶	۱۳۹/۹۵	۱۶	۲۱۵/۵۳	۲۵۴/۲۳
۷	۱۲۱/۶۳	۱۳۶/۲۸	۱۷	۲۳۷/۳۲	۲۷۹/۷
۸	۱۵۸/۳۸	۱۷۱/۷۸	۱۸	۲۴۵/۶۴	۳۰۰/۴۳
۹	۱۶۹/۰۸	۱۷۳/۷۱	۱۹	۲۶۲/۵۳	۳۲۳/۴۲
۱۰	۱۷۶/۹۷	۱۹۲/۳۶	۲۰	۳۲۰/۶۴	۳۵۸/۸۱
میانگین	۱۲۵/۸۵	۱۴۰/۷۹	میانگین	۲۲۴/۵۴	۲۵۸

شکل ۲۰. نمودار زمان محاسباتی الگوریتم‌ها



بنابراین نتایج ارزیابی عملکرد الگوریتم‌های چندهدفه در این پژوهش به وضوح نشان داد که الگوریتم NSGA-II در مقایسه با الگوریتم MOAIS عملکرد بهتری از خود نشان داده است. این برتری به ویژه در معیارهای تعداد پاسخ‌های پارتو (NPS)، فاصله از نقطه ایده‌آل (MID)، معیار گوناگونی (DM) و پراکندگی پاسخ‌ها (SNS) مشهود است. الگوریتم NSGA-II توانست راه‌حل‌های بهینه‌تری را با پراکندگی و تنوع مناسب‌تر ارائه دهد و موفق به پیدا کردن تعداد بیشتری از پاسخ‌های بهینه در فضای جستجو شود که نشان‌دهنده توانایی بالاتر آن در یافتن نقاط بهینه در فضای چندهدفه است. همچنین، این الگوریتم توانست فاصله کمتری از نقطه ایده‌آل (۰،۰) ایجاد کند که به معنای نزدیکی بیشتر به لبه بهینه پارتو است. از سوی دیگر، MOAIS که یک الگوریتم نخبه‌محور است، به دلیل تمرکز خود بر روی پاسخ‌های برتر و عدم جستجو در فضای وسیع‌تر، ممکن است به دام بهینگی‌های محلی گرفتار شده و همین امر باعث محدودیت در پیدا کردن راه‌حل‌های متنوع و بهینه‌تر در مقایسه با NSGA-II شده است. علاوه بر این، در معیار گوناگونی و پراکندگی، الگوریتم NSGA-II نشان داد که توانایی بیشتری در توزیع یکنواخت‌تر پاسخ‌ها در فضای جستجو دارد. هرچند الگوریتم NSGA-II زمان بیشتری نسبت به MOAIS برای محاسبات نیاز داشت، اما این تفاوت زمانی نسبتاً کم و در عین حال قابل توجه نبود، زیرا بهبود عملکرد الگوریتم در ارائه پاسخ‌های بهینه‌تر و متنوع‌تر، ارزش افزوده قابل توجهی را به همراه داشت. در نتیجه، رویکردهای ارزیابی نشان دادند که الگوریتم NSGA-II به دلیل پوشش

گسترده‌تر فضای جستجو و توانایی جلوگیری از همگرایی زود هنگام به بهینگی‌های محلی، انتخاب بهتری برای حل این مسئله بوده است.

