

حل مسئله یکپارچه تشکیل سلول، چیدمان گروهی و مسیریابی با استفاده از الگوریتم‌های فرا ابتکاری ترکیبی با برنامه‌ریزی پویا

محمد محمدی،* کامران فرقانی**

تاریخ دریافت: ۹۵/۳/۲ - تاریخ پذیرش: ۹۵/۱۰/۵

چکیده

دو مسئله مهم در طراحی یک سیستم تولید سلولی، مسائل تشکیل سلول و چیدمان گروهی می‌باشند. مسئله تشکیل سلول شامل گروه‌بندی قطعات در قالب خانواده قطعات و گروه‌بندی ماشین‌ها در قالب سلول‌های تولیدی می‌شود. مسئله چیدمان گروهی نیز شامل تعیین چیدمان ماشین‌ها درون سلول‌ها و تعیین چیدمان خود سلول‌ها می‌گردد. در این مقاله یک رویکرد یکپارچه برای حل مسائل تشکیل سلول، چیدمان گروهی و مسیریابی ارائه می‌گردد. در این رویکرد، با در نظر گرفتن ابعاد ماشین‌آلات، پهنای راهروها و حداکثر طول مجاز برای قرار گرفتن ماشین‌ها بصورت طولی، از یک چیدمان مارپیچی جدید برای طراحی سیستم تولید سلولی استفاده می‌شود. برای کاربردی‌تر ساختن مسئله، پارامترهایی نظیر تقاضای قطعات، توالی عملیات، زمانهای پردازش و ظرفیت ماشین‌آلات، در مدل‌سازی مسئله مد نظر قرار می‌گیرند. مسئله بصورت یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح، با دو هدف کمینه‌سازی هزینه‌های حمل‌ونقل، و بیشینه‌سازی تشابهات میان ماشین‌ها فرموله می‌شود. بدلیل پیچیدگی محاسباتی مسئله، سه الگوریتم فرا ابتکاری مبتنی بر الگوریتم‌های ژنتیک و شبیه‌سازی تبرید، برای حل آن پیشنهاد می‌گردد. در این الگوریتم‌ها از برنامه‌ریزی پویا برای حل قسمتی از مسئله بهره برده می‌شود. با حل چند مثال عددی از ادبیات موضوع، کارایی الگوریتم‌ها مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. در نهایت، مقایسه‌ای بین چیدمان مارپیچی ارائه شده در این تحقیق و چیدمانی خطی چند-سطری که اخیراً در ادبیات موضوع ارائه شده بود، صورت می‌گیرد.

کلمات کلیدی: سیستم تولید سلولی، چیدمان تسهیلات، برنامه‌ریزی پویا، الگوریتم ژنتیک، شبیه‌سازی تبرید.

* دانشیار گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه خوارزمی (نویسنده مسئول).

mohammadi@khu.ac.ir

** دانشجوی دکتری مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی امیر کبیر.

مقدمه

قابلیت تطبیق پذیری نسبت به تغییرات تقاضا و طراحی محصولات با صرف هزینه و زمان اندک، فاکتوری کلیدی در موفقیت صنایع تولیدی بشمار می‌رود. سیستم‌های تولید سنتی، مانند تولید کارگاهی^۱ و تولید جریانی^۲ قادر به پاسخ‌دهی سریع و همزمان به چنین تغییراتی نیستند. در مقابل، استفاده از سیستم تولید سلولی^۳، می‌تواند راهکاری مناسب برای دست یافتن به چنین قابلیت‌هایی باشد. تولید سلولی یک رویکرد موثر برای پیاده‌سازی اصول تکنولوژی گروهی^۴ است. هدف تکنولوژی گروهی بهره بردن از شباهت‌های موجود در فرایندهای تولیدی، در راستای افزایش کارایی در تولید می‌باشد (سلیم و همکاران، ۱۹۹۸). سیستم تولید سلولی، درحقیقت یک رویکرد ترکیبی از تولید کارگاهی و تولید جریانی است؛ و از آن برای تولید محصولاتی در حجم و تنوع متوسط استفاده می‌شود. استفاده از تجهیزات و ماشین‌آلات چند منظوره در تولید سلولی، پاسخ‌دهی به تغییرات تقاضا و طراحی محصولات را با صرف هزینه و زمان اندک، میسر می‌سازد. در تولید سلولی، یک خانواده از قطعات^۵ شامل مجموعه‌ای از قطعات می‌شود که یا در اندازه و شکل هندسی و یا در فرایندهای تولیدی مشابه باشند؛ همچنین یک سلول تولیدی، مجموعه‌ای از ماشین‌آلات غیر مشابه از نظر عملکرد را شامل می‌شود که برای تولید یک خانواده از قطعات، در فواصل نسبتاً نزدیک از هم قرار می‌گیرند. گروه‌بندی ماشین‌ها در قالب سلول‌های تولیدی، منجر می‌شود که کل فرایند پیچیده تولید، به چند فرایند ساده‌تر تقسیم گردد؛ در نتیجه جابجایی مواد، کنترل فرایندها، برنامه‌ریزی تولید و زمان‌بندی کارها تسهیل می‌گردد (ومرلو و جان، ۱۹۹۷). بطور عمومی، طراحی سیستم تولید سلولی شامل چهار مرحله عمده زیر می‌شود (ومرلو و هیر، ۱۹۸۶):

(۱) تشکیل سلول^۶: گروه‌بندی قطعات در قالب خانواده قطعات و گروه‌بندی ماشین‌ها در

1. Job shop
2. Flow shop
3. Cellular manufacturing system
4. Group technology
5. Part family
6. Cell formation

قالب سلول‌های تولیدی.

(۲) چیدمان گروهی^۱: چیدمان ماشین‌ها درون سلول‌ها (چیدمان درون سلولی^۲) و چیدمان خود سلول‌ها (چیدمان برون سلولی^۳).

(۳) زمان‌بندی گروهی^۴: زمان‌بندی قطعات در هر خانواده و زمان‌بندی خانواده قطعات برای تعیین توالی تولید آنها.

(۴) تخصیص منابع: تخصیص نیروی انسانی، ابزارآلات، مواد و غیره برای تولید قطعات. از آنجایی که مسئله طراحی سیستم تولید سلولی یک مسئله پیچیده است، معمولاً هر یک از مراحل ذکر شده بصورت مجزا مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این نوع نگرش ارتباط میان مراحل طراحی ممکن است کمتر در نظر گرفته شود و در نتیجه طرح نهایی کارایی لازم را نداشته باشد. با آگاهی محققین از این موضوع، در سالهای اخیر تحقیقاتی در راستای یکپارچه‌سازی این مراحل صورت گرفته است. در این بین، ارتباط میان مرحله تشکیل سلول و چیدمان گروهی از اهمیت بسزایی برخوردار است. چیدمان تسهیلات یکی از فاکتورهای کلیدی در سیستم‌های تولیدی بشمار می‌رود و نقش مستقیمی در عملکرد عملیاتی (که توسط موجودی در حین ساخت، زمان تدارک و نرخ تولید ارزیابی می‌گردد) دارد (بن جعفر، ۲۰۰۲). تامپکینز و همکاران (۲۰۰۳) اظهار داشته‌اند که حدود ۲۰ تا ۵۰ درصد از هزینه‌های تولید در ارتباط با جابجایی مواد درون کارخانه است. آنها همچنین برآورد کردند که اگر چیدمان تسهیلات بصورت کارا طراحی گردد، این هزینه‌ها می‌تواند حدود ۱۰ الی ۳۰ درصد کاهش یابد.

جریان مواد میان سلول‌های تولیدی، در نتیجه وجود عناصر استثنایی^۵ (قطعاتی که برای تولید تولید لازم است به بیش از یک سلول منتقل شوند)، یکی از مهمترین موانع پیش‌رو در دستیابی به مزایای تولید سلولی می‌باشد (آریکان و گونگور، ۲۰۰۹). بنابراین لازم است تا

-
1. Group layout
 2. Intra-cell layout
 3. Inter-cell layout
 4. Group scheduling
 5. Exceptional elements

چیدمان تسهیلات (چیدمان گروهی)، بدقت و بصورت توأم با فرایند تشکیل سلول، صورت گیرد. در سالهای اخیر گروهی از محققین اقدام به یکپارچه سازی مسائل تشکیل سلول و چیدمان تسهیلات کرده اند. در این ارتباط، آکترک (۱۹۹۶) با در نظر گرفتن توالی عملیات، یک مدل ریاضی ساده را برای تشکیل سلول و چیدمان خطی ماشین آلات درون سلولها ارائه داد. در این تحقیق، از تعداد دفعات جابجایی هر قطعه بین دو ماشین غیر متوالی، برای محاسبه هزینه های حمل و نقل و کمینه کردن آن استفاده شد. آدیل و راجامانی (۲۰۰۰) با در نظر گرفتن تقاضای قطعات و توالی عملیات، یک مدل غیر خطی، با هدف کمینه کردن هزینه جابجایی های درون و برون سلولی، توسعه دادند. در مدل آنها، واحد هزینه های حمل و نقل درون سلولی وابسته به تعداد ماشین های تخصیص داده شده به هر سلول، و واحد هزینه های حمل و نقل برون سلولی، وابسته به تعداد سلولها بود. در نهایت، آنها این مدل را توسط الگوریتم شبیه سازی تبرید^۱ حل کردند. چان و همکاران (۲۰۰۶) یک رویکرد دو مرحله ای را برای حل مسائل تشکیل سلول، چیدمان برون سلولی و مسیریابی^۲، بکار بردند. در مرحله اول، یک مدل ریاضی برای انتخاب مسیر تولیدی قطعات و تشکیل سلول، استفاده شد. در این مرحله، هدف کمینه کردن یک ضریب وزنی از تعداد عناصر استثنایی و تعداد نقاط خالی درون بلوک های سلولی بود. در مرحله دوم نیز، یک مدل ریاضی دیگر برای پیدا کردن چیدمان خطی^۳ سلولها، با هدف کمینه کردن مجموع فواصل جابجایی برون سلولی قطعات، بکار برده شد. در نهایت، هر دوی این مدلها توسط الگوریتم ژنتیک^۴ حل شدند. لی و چیانگ (۲۰۰۱) با در نظر گرفتن یک چیدمان خطی دوطرفه^۵ برای قرارگیری سلولها، یک مدل یکپارچه برای تشکیل سلول و چیدمان برون سلولی، ارائه کردند. هدف این مدل کمینه کردن هزینه های حمل و نقل برون سلولی بود. برای حل آن نیز آنها از رویکرد تنوری گراف استفاده کردند و یک الگوریتم بخش بندی را برای تعیین سلولها و چیدمان آنها، ارائه دادند.

-
1. Simulated annealing algorithm
 2. Routing
 3. Linear single-row layout
 4. Genetic algorithm
 5. Bi-directional linear single-row layout

همچنین همین مسئله توسط چیانگ و لی (۲۰۰۴)، با استفاده از یک الگوریتم ترکیبی مبتنی بر شبیه‌سازی تبرید و برنامه‌ریزی پویا^۱، حل شد. وو و همکاران (۲۰۰۷) با در نظر گرفتن توالی عملیات، تقاضای قطعات، ظرفیت ماشین‌آلات و اندازه دسته (تعداد قطعاتی که می‌توان بصورت دسته‌ای بین دو ماشین جابجا کرد)، یک مدل ریاضی دوحده را برای طراحی سیستم تولید سلولی توسعه دادند. در این مدل، اولین هدف کمینه کردن هزینه‌های حمل و نقل، و دومین هدف کمینه کردن تعداد عناصر استثنایی بود. در مسئله آنها، ماشین‌آلات با در نظر گرفتن نوع چیدمان (شامل چیدمان تک‌ردیفی، U-شکل، چندردیفی و غیره) باید به نقاط کاندید از پیش تعیین شده‌ای تخصیص می‌یافتند. در نهایت آنها این مسئله را با استفاده از الگوریتم ژنتیک حل کردند. همچنین جولای و همکاران (۲۰۱۲) همین مسئله را با خطی فرض کردن چیدمان ماشین‌آلات درون سلول‌ها، توسط الگوریتم الکترومغناطیس^۲ حل کردند. خاکسر حقانی و همکاران (۲۰۱۱) یک مدل ریاضی یکپارچه را برای تشکیل سلول و چیدمان چند طبقه توسعه دادند. در این مدل پارامترهایی نظیر توالی عملیات، زمانهای پردازش، تقاضای قطعات، ظرفیت ماشین‌آلات و هزینه‌های تولید لحاظ شده بود و هدف کمینه کردن هزینه‌های حمل و نقل (شامل هزینه‌های حمل و نقل درون سلولی، برون سلولی و بین طبقه‌ای)، هزینه‌های تولید و خرید ماشین‌آلات بود. در این مدل، نقاط کاندید از پیش تعیین شده‌ای برای تخصیص ماشین‌آلات به سلول‌ها و طبقات، مورد استفاده قرار گرفت. در نهایت این مدل در ابعاد کوچک (۵ قطعه، ۵ ماشین، ۲ سلول، ۲ طبقه) توسط یک نرم‌افزار بهینه‌سازی حل شد. محمدی و فرقانی (۲۰۱۴) با در نظر گرفتن پارامترهایی همچون تقاضای قطعات، زمانهای پردازش، ابعاد و ظرفیت ماشین‌آلات، یک مسئله یکپارچه برای تشکیل سلول، چیدمان گروهی و مسیریابی ارائه دادند. آنها از یک چیدمان خطی چند-سطری^۳ برای طراحی سیستم تولید سلولی استفاده کردند و مسئله خود را توسط الگوریتم ژنتیک حل کردند. در تحقیق دیگری، فرقانی و همکاران (۲۰۱۵) فرض کردند که هر سلول دارای ابعاد مشخصی است و

-
1. Dynamic programming
 2. Electromagnetism-like algorithm
 3. Multiple-row linear layout

به یک سری نقاط کاندید با اندازه واحد تقسیم شده است (مانند یک جدول). سپس مدل گسسته چیدمان تسهیلات (یعنی مسئله تخصیص درجه دوم^۱) را برای تخصیص ماشین آلات به نقاط کاندید بکار بردند. آنها همچنین از مدل چیدمان تسهیلات در فضای پیوسته برای تعیین مکان سلول‌ها در فضای دوبعدی استفاده کردند. در نهایت، با ترکیب این دو رویکرد، آنها مسئله تشکیل سلول و چیدمان تسهیلات را مدل و آن را بوسیله یک الگوریتم ابتکاری حل نمودند. گل محمدی و همکاران (۲۰۱۶)، مسئله طراحی سیستم تولید سلولی را در یک محیط چند دوره‌ای با رویکرد چیدمان تسهیلات مورد بررسی قرار دادند. بمنظور کاهش پیچیدگی مسئله، آنها فرض کردند که هزینه‌های حمل و نقل درون و برون سلولی ثابت است و وابسته به فاصله نیست. بر این اساس، آنها مسئله خود را با در نظر گرفتن مجموع هزینه‌های نگهداری، حمل و نقل، اضافه یا حذف ماشین آلات از سلول‌ها و تعداد عناصر استثنایی مدل، و آن را توسط یک الگوریتم ژنتیک سلسله مراتبی^۲ حل کردند. در رویکردی مشابه، دیپ و سینگ (۲۰۱۶) با دخیل کردن پارامترهایی مانند هزینه تولید و برون‌سپاری قطعات، مدلی جامع‌تر را برای طرای سیستم تولید سلولی چند دوره‌ای پیشنهاد دادند. با این وجود، در رابطه با نحوه محاسبه هزینه‌های حمل و نقل، آنها هم همان فرضی را در نظر گرفتند که گل محمدی و همکاران (۲۰۱۶) پیشنهاد داده بودند. برای حل مسئله نیز آنها از یک الگوریتم ترکیبی مبتنی بر الگوریتم ژنتیک و شبیه‌سازی تبرید استفاده نمودند. در راستای تخمین دقیق‌تر هزینه‌های حمل و نقل، بایرام و ساهین (۲۰۱۶) مسئله‌ای مشابه با مسئله دیپ و سینگ (۲۰۱۶) ارائه کردند و در آن فرض نمودند که هزینه‌های حمل و نقل تابعی از فاصله بین تسهیلات است. با این وجود، آنها هم برای ساده‌تر شدن مسئله پارامترهایی مانند ابعاد ماشین آلات و پهنای راهروها را در مدل خود مدنظر قرار نداد. برای حل مسئله، آنها از دو الگوریتم ژنتیک و شبیه‌سازی تبرید بهره بردند که با برنامه‌ریزی خطی ترکیب شده بودند.