## ۵. نتیجه‌گیری

بهبود فرآیند زمان‌بندی پروژه‌ها به‌عنوان بخشی از مدیریت پروژه، نقش مهمی در بهینه‌سازی تخصیص منابع، کاهش هزینه‌ها و افزایش بهره‌وری پروژه‌ها ایفا می‌کند. در بسیاری از پروژه‌ها، انجام کارها به‌صورت تیمی، با بهره‌گیری از تجارب و توانمندی‌های متقابل اعضای تیم، زمینه‌ساز تقویت مستمر فرآیند یادگیری می‌شود. این مسئله به‌ویژه در پروژه‌های پیچیده با محدودیت‌های منابع از اهمیت بیشتری برخوردار است، زیرا هرچه فرآیند یادگیری در تیم‌ها سریع‌تر باشد، زمان مورد نیاز برای تکمیل پروژه‌ها کاهش یافته و بهره‌وری به‌طور چشمگیری افزایش می‌یابد. از این رو، در این پژوهش مسئله زمان‌بندی پروژه‌ها با در نظر گرفتن محدودیت‌های منابع انسانی، تیم‌های کاری چندمهارته، زمان آماده‌سازی، زمان شروع متفاوت پروژه‌ها و اثر یادگیری با نرخ یادگیری وابسته به مهارت تیم‌های کاری با هدف کمینه‌سازی همزمان مجموع هزینه‌های راه‌اندازی تیم‌ها و به‌کارگیری نیروی انسانی و مجموع زمان در جریان بودن پروژه‌ها مورد بررسی قرار گرفته است. به این منظور، یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح برای مسئله مذکور ارائه گردیده است. در ادامه، برای بررسی صحت عملکرد مدل پیشنهادی، چند مثال عددی ارائه شده و تحلیل حساسیت مدل نسبت به تغییر در مقادیر پارامترهای ورودی انجام شده است. نتایج به‌دست آمده بیانگر آن است که مدل پیشنهادی برای مسئله‌ی مورد بررسی، با محدودیت‌های مذکور در شرایط مختلف به‌درستی عمل کرده و از کارایی و اعتبار لازم برخوردار است با توجه به مشخصه NP-hard بودن و همچنین دودنده بودن مسئله، دو الگوریتم NSGA-II و الگوریتم MOAIS برای حل هم‌زمان دو هدف توسعه داده شد. پس از تنظیم پارامترهای این دو الگوریتم با استفاده از روش تحلیل آزمایشات چندعاملی تاگوچی، عملکرد آن‌ها در دو گروه از مسائل آزمایشی با یکدیگر مقایسه شد. نتایج محاسباتی حاکی از آن بود که در مسائل با ابعاد کوچک تا متوسط، دو الگوریتم اختلاف معناداری از نظر عملکرد ندارند، ولی در مسائل با ابعاد بزرگ، الگوریتم NSGA-II عملکرد بهتری نسبت به الگوریتم MOAIS دارد. به نظر می‌رسد با توجه به این که الگوریتم MOAIS یک الگوریتم نخبه محور است که در هر تکرار تنها به تکثیر پاسخ‌های برتر پرداخته و به‌طور معمول از جستجو در سایر نواحی فضای جواب

خودداری می‌کند، احتمال گیر کردن الگوریتم در دام‌های بهینگی محلی افزایش می‌یابد. این محدودیت باعث می‌شود که الگوریتم نتواند به‌طور موثر به جستجوی فضای وسیع‌تری از جواب‌ها بپردازد. در مقابل، الگوریتم NSGA-II شرایطی را فراهم می‌آورد که پاسخ‌های با برازندگی پایین‌تر نیز قادر به مشارکت در تولید نسل‌های بعدی هستند که این موضوع از یک سو سبب جستجوی بیشتر فضای پاسخ و از سوی دیگر از به دام افتادن الگوریتم در بهینگی‌های محلی جلوگیری می‌کند. برای تحقیقات آتی، پیشنهاد می‌شود که مسئله با افزودن برخی فرضیات عملیاتی جدید، از جمله احتمال شکست فعالیت‌ها، در نظر گرفتن هم‌زمان اثر یادگیری و فراموشی، فرآیند دوباره‌کاری و همچنین غیرقطعی بودن برخی پارامترهای مسئله، توسعه داده شود. علاوه بر این، توصیه می‌شود که سایر الگوریتم‌های ابتکاری یا فراابتکاری ترکیبی کارآمد نیز برای حل این مسئله مدنظر قرار گیرند.

#### تعارض منافع:

تعارض منافع ندارم.