-
1. Quadratic assignment problem
 2. Hierarchical genetic algorithm

با وجود اینکه در سالهای اخیر تحقیقاتی در راستای یکپارچه‌سازی مسائل تشکیل سلول و چیدمان گروهی صورت گرفته است، هنوز هم در این زمینه مواردی به نظر می‌رسند که مطالعه بیشتری را می‌طلبند. اکثر این تحقیقات معمولاً یکی از مسائل چیدمان درون و یا برون سلولی را بصورت یکپارچه با مسئله تشکیل سلول مورد بررسی قرار می‌دهند؛ به عنوان مثال (چان و همکاران، ۲۰۰۶؛ لی و چیانگ، ۲۰۰۱؛ چیانگ و لی، ۲۰۰۴). همچنین برای سادگی و کاهش پیچیدگی محاسباتی مسئله، محققین بجای کمینه کردن هزینه‌های واقعی حمل و نقل، اقدام به بهینه‌سازی اهدافی همچون کمینه‌سازی تعداد عناصر استثنایی و یا کمینه‌سازی تعداد جابجایی‌های برون سلولی می‌نمایند؛ برای نمونه مراجع (آکترک، ۱۹۹۶؛ آدیل و راجامانی، ۲۰۰۰؛ چان و همکاران، ۲۰۰۰، گل محمدی و همکاران، ۲۰۱۶، دیپ و سینگ، ۲۰۱۶) را ببینید. بعلاوه، آندسته از محققانی هم که مبادرت به کمینه کردن هزینه‌های حمل و نقل نموده‌اند، فرضیاتی را در نظر گرفته‌اند که واقع گرایانه نیست. از جمله این فرضیات می‌توان به ثابت در نظر گرفتن مکان سلولها در چیدمان برون سلولی و ماشین‌ها در چیدمان درون سلولی، هم‌اندازه فرض کردن ابعاد ماشین‌ها و سلول‌ها، و در نظر نگرفتن عرض راهروها اشاره نمود؛ برای مثال (لی و چیانگ، ۲۰۰۱؛ چیانگ و لی، ۲۰۰۴؛ وو و همکاران، ۲۰۰۷؛ خاکسر حقانی و همکاران، ۲۰۱۱؛ جولای و همکاران، ۲۰۱۲؛ فرقانی و همکاران، ۲۰۱۵؛ دیپ و سینگ، ۲۰۱۶) ملاحظه شوند.

استفاده از ماشین‌آلات چندمنظوره در تولید سلولی، موجب انعطاف‌پذیری در مسیر تولیدی قطعات خواهد شد، بدین معنی که قطعات می‌توانند از مسیرهای مختلف، با هزینه و زمان متفاوت تولید شوند. انعطاف‌پذیری در مسیر تولیدی قطعات نیز می‌تواند منجر به افزایش قابلیت گروه‌بندی ماشین‌آلات و افزایش سطح بکارگیری آنها گردد (مانگواتانا، ۲۰۰۰). با اینحال اکثر محققین جهت ساده‌سازی مسئله، فرض می‌کنند که فقط یک مسیر برای تولید هر قطعه وجود دارد و در نتیجه تخصیص قطعات به ماشین‌ها از پیش تعیین شده می‌باشد. تحقیقاتی هم که مسئله مسیریابی را در طراحی سیستم تولید سلولی مد نظر قرار داده‌اند، یا صرفاً به حل مسئله تشکیل سلول و مسیریابی پرداخته‌اند و از دخیل کردن دیگر مسائل رایج در طراحی

سیستم تولید سلولی (مانند: چیدمان تسهیلات، زمانبندی و برنامه‌ریزی تولید) خودداری نموده‌اند، به عنوان مثال مراجع (کایکس و همکاران، ۲۰۰۰؛ سلیمان‌پور و همکاران، ۲۰۰۴؛ گاریه و همکاران، ۲۰۰۸؛ وو و همکاران، ۲۰۰۹؛ کاو و لین، ۲۰۱۲؛ سینگ و کومار ۲۰۱۵) ملاحظه شود، و یا برای جلوگیری از پیچیده‌تر شدن مسئله، از در نظر گرفتن پارامترهایی همچون تقاضای قطعات، زمانهای پردازش و محدودیت ظرفیت ماشین‌آلات پرهیز نموده‌اند. برای برطرف کردن اشکالات و کمبودهایی که در بالا به آنها اشاره شد، در این تحقیق یک رویکرد یکپارچه برای حل مسائل تشکیل سلول، چیدمان گروهی و مسیریابی ارائه می‌شود. در این رویکرد، با در نظر گرفتن ابعاد ماشین‌آلات، پهنای راهروها و حداکثر طول مجاز برای قرار گرفتن ماشین‌ها بصورت طولی، از یک چیدمان مارپیچی جدید برای طراحی سیستم تولید سلولی استفاده می‌شود. همچنین برای کاربردی‌تر ساختن مسئله، پارامترهایی نظیر تقاضای قطعات، توالی عملیات، زمانهای پردازش و ظرفیت ماشین‌آلات، در مدل‌سازی مسئله مدنظر قرار می‌گیرند. مسئله بصورت یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح، با دو هدف کمینه‌سازی هزینه‌های حمل‌ونقل، و بیشینه‌سازی تشابهات میان ماشین‌ها فرموله می‌شود. بدلیل پیچیدگی محاسباتی و NP-Hard بودن مسئله، سه الگوریتم فرا ابتکاری مبتنی بر الگوریتم‌های ژنتیک و شبیه‌سازی تبرید، برای حل آن پیشنهاد می‌گردد. در این الگوریتم‌ها، از برنامه‌ریزی پویا برای حل قسمتی از مسئله بهره‌برده می‌شود. با حل چند مثال عددی از ادبیات موضوع، کارایی الگوریتم‌ها مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. همچنین مقایسه‌ای بین چیدمان مارپیچی ارائه شده در این تحقیق و چیدمانی خطی چند-سطری که توسط محمدی و فرقانی (۲۰۱۴) ارائه شد، صورت می‌پذیرد. در نهایت، نتایج تحلیل و پیشنهاداتی برای مطالعات آتی ارائه می‌گردد.