#### ORCID

Sara Bagherzadeh Rahmani



<http://orcid.org/0009-0003-7280-6871>

Javad Rezaian



<http://orcid.org/0000-0003-4538-0126>

Ahmad Ebrahimi



<http://orcid.org/0000-0002-5373-7466>

#### منابع

باقرزاده رحمانی، سارا، رضائیان زیدی، جواد و ابراهیمی، احمد. (۱۴۰۳). زمان بندی دو هدفه پروژه ها با گروه‌های کاری چند مهارته، اثر یادگیری و زمان‌های راه اندازی و پردازش وابسته به گروه کاری. نشریه پژوهش‌های مهندسی صنایع در سیستم‌های تولید. IER-2407-2174

دانشگری، نیما، نوری، سیامک و ایمانی، محمد. (۱۴۰۱). مدل زمان‌بندی پروژه به منظور تخصیص و تسطیح منابع محدود در شرایط عدم قطعیت با رویکرد الگوریتم‌های فراابتکاری. فصلنامه پژوهشنامه مدیریت و مهندسی صنایع دوره ۴، شماره ۱۲، پاییز ۱۴۰۱، صفحات ۸۷ - ۱۰۵

<https://jomaier.ir/fa/showart-b5e93284513fdbbb7dbe364a8a27960d>.

صالحی، مجتبی، رحیمی، یلدا و شریعتی، شهره. (۱۴۰۲). مدل سازی چندهدفه فازی زمان بندی پروژه با محدودیت منابع چندمهارته: با قابلیت تغییر سطح مهارت ها و انقطاع فعالیت ها. پژوهش در مدیریت تولید و عملیات، دوره ۱۴، شماره ۱، پیاپی ۳۲، بهار ۱۴۰۲، صفحه ۱-۲۰. doi: [10.22108/pom.2023.135716.1478](https://doi.org/10.22108/pom.2023.135716.1478)

یوسفزاده، حمیدرضا. (۱۴۰۰). حل مسئله خدمات مراقبتی- درمانی در منزل با رویکرد زمان بندی پروژه با منابع محدود. پژوهش های نوین در ریاضی، سال هفتم، شماره ۳۰. <https://sid.ir/paper/950247/en>.

## References

- Ahmadv, Y., & Helo, P. (2018). A cloud based job sequencing with sequence-dependent setup for sheet metal manufacturing. *Annals of Operations Research*, 270, 5-24. <http://link.springer.com/10.1007/s10479-016-2304-3>
- Almeida, B. F., Correia, I., & Saldanha-da-Gama, F. (2019). Modeling frameworks for the multi-skill resource-constrained project scheduling problem: a theoretical and empirical comparison. *International Transactions in Operational Research*, 26(3), 946-967. <https://doi.org/10.1111/itor.12568>
- Arik, O.A. (2019). Project scheduling and staff allocation problem with time-dependent learning effect: a mixed integer non-linear programming approach. *Eskişehir Technical University Journal of Science and Technology A-Applied Sciences and Engineering*, 20(3), 204-215. <https://doi.org/10.18038/estubtda.624291>
- Arnaut, JP., Musa, R. & Rabadi, G. (2014). A two-stage Ant Colony optimization algorithm to minimize the makespan on unrelated parallel machines-Part II: enhancements and experimentations. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 25(1), 43-53. <https://doi.org/10.1007/s10845-012-0672-3>
- Attia, E., Duquenne, P., & Lann, J. (2014). Considering skills evolutions in multi-skilled workforce allocation with flexible working hours. *International Journal of Production Research*. vol. 52 (n°15), pp. 4548-4573. <https://doi.org/10.1080/00207543.2013.877613>
- Barghi, B., & Sikari, S. S., 2022. Meta-heuristic solution with considering setup time for multi-skilled project scheduling problem. Vol. 3. *Operations Research Forum*: Springer. 24(10):1-17. DOI:[10.1007/s43069-021-00117-5](https://doi.org/10.1007/s43069-021-00117-5)
- Afshar-Nadjafi, B., & Majlesi, M.,(2014). Resource constrained project scheduling problem with setup times after preemptive processes. *Computers and Chemical Engineering* 69 16-25. <https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2014.06.012>

- Blazewicz, J., Lenstra, J. K., & Kan, A. R. (1983). Scheduling subject to resource constraints: classification and complexity. *Discrete applied mathematics*, 5(1), 11-24. [https://doi.org/10.1016/0166-218X\(83\)90012-4](https://doi.org/10.1016/0166-218X(83)90012-4)
- Chen, J. C., Chen, Y. Y., Chen, T. L., & Lin, Y. H. (2022). Multi-project scheduling with multi-skilled workforce assignment considering uncertainty and learning effect for large-scale equipment manufacturer. *Computers & Industrial Engineering*, 169, 108240. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2022.108240>
- Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S., Meyarivan, T. (2002). A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 6(2), 182-197. <https://doi.org/10.1109/4235.996017>
- Demeulemeester, E., & Herroelen, W. (1996). A branch-and-bound procedure for the multiple resource-constrained project scheduling problem. *Management science*, 38(12), 1803-1818. <https://doi.org/10.1287/mnsc.38.12.1803>
- Al-Anzi, F., Al-Zame, K. & Allahverdi, A.(2010). Weighted Multi-Skill Resources Project Scheduling. *Journal of Software Engineering and Applications*, 3, 1125-1130. doi: [10.4236/jsea.2010.312131](https://doi.org/10.4236/jsea.2010.312131)
- Habibi, F., Barzinpour, F., & Sadjadi, S.,. (2017). A multi-objective optimization model for project scheduling with time-varying resource requirements and capacities. *Journal of industrial and systems engineering*. 10(special issue on scheduling), 92-118. <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:53481950>
- Haroune, M., Dhib, C., Neron, E., Soukhal, A., Mohamed Babou, H., & Nanne, M. F. (2023). Multi-project scheduling problem under shared multi-skill resource constraints. *Journal of the Spanish Society of Statistics and Operations Research, Springer; Sociedad de Estadística e Investigación Operativa*, vol. 31(1), pages 194-235, April <http://dx.doi.org/10.1007/s11750-022-00633-5>
- Hosseinian, A. H., & Baradaran, V. (2020). P-GWO and MOFA: two new algorithms for the MSRCPSP with the deterioration effect and financial constraints (case study of a gas treating company). *Applied Intelligence*, 50, 2151-2176. <https://doi.org/10.1007/s10489-020-01663-x>
- Han, J., Chen, C., Tiong, R. L. K. & Wu, K. (2024). Smart multi-project scheduling and multi-skilled workforce assignment for prefabricated bathroom unit production. *Automation in Construction*, 166, 105626-. DOI:[10.1016/j.autcon.2024.105626](https://doi.org/10.1016/j.autcon.2024.105626).
- Lian, J., Liu, C., Li, W., & Yin, Y., (2018). A multi-skilled worker assignment problem in seru production systems considering the worker