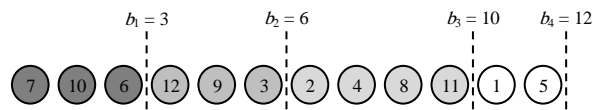
شرح مسئله و مدل‌سازی ریاضی

در این قسمت، مسئله یکپارچه‌ی تشکیل سلول، چیدمان گروهی، و مسیریابی، بصورت یک مدل دوهدفه فرموله می‌شود. اولین هدف عبارت است از کمینه‌کردن هزینه‌های حمل‌ونقل و

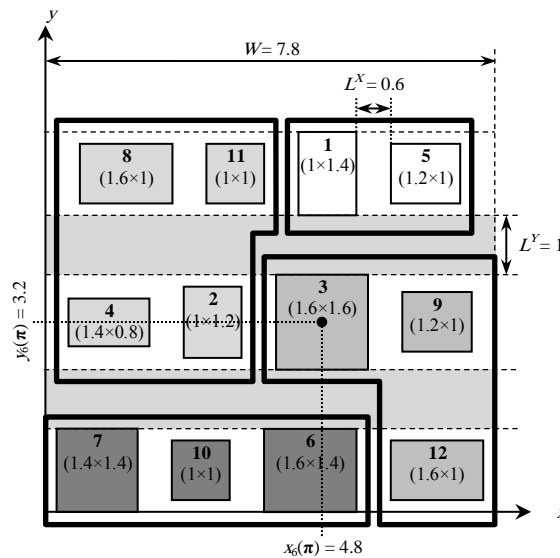
هدف دوم نیز بیشینه‌سازی مجموع ضرایب تشابه^۱ میان ماشین‌ها می‌باشد. فرض می‌شود برای هر قطعه تعداد مشخصی مسیر از پیش تعیین شده وجود دارد که با در نظر گرفتن محدودیت ظرفیت ماشین‌ها، باید یکی از آنها برای تولید قطعه بکار گرفته شود. چیدمان گروهی (چیدمان درون و برون سلولی) براساس یک ساختار ماریجی و با در نظر گرفتن ابعاد ماشین‌ها، فاصله طولی بین آنها و پهنای راهروها صورت می‌گیرد. ساختار کلی این رویکرد تاحدودی شبیه به رویکردی است که توسط محمدی و فرقانی (۲۰۱۴) بکار برده شد. در مسئله آنها از یک رویکرد خطی چند-سطری برای چیدمان سیستم تولید سلولی استفاده شد. به این ترتیب که بعد مشخص شدن ترکیب سلول‌ها، هر سلول به ترتیب اولویت، از پایین به بالا چیده می‌شد. همچنین، چیدمان ماشین‌ها درون سلول‌ها از یک چیدمان خطی طبیعت می‌کرد. برای سادگی، آنها فرض کردند که فضای کافی برای قرار گرفتن ماشین‌ها بصورت طولی وجود دارد. چنین فرضی در صورت محدود بودن فضای در دسترس می‌تواند کاربردی نباشد. بنابراین با در نظر گرفتن این پارامتر، یک رویکرد منعطف‌تر براساس چیدمان ماریجی ارائه می‌شود. به منظور فهم بهتر، این رویکرد با استفاده از یک مثال شرح داده می‌شود. فرض می‌شود ۱۲ عدد ماشین، مطابق با ترتیبی (جایگشت) که در شکل (۱-۱) نشان داده شده است، در فضایی با حداکثر طول ۷٫۸ واحد براساس چیدمان ماریجی چیده می‌شوند. همانطور که در شکل (۱-۱) ملاحظه می‌شود جایگشت داده شده توسط رنگ‌هایی (در طیف خاکستری)، به چهار قسمت بخش‌بندی شده است؛ که هر بخش بیانگر یک سلول می‌باشد. اندازه هر ماشین درون پرانتز در شکل (۲-۱) نشان داده شده است. به عنوان مثال، طول ماشین شماره ۱، ۱٫۴ واحد و عرض آن ۰٫۸ واحد می‌باشد. فاصله طولی بین ماشین‌ها ۰٫۶ واحد و پهنای راهروها نیز ۱ واحد در نظر گرفته شده است. براساس جایگشت داده شده، در اولین سطر، از گوشه‌ی پایین سمت چپ شروع کرده و با رعایت فاصله طولی، ماشین‌ها را به ترتیب از چپ به راست قرار می‌دهیم. بر این اساس ماشین‌های شماره ۷، ۱۰، ۶ و ۱۲ به ترتیب از چپ به راست، در اولین سطر قرار می‌گیرند. از آنجایی که قرار دادن ماشین شماره ۹ در انتهای

1. Similarity coefficients

سطر اول موجب نغض محدودیت حداکثر طول مجاز $۷,۸$ واحد می‌شود، این ماشین در سطر بعدی قرار می‌گیرد. در ادامه، در سطر دوم با در نظر گرفتن پهنای راهرو، از راست به چپ شروع می‌کنیم و ماشین‌های شماره ۹، ۳، ۲ و ۴ را مستقر می‌کنیم. در نهایت در سطر سوم ماشین‌های شماره ۸، ۱۱، ۱ و ۵ به ترتیب از چپ به راست در چیدمان قرار می‌گیرند. لازم به ذکر است کل چیدمان هر سطر بگونه‌ای تنظیم می‌شود که دقیقاً در مرکز سطر قرار بگیرد. بعد از آنکه چیدمان ماشین‌ها مشخص شد، به راحتی می‌توان فاصله بین ماشین‌ها را محاسبه نمود.



(۱): مثالی از یک جایگشت با ۱۲ ماشین به همراه بخش بندی آن



(۲): چیدمان بدست آمده براساس جایگشت داده شده

شکل (۱): مثالی از رویکرد مارپیچی برای چیدمان ماشین‌ها

نمادهای بکار رفته در مسئله

اندیس‌ها و پارامترهایی که در مدل‌سازی مسئله مورد استفاده قرار می‌گیرند عبارتند از:

اندیس‌ها

i اندیس قطعات ($i = 1, 2, \dots, P$) که در آن P تعداد قطعات است)
 j اندیس مسیرها ($j = 1, 2, \dots, R_i$) که در آن R_i تعداد مسیرهای موجود برای قطعه i است)
 k, k' اندیس ماشین‌ها ($k, k' = 1, 2, \dots, M$) که در آن M تعداد ماشین‌ها است)
 l اندیس سلول‌ها ($l = 1, 2, \dots, L$) که در آن L تعداد سلول‌هایی است که باید تشکیل گردد)

پارامترها

D_i تقاضای قطعه i
 $t_{i,j,k}$ زمان پردازش قطعه i روی ماشین k در مسیر j
 A_k زمان در دسترس بودن ماشین k
 $c_{i,k,k'}^A$ واحد هزینه حمل و نقل درون سلولی قطعه i بین ماشین‌های k و k' در واحد مسافت
 $c_{i,k,k'}^E$ واحد هزینه حمل و نقل برون سلولی قطعه i بین ماشین‌های k و k' در واحد مسافت
 w_k عرض ماشین k
 h_k طول ماشین k
 L^x فاصله طولی بین ماشین‌ها (شکل (۱-۱) ملاحظه شود)
 L^y پهنای راهرویی که بین دو سلول قرار می‌گیرد (شکل (۱-۲) ملاحظه شود)
 W حداکثر طول مجاز برای قرار گرفتن ماشین‌ها بصورت طولی
 $f_{i,j,k,k'}$ تعداد دفعاتی که قطعه i در مسیر j ام بین ماشین‌های k و k' جابجا می‌شود