- heterogeneity, *Computers & Industrial Engineering*, Vol. 118, pp. 366-382. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2018.02.035>
- Li, L., Zhang, H., & Bai, S., 2024. A multi-surrogate genetic programming hyper-heuristic algorithm for the manufacturing project scheduling problem with setup times under dynamic and interference environments. *Expert Systems with Applications*. vol. 250: 123854. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2024.123854>.
- Li, Q., Jiang, M., & Tao, Sh., Hao, J., & Chong, H.Y. (2023). The Integrated Problem of Construction Project Scheduling and Multiskilled Staff Assignment with Learning Effect. *Journal of Construction Engineering and Management*. 149. vol. 149, no. 8: 04023064. <https://doi.org/10.1061/jcemd4.coeng-13150>.
- Hematian, M., Seyyed Esfahani, M.M., Mahdavi, I., Mahdavi-Amiri, N., & Rezaeian, J. (2020). A multi-objective optimization model for multiple project scheduling and multi-skill human resource assignment problem based on learning and forgetting effect and activities' quality level. *Journal of Industrial Engineering and Management Studies*. Vol. 7, No. 2, 2020, pp. 98-118. <https://doi.org/10.22116/jiems.2020.210566.1319>.
- Mika, M., Waligóra, G., & Weglarz, J. (2006). Modelling Setup Times in Project Scheduling. *International Series in Operations Research & Management Science*, vol 92. Springer, Boston, MA (pp.131-163). DOI:[10.1007/978-0-387-33768-5\\_6](https://doi.org/10.1007/978-0-387-33768-5_6).
- Mozhdehi, S., Baradaran, V. & Hosseinian, A.H.(2024). Multi-skilled resource-constrained multi-project scheduling problem with dexterity improvement of workforce. *Automation in Construction* 162 (2024) 105360. <https://doi.org/10.1016/j.autcon.2024.105360>.
- Su, B., Xie, N., & Yang, Y. (2021). Hybrid genetic algorithm based on bin packing strategy for the unrelated parallel workgroup scheduling problem. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 32(4), 957-969. <https://doi.org/10.1007/s10845-020-01597-8>
- Taguchi, G. (1986). Introduction to Quality Engineering: Designing Quality into Products and Processes. Asian Productivity Organization, Tokyo.
- Taheri Amiri, M.J, Haghghi, F.R., Eshtehardian, E., & Abessi, O. 2018. Multi-project time-cost optimization in critical chain with resource constraints. *KSCE Journal of Civil Engineering*. Volume 22, pages 3738–3752, <https://doi.org/10.1007/s12205-017-0691-x>
- Tao, Sha. and Dong, Zhijie Sasha. 2017. Scheduling resource-constrained project problem with alternative activity chains. *Computers & Industrial Engineering*. vol. 114: 288-296. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2017.10.027>
- Tian, Y., Xiong, T., Liu, Zh., Mei, Y. & Wan, L. (2021). Multi-Objective Multi-Skill Resource-Constrained Project Scheduling Problem with skill switches: Model and Evolutionary Approaches. *Computers & Industrial Engineering*. Vol. 167(4):107897. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2021.107897>



- Tirkolaee, E.B., Goli, A., Hematian, M., Kumar, A. & Han, T. (2019). Multi-objective multi-mode resource constrained project scheduling problem using Pareto-based algorithms. *Computing* 101, 547–570. <https://doi.org/10.1007/s00607-018-00693-1>
- Wang, L. & Zheng, X.I. 2018. A knowledge-guided multi-objective fruit fly optimization algorithm for the multi-skill resource constrained project scheduling problem. *Swarm and Evolutionary Computation*. vol. 38: 54-63. <https://doi.org/10.1016/j.swevo.2017.06.001>.
- Yang, D. L. & Kuo, W. H. (2010). Some scheduling problems with deteriorating jobs and learning effects. *Computers & Industrial Engineering*, 58(1), 25-28. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2009.06.016>.

### References [in Persian]

- Bagherzadeh Rahmani, S., Rezaian Zaidi, J., & Ebrahimi, A. (2025). Bi-objective scheduling of projects with multi-skilled working groups, learning effect and work-group dependent setup and processing times. *Journal of Industrial Engineering Research in Production Systems, IER-2407-2174*. [in Persian]
- Daneshgari, N., Nouri, S., & Emami, M. (2023). Project scheduling model for resource allocation and leveling under uncertainty with metaheuristic algorithms. *Journal of Management and Industrial Engineering Research Quarterly*, 4(3), 87–105. <https://jomaier.ir/fa/showart-b5e93284513fdbbb7dbe364a8a27960d>. [in Persian]
- Salehi, M., Rahimi, Y., & Shariati, S. (2024). Fuzzy multi-objective modeling of project scheduling with multi-skill resource constraints with the ability to change the level of skills and interrupt activities. *Research in Production and Operations Management*, 14(1), 1-20. Doi: [10.22108/pom.2023.135716.1478](https://doi.org/10.22108/pom.2023.135716.1478). [in Persian]
- Yousefzadeh, H. R. (2021). HHC-PSS: Solving the problem of home health care with a resource constrained project scheduling approach. *Journal of new Researches in Mathematics*, 7(30), 165-186. <https://sid.ir/paper/950247/en>. [in Persian]