- NM حداکثر تعداد ماشین‌هایی که می‌توان به یک سلول تخصیص داد
- C^{\max} حداکثر تعداد سلول‌هایی که می‌تواند تشکیل گردد
- P مجموعه مسیرهای ممکن برای تولید P قطعه
- ρ بردار مربوط به مسیر انتخاب شده برای P قطعه ($\rho \in P$) و $\rho = \{\rho(1), \rho(2), \dots, \rho(P)\}$ ، که در آن $\rho(i) \in \{1, 2, \dots, R_i\}$ ، بیانگر شماره مسیر انتخاب شده برای قطعه i است)
- Π مجموعه تمامی جایگشت‌های شامل M ماشین
- π توالی (جایگشت) ماشین‌هایی که قرار است بصورت مارپیچی چیده شوند ($\pi = \langle \pi(1), \pi(2), \dots, \pi(M) \rangle$)، که در آن $\pi(k)$ بیانگر ماشینی است که در اولویت k قرار دارد؛ برای مثال، مطابق با شکل (۱-۱)، $(\pi = \langle 7, 10, 6, 12, 9, 3, 2, 4, 8, 11, 1, 5 \rangle)$
- $x_k(\pi)$ طول از مبدأ مرکز ماشین k در جایگشت π براساس چیدمان مارپیچی
- $y_k(\pi)$ عرض از مبدأ مرکز ماشین k در جایگشت π براساس چیدمان مارپیچی
- b_l, b'_l اندیس‌های بخش‌بندی روی π ، که در آن $\pi(b_l)$ بیانگر اندیس آخرین ماشینی است که به سلول l تعلق خواهد گرفت. (برای مثال در شکل (۱-۱)، $b_2 = 6$)
- بیانگر این است که آخرین ماشینی که به سلول ۲ تعلق خواهد گرفت، ششمین ماشین در جایگشت، یعنی ماشین شماره ۳ است)
- $S_{k,k'}(\rho)$ ضریب تشابه بین ماشین‌های k و k' براساس بردار مسیر ρ
- در رابطه با ضریب تشابه بین ماشین‌ها، $S_{k,k'}(\rho)$ ، یین و یاسودا (۲۰۰۵) یک مطالعه مقایسه‌ای روی بیست معیار رایج در ادبیات موضوع صورت دادند. اسامی این معیارها به همراه نحوه محاسبه آنها در جدول (۱) آورده شده است. آنها به این نتیجه رسیدند که در میان این بیست معیار، ضرایب تشابه شماره ۱، ۵ و ۱۵ دارای کارایی بیشتری نسبت به بقیه هستند. آنها همچنین استفاده از ضرایب تشابه شماره ۲، ۴، ۶ و ۷ را بدلیل کارایی ضعیف توصیه نکردند.

جدول (۱): لیست بیست ضریب تشابه مورد بررسی قرار گرفته توسط بین و یاسودا (۲۰۰۵)

شماره	نام لاتین	نحوه تعریف	محدوده
۱	Jaccard	$a/(a + b + c)$	۱ تا ۰
۲	Hamann	$[(a + d) - (b + c)] / [(a + d) + (b + c)]$	۱ تا -۱
۳	Yule	$(ad - bc) / (ad + bc)$	۱ تا -۱
۴	Simple matching	$(a + d) / (a + b + c + d)$	۱ تا ۰
۵	Sorenson	$2a / (2a + b + c)$	۱ تا ۰
۶	Rogers and Tanimoto	$(a + d) / [a + 2(b + c) + d]$	۱ تا ۰
۷	Sokal and Sneath	$2(a + d) / [2(a + d) + b + c]$	۱ تا ۰
۸	Rusell and Rao	$a / (a + b + c + d)$	۱ تا ۰
۹	Baroni-Urbani and Buser	$[a + (ad)^{1/2}] / [a + b + c + (ad)^{1/2}]$	۱ تا ۰
۱۰	Phi	$(ad - bc) / [(a + b)(a + c)(b + d)(c + d)^{1/2}]$	۱ تا -۱
۱۱	Ochiai	$a / [(a + b)(a + c)^{1/2}]$	۱ تا ۰
۱۲	PSC	$a^2 / [(b + a)(c + a)]$	۱ تا ۰
۱۳	Dot-product	$a / (b + c + 2a)$	۱ تا ۰
۱۴	Kulczynski	$1/2[a/(a + b) + a/(a + c)]$	۱ تا ۰
۱۵	Sokal and Sneath 2	$a / [a + 2(b + c)]$	۱ تا ۰
۱۶	Sokal and Sneath 4	$1/4[a/(a + b) + a/(a + c) + d/(b + d) + d/(c + d)]$	۱ تا ۰
۱۷	Relative matching	$[a + (ad)^{1/2}] / [a + b + c + d + (ad)^{1/2}]$	۱ تا ۰
۱۸	Chandrasekharan and Rajagopalan	$a / \min[(a + b), (a + c)]$	۱ تا ۰
۱۹	MaxSC	$\max [a/(a + b), a/(a + c)]$	۱ تا ۰
۲۰	Baker and Maropoulos	$a / \max[(a + b), (a + c)]$	۱ تا ۰

a : تعداد قطعاتی که نیاز به هر دو ماشین k و k' دارند

b : تعداد قطعاتی که نیاز به ماشین k دارند ولی نیاز به ماشین k' ندارند

c : تعداد قطعاتی که نیاز به ماشین k' دارند ولی نیاز به ماشین k ندارند

d : تعداد قطعاتی که نیاز به هیچیک از ماشین‌های k و k' ندارند

کمینه کردن هزینه‌های حمل و نقل به عنوان تابع هدف اول، ممکن است که استقلال میان سلول‌ها را کاهش دهد. از اینرو برای حفظ استقلال میان سلول‌ها، لازم است که در تابع هدف

دوم از ضریب تشابهی استفاده شود که مقادیر منفی را نیز دربر بگیرد. با مراجعه به جدول (۱) می‌توان مشاهده نمود که ضرایب تشابه شماره ۲، ۳ و ۱۰ دارای این شرط هستند. از آنجایی که استفاده از ضریب تشابه شماره ۲ توسط یین و یاسودا (۲۰۰۵) توصیه نشده است و ضریب تشابه شماره ۱۰ نیز دارای محاسبات نسبتاً زیادی می‌باشد، ما از ضریب تشابه شماره ۳ استفاده می‌کنیم. بر این اساس، $S_{k,k'}(\rho)$ از طریق رابطه (۱) محاسبه می‌گردد.

$$S_{k,k'}(\rho) = \frac{a_{k,k'}(\rho)d_{k,k'}(\rho) - b_{k,k'}(\rho)c_{k,k'}(\rho)}{a_{k,k'}(\rho)d_{k,k'}(\rho) + b_{k,k'}(\rho)c_{k,k'}(\rho)}, \forall k, k', \quad (1)$$

که در آن عبارات $a_{k,k'}(\rho)$ ، $b_{k,k'}(\rho)$ ، $c_{k,k'}(\rho)$ و $d_{k,k'}(\rho)$ به ترتیب از طریق معادلات (۲) - (۵) بدست می‌آیند.

$$a_{k,k'}(\rho) = \sum_{i=1}^P \text{sgn}(t_{i,\rho(i),k}) \text{sgn}(t_{i,\rho(i),k'}), \forall k, k', \quad (2)$$

$$b_{k,k'}(\rho) = \sum_{i=1}^P \text{sgn}(t_{i,\rho(i),k}) [1 - \text{sgn}(t_{i,\rho(i),k'})], \forall k, k', \quad (3)$$

$$c_{k,k'}(\rho) = \sum_{i=1}^P [1 - \text{sgn}(t_{i,\rho(i),k})] \text{sgn}(t_{i,\rho(i),k'}), \forall k, k', \quad (4)$$

$$d_{k,k'}(\rho) = \sum_{i=1}^P [1 - \text{sgn}(t_{i,\rho(i),k})] [1 - \text{sgn}(t_{i,\rho(i),k'})], \forall k, k'. \quad (5)$$

در معادلات (۲) - (۵)، نماد $\text{Sgn}(\cdot)$ بیانگر تابع علامت است.

مدل ریاضی مسئله

به منظور ساده‌تر بیان کردن مدل مسئله، دو متغیر کمکی $F_{k,k'}^A(\rho)$ و $F_{k,k'}^E(\rho)$ بصورت زیر تعریف می‌شوند.

$$F_{k,k'}^A(\rho) = \sum_{i=1}^P D_i c_{i,k,k'}^A f_{i,\rho(i),k,k'}(|x_k(\pi) - x_{k'}(\pi)| + |y_k(\pi) - y_{k'}(\pi)|), \forall k, k', \quad (6)$$

$$F_{k,k'}^E(\rho) = \sum_{i=1}^P D_i c_{i,k,k'}^E f_{i,\rho(i),k,k'} \left(|x_k(\pi) - x_{k'}(\pi)| + |y_k(\pi) - y_{k'}(\pi)| \right), \forall k, k'. \quad (7)$$

در معادلات (۶) و (۷)، مختصات ماشین‌ها $(x_k(\pi), y_k(\pi))$ بوسیله الگوریتمی که در ضمیمه (۱) ارائه شده است، محاسبه می‌گردند. لازم به ذکر است که در این معادلات از فاصله خطی شکسته^۱ برای محاسبه فواصل بین ماشین‌ها استفاده شده است، با این حال بدون از دست رفتن کلیت مسئله، می‌توان بجای آن از دیگر نرم‌ها، مانند فاصله اقلیدسی^۲ یا مجذور فاصله اقلیدسی^۳ استفاده نمود.

حال براساس توضیحات داده شده، می‌توان مسئله‌ی یکپارچه‌ی تشکیل سلول، چیدمان گروهی و مسیریابی را بصورت برنامه‌ریزی عدد صحیح زیر فرموله نمود:

$$\min_{\{\rho \in P, \pi \in \Pi\}} TH(\rho, \pi) = \sum_{l=1}^L \left(\sum_{k=b_{l-1}+1}^{b_l-1} \sum_{k'=k+1}^{b_l} F_{\pi(k), \pi(k')}^A(\rho) + \sum_{k=b_{l-1}+1}^{b_l} \sum_{k'=1}^{b_{l-1}} F_{\pi(k), \pi(k')}^E(\rho) \right), \quad (8)$$

$$\max_{\{\rho \in P, \pi \in \Pi\}} TS(\rho, \pi) = \sum_{l=1}^L \sum_{k=b_{l-1}+1}^{b_l-1} \sum_{k'=k+1}^{b_l} S_{\pi(k), \pi(k')}(\rho). \quad (9)$$

Subject to:

$$b_0 = 0, \quad (10)$$

$$1 \leq b_1 < \dots < b_L = M, \quad (11)$$

$$b_l - b_{l-1} \leq NM, \forall l, \quad (12)$$

$$1 \leq L \leq C^{\max}, \quad (13)$$

$$\sum_{i=1}^P t_{i,\rho(i),k} \leq A_k, \forall k, \quad (14)$$

$$\rho(i) \in \{1, 2, \dots, R_i\}, \forall i. \quad (15)$$

-
1. Rectilinear distance
 2. Euclidean distance
 3. Euclidean squared distance

در مدل فوق، تابع هدف (۸) مجموع هزینه‌های حمل و نقل درون و برون سلولی را کمینه می‌کند. تابع هدف (۹) مجموع ضرایب تشابه میان ماشین‌های تخصیص یافته به هر سلول را بیشینه می‌کند. محدودیت (۱۰) ایجاب می‌کند که اولین سلول از ابتدای جایگشت π شروع شود. محدودیت (۱۱) اطمینان حاصل می‌کند که به هر سلول حداقل یک ماشین تخصیص داده شود. همچنین این محدودیت ابراز می‌دارد که هر ماشین باید به یک سلول تخصیص داده شود. محدودیت (۱۲) از تخصیص بیش از NM ماشین به هر سلول ممانعت می‌کند. محدودیت (۱۳) بیان می‌کند که حداقل یک سلول و حداکثر C^{\max} سلول می‌تواند تشکیل شود. محدودیت (۱۴) اطمینان حاصل می‌کند که محدودیت ظرفیت ماشین‌ها نقض نشود. در نهایت محدودیت (۱۵) اطمینان حاصل می‌کند که برای هر قطعه یک مسیر از بین مسیرهای موجود انتخاب گردد.

تابع هدف (۸) را می‌توان بصورت ساده‌تری نیز بیان کرد. برای اینکار ابتدا آن را بصورت زیر می‌نویسیم:

$$TH(\rho, \pi) = \sum_{l=1}^L \left(\sum_{k=b_{l-1}+1}^{b_l-1} \sum_{k'=k+1}^{b_l} F_{\pi(k), \pi(k')}^A(\rho) + \sum_{k=b_{l-1}+1}^{b_l} \sum_{k'=1}^{b_{l-1}} F_{\pi(k), \pi(k')}^E(\rho) + \sum_{k=b_{l-1}+1}^{b_l-1} \sum_{k'=k+1}^{b_l} F_{\pi(k), \pi(k')}^E(\rho) - \sum_{k=b_{l-1}+1}^{b_l-1} \sum_{k'=k+1}^{b_l} F_{\pi(k), \pi(k')}^E(\rho) \right). \quad (16)$$

سپس معادله (۱۶) بصورت زیر مرتب می‌شود:

$$TH(\rho, \pi) = \sum_{l=1}^L \sum_{k=b_{l-1}+1}^{b_l} \left(\sum_{k'=1}^{b_{l-1}} F_{\pi(k), \pi(k')}^E(\rho) + \sum_{k'=k+1}^{b_l} F_{\pi(k), \pi(k')}^E(\rho) \right) + \sum_{l=1}^L \sum_{k=b_{l-1}+1}^{b_l-1} \sum_{k'=k+1}^{b_l} \left(F_{\pi(k), \pi(k')}^A(\rho) - F_{\pi(k), \pi(k')}^E(\rho) \right). \quad (17)$$

حال بجای عبارات اول و دوم در معادله (۱۷)، به ترتیب از $\overline{TH}(\rho, \pi)$ و $TH'(\rho, \pi)$ استفاده می‌کنیم. در نتیجه داریم $TH(\rho, \pi) = \overline{TH}(\rho, \pi) + TH'(\rho, \pi)$. در معادله (۱۷)

می‌توان نشان داد عبارت اول (که با $\overline{TH}(\rho, \pi)$ نشان داده شد) مستقل از b_l است. برای این کار می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \overline{TH}(\rho, \pi) &= \sum_{l=1}^L \sum_{k=b_{l-1}+1}^{b_l} \left(\sum_{k'=1}^{b_{l-1}} F_{\pi(k), \pi(k')}^E(\rho) + \sum_{k'=k+1}^{b_l} F_{\pi(k), \pi(k')}^E(\rho) \right) \\ &= \sum_{k=1}^{b_1} \sum_{k'=1}^0 F_{\pi(k), \pi(k')}^E(\rho) + \sum_{k=1}^{b_1} \sum_{k'=k+1}^{b_1} F_{\pi(k), \pi(k')}^E(\rho) + \dots \\ &\quad + \sum_{k=b_{L-1}+1}^M \sum_{k'=1}^{b_{L-1}} F_{\pi(k), \pi(k')}^E(\rho) + \sum_{k=b_{L-1}+1}^M \sum_{k'=k+1}^M F_{\pi(k), \pi(k')}^E(\rho) \\ &= \sum_{k=1}^{M-1} \sum_{k'=k+1}^M F_{\pi(k), \pi(k')}^E(\rho). \end{aligned} \quad (18)$$

همانطور که در معادله (۱۸) ملاحظه می‌شود، $\overline{TH}(\rho, \pi)$ مستقل از b_l است و در نتیجه مقدار ثابتی خواهد بود. بنابراین مجموع هزینه‌های حمل و نقل یعنی $TH(\rho, \pi)$ را می‌توان بصورت معادله (۱۹) نوشت.

$$\begin{aligned} TH(\rho, \pi) &= \overline{TH}(\rho, \pi) + TH'(\rho, \pi) = \sum_{k=1}^{M-1} \sum_{k'=k+1}^M F_{\pi(k), \pi(k')}^E(\rho) \\ &\quad + \sum_{l=1}^L \sum_{k=b_{l-1}+1}^{b_l-1} \sum_{k'=k+1}^{b_l} \left(F_{\pi(k), \pi(k')}^A(\rho) - F_{\pi(k), \pi(k')}^E(\rho) \right). \end{aligned} \quad (19)$$

رویکرد میانگین وزنی استاندارد شده برای ترکیب اهداف

از آنجایی که در ادامه این تحقیق از برنامه‌ریزی پویا برای حل بخشی از مسئله استفاده خواهد شد، یک رویکرد میانگین وزنی استاندارد شده برای ترکیب توابع هدف پیشنهاد می‌گردد. فرض کنید Ω نشان دهنده مجموعه‌ی محدودیت‌های (۱۰)–(۱۳)، و Ω' بیانگر محدودیت‌های (۱۴) و (۱۵)

باشند. بر این اساس، می‌توان مسئله را بصورت مدل تک‌هدفه زیر بیان نمود:

$$\min_{\substack{\{\rho \in P, \pi \in \Pi\} \\ \{\Omega, \Omega'\}}} TC(\rho, \pi) = \alpha \left(\frac{TH(\rho, \pi) - TH_L}{TH_U - TH_L} \right) + (1 - \alpha) \left(\frac{TS_U - TS(\rho, \pi)}{TS_U - TS_L} \right), \quad (20)$$

که در آن α وزن نسبی تابع هدف اول نسبت به تابع هدف دوم است ($0 \leq \alpha \leq 1$). همچنین، TH_U و TH_L به ترتیب حدود بالا و پایین برای هزینه‌های حمل و نقل، و TS_U و TS_L به ترتیب حدود بالا و پایین برای مجموع ضرایب تشابه میان ماشین‌ها می‌باشند. برای پیدا کردن مقادیر TH_L و TS_L می‌توان یک مسئله با تابع هدف میانگین وزنی ساده بصورت

$$\min_{\substack{\{\rho \in P, \pi \in \Pi\} \\ \{\Omega, \Omega'\}}} TH(\rho, \pi) - \varepsilon \times TS(\rho, \pi)$$

حل نمود، که در آن ε یک عدد مثبت نسبتاً کوچک است. فرض کنیم جواب‌های بهینه حاصل از حل این مدل TH_1^* و TS_1^* نامیده شوند، در آن صورت می‌توان قرار داد $TH_L = TH_1^*$ و $TS_L = TS_1^*$. بطور مشابه، می‌توان مقادیر TH_U و TS_U را با حل مسئله $\min_{\substack{\{\rho \in P, \pi \in \Pi\} \\ \{\Omega, \Omega'\}}} \varepsilon \times TH(\rho, \pi) - TS(\rho, \pi)$ بدست آورد. فرض کنید جواب‌های بهینه حاصل از حل این مسئله نیز با TH_2^* و TS_2^* نشان داده شوند. بنابراین خواهیم داشت: $TH_U = TH_2^*$ و $TS_U = TS_2^*$.

الگوریتم‌های حل

هر دو مسئله تشکیل سلول و چیدمان تسهیلات جزو مسائل NP-Hard هستند (گری و جانسون، ۱۹۷۹). در نتیجه، مسئله‌ی یکپارچه‌ی آنها نیز NP-Hard خواهد بود. علاوه بر این، تابع هدف مسئله، یعنی معادله (۲۰) یک تابع هدف غیرخطی ناهموار^۱ است (بدلیل وجود عبارت‌های قدرمطلق و توابع غیرخطی در محاسبه $TH(\rho, \pi)$ و $TS(\rho, \pi)$). در نتیجه، حل این مسئله بصورت بهینه در زمانی قابل قبول میسر نیست. استفاده از الگوریتم‌های فرا ابتکاری می‌تواند راهکاری مناسب برای حل چنین مسئله‌ای باشد. دو الگوریتم ژنتیک و شبیه‌سازی تبرید جزو پرکاربردترین و موفق‌ترین الگوریتم‌هایی هستند که توسط محققین برای حل مسائل تشکیل سلول و چیدمان تسهیلات بکار رفته است؛ برای نمونه مراجع (چیانگ و لی، ۲۰۰۴؛ چان و همکاران، ۲۰۰۶؛ وو و همکاران، ۲۰۰۷؛ وو و همکاران، ۲۰۰۹؛ محمدی و فرقانی، ۲۰۱۴؛ زب و همکاران، ۲۰۱۶) ملاحظه شوند. در این قسمت سه الگوریتم متفاوت

بر اساس این دو الگوریتم برای حل مسئله پیشنهاد می‌شود. در تمامی این الگوریتم‌ها از برنامه‌ریزی پویا برای حل قسمتی از مسئله استفاده می‌گردد. جزئیات مربوط به این سه روش، در قسمت‌های زیر ارائه می‌شود.

برنامه‌ریزی پویا

مطابق با مسئله ارائه شده در بخش "مدل ریاضی مسئله"، متغیرهای تصمیم اصلی مسئله شامل π (جایگشت یا همان توالی چیدمان ماشین‌ها)، ρ (مسیرهای انتخاب شده برای قطعات) و b_i ها (تخصیص ماشین‌ها به سلول‌ها) می‌باشند. فرض کنید (π, ρ) بخشی از یک جواب موجه باشند. در اینصورت نشان داده می‌شود که b_i ها را می‌توان با استفاده از برنامه‌ریزی پویا بصورت بهینه بدست آورد. در واقع می‌توان از برنامه‌ریزی پویا برای بخش‌بندی جایگشت π به حداکثر C^{\max} سلول استفاده کرد. برای این منظور، فرض کنید دو پارامتر α_1 و α_2 بصورت زیر تعریف شوند:

$$\alpha_1 = \frac{\alpha}{TH_U - TH_L}, \quad (21)$$

$$\alpha_2 = \frac{1 - \alpha}{TS_U - TS_L}. \quad (22)$$

بر این اساس، معادله (۲۰) را می‌توان بصورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} \min_{\substack{\{\rho \in P, \pi \in \Pi\} \\ \{\Omega, \Omega'\}}} TC(\rho, \pi) &\equiv \min_{\substack{\{\rho \in P, \pi \in \Pi\} \\ \{\Omega'\}}} \left\{ \alpha_1 \left(\overline{TH}(\rho, \pi) - TH_L \right) + \alpha_2 TS_U \right. \\ &\left. + \min_{\{\Omega\}} \left\{ -(\alpha_1 TH'(\rho, \pi) + \alpha_2 TS(\rho, \pi)) \right\} \right\}. \quad (23) \end{aligned}$$

از آنجایی که $\min(-z) = -\max z$ ، پس داریم:

$$\begin{aligned} \min_{\substack{\{\rho \in P, \pi \in \Pi\} \\ \{\Omega, \Omega'\}}} TC(\rho, \pi) &\equiv \min_{\substack{\{\rho \in P, \pi \in \Pi\} \\ \{\Omega'\}}} \left\{ \alpha_1 \left(\overline{TH}(\rho, \pi) - TH_L \right) + \alpha_2 TS_U \right. \\ &\left. - \max_{\{\Omega\}} \left\{ \alpha_1 TH'(\rho, \pi) + \alpha_2 TS(\rho, \pi) \right\} \right\}. \quad (24) \end{aligned}$$

در نهایت معادله (۲۴) بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$\min_{\substack{\{\rho \in P, \pi \in \Pi\} \\ \{\Omega, \Omega'\}}} TC(\rho, \pi) \equiv \min_{\substack{\{\rho \in P, \pi \in \Pi\} \\ \{\Omega'\}}} \left\{ \alpha_1 (\overline{TH}(\rho, \pi) - TH_L) + \alpha_2 TS_U - \psi^*(\rho, \pi) \right\}, \quad (25)$$

که در آن $\Psi^*(\rho, \pi)$ جواب بهینه مسئله زیر است.

$$\Psi^*(\rho, \pi) = \max_{\{\Omega\}} \sum_{l=1}^L \sum_{k=b_{l-1}+1}^{b_l-1} \sum_{k'=k+1}^{b_l} \left[\alpha_1 (F_{\pi(k), \pi(k')}^E(\rho) - F_{\pi(k), \pi(k')}^A(\rho)) + \alpha_2 S_{\pi(k), \pi(k')}(\rho) \right]. \quad (26)$$

حال مسئله ارائه شده در رابطه (۲۶) را می توان در C^{\max} مرحله توسط برنامه ریزی پویای رو به جلو حل نمود. فرض کنید $g_l(b_l, b'_l)$ مقدار تابع هدف را در مرحله l ، و قتیکه جایگشت π از نقطه $b_l + 1$ تا b'_l بخش بندی می شود، نشان بدهد. همچنین فرض کنید که $g_l^*(b_l)$ بیانگر مقدار بهینه تابع هدف در مرحله l ، و قتیکه بخش بندی جایگشت π از نقطه $b_l + 1$ شروع می شود، باشد. بنابراین رابطه بازگشتی (مربوط به برنامه ریزی پویای رو به جلو) در مرحله l بصورت زیر خواهد بود:

$$g(b_l, b'_l) = g_{l-1}^*(b_l) + \sum_{k=b_l+1}^{b'_l-1} \sum_{k'=k+1}^{b'_l} \left[\alpha_1 (F_{\pi(k), \pi(k')}^E(\rho) - F_{\pi(k), \pi(k')}^A(\rho)) + \alpha_2 S_{\pi(k), \pi(k')}(\rho) \right], \quad (27)$$

که در آن $g_0^*(b_1 = 0) = 0$ و $g_l^*(b'_l) = \max_{b_l} \{g_l(b_l, b'_l)\}$ همچنین برای ممانعت از ایجاد جواب های ناموجه، لازم است که در مرحله l محدودیت های (۲۸) و (۲۹) در نظر گرفته شوند.

$$\max\{l, M - (C^{\max} - l)NM\} \leq b'_l \leq \min\{M, l \times NM\}, \forall l = 1, \dots, C^{\max}, \quad (28)$$

$$\max\{l-1, M - (C^{\max} - l + 1)NM, b'_l - NM\} \leq b_l \leq \min\{M, (l-1) \times NM, b'_l - 1\}, \forall l = 1, \dots, C^{\max}. \quad (29)$$

لازم به ذکر است که در آخرین مرحله، جایگشت π دقیقاً به C^{\max} سلول بخش بندی می شود. بنابراین مقدار $\Psi^*(\rho, \pi)$ به همراه تعداد بهینه سلول ها، یعنی $L^*(\rho, \pi)$ ، به ترتیب از طریق روابط (۳۰) و (۳۱) بدست می آیند.

$$\Psi^*(\rho, \pi) = \max_{\{l|b_l=M\}} \{g_l^*(b_l)\}, \quad (30)$$

$$L^*(\rho, \pi) = \arg \max_{\{l|b_l=M\}} \{g_l^*(b_l)\}. \quad (31)$$

در نهایت مقدار تابع هدف به ازای ρ و π مشخص از طریق رابطه (۳۲) محاسبه می‌گردد.

$$TC(\rho, \pi) = \alpha_1 \left(\sum_{k=1}^{M-1} \sum_{k'=k+1}^M F_{\pi(k), \pi(k')}^E(\rho) - TH_L \right) + \alpha_2 TS_U - \Psi^*(\rho, \pi). \quad (32)$$

الگوریتم‌های حل

در این قسمت جزئیات سه الگوریتم در نظر گرفته شده برای حل مسئله، ارائه می‌شود. در هر سه الگوریتم از رویکردی یکسان برای کد کردن جواب‌ها استفاده می‌گردد. در این رویکرد، هر جواب بوسیله دو بخش نشان داده می‌شود. بخش اول بیانگر مسیرهای انتخاب شده برای قطعات (یعنی ρ)، و بخش دوم بیانگر توالی چیدمات ماشین‌ها (یعنی π) است. میزان برآزش هر جواب که با $\text{Fit}(\rho, \pi)$ نشان داده می‌شود، از طریق رابطه (۳۳) محاسبه می‌گردد.

$$\text{Fit}(\rho, \pi) = TC(\rho, \pi) + \beta \sum_{k=1}^M \max \left\{ 0, \sum_{i=1}^P t_{i, \rho(i), k} - A_k \right\}. \quad (33)$$

در رابطه (۳۳) مقدار $TC(\rho, \pi)$ از طریق رابطه (۳۲) محاسبه می‌گردد. پارامتر β نیز ضریب جریمه‌ای است که در صورت تجاوز از محدودیت ظرفیت ماشین‌ها، در نظر گرفته می‌شود.

عملگرهای جهشی که در این سه الگوریتم مورد استفاده قرار می‌گیرند عبارتند از:

- عملگر تغییر: براساس این عملگر مسیر تولیدی انتخاب شده برای یک قطعه بصورت تصادفی تغییر داده می‌شود.
- عملگر انتقال: مطابق با این عملگر، یک ماشین بصورت تصادفی انتخاب شده، و به یک مکان تصادفی در جایگشت π منتقل می‌گردد.
- عملگر جابجایی: براساس این عملگر، توالی دو ماشین که بصورت تصادفی در جایگشت π انتخاب شده‌اند، جابجا می‌گردد.

- عملگر معکوس: براساس این عملگر دو نقطه بصورت تصادفی روی جایگشت π انتخاب می‌شوند و توالی ماشین‌های قرار گرفته بین آن دو نقطه معکوس می‌گردد. حال براساس توضیحات داده شده در قسمت فوق به شرح هر یک از الگوریتم‌ها می‌پردازیم.
- الگوریتم اول (الگوریتم ژنتیک یا GA)**
- گام ۱- یک جمعیت اولیه متشکل از N^{Pop} کروموزوم بصورت تصادفی تولید، و برازش هر کروموزوم را محاسبه کن. برو به گام ۲.
- گام ۲- بهترین جواب در جمعیت را در (ρ^*, π^*) قرار بده. همچنین قرار بده $m \leftarrow 0$. برو به گام ۳.
- گام ۳- اگر $m \leq I^{max}$ برو به گام ۴؛ در غیر اینصورت، توقف کن.
- گام ۴- قرار بده $m \leftarrow m + 1$. برو به گام ۵.
- گام ۵- اگر تعداد کروموزوم‌ها در جمعیت جدید کمتر از N^{Pop} است، برو به گام ۶؛ در غیر اینصورت برو به گام ۱۰.
- گام ۶- دو والد براساس عملگر انتخاب چرخ رولت رتبه‌ای انتخاب کن. برو به گام ۷.
- گام ۷- با احتمال P^{Cr} عملگر تقاطع دو نقطه‌ای PMX را روی بخش π ، و عملگر تقاطع تک نقطه‌ای را روی بخش ρ از دو والد انجام بده تا منجر به تولید دو کروموزوم جدید شود. برو به گام ۸.
- گام ۸- بصورت مستقل روی هر کروموزوم جدید، به ازای هر ماشین با احتمال P^{Mu} یکی از عملگرهای جهش انتقال، جابجایی یا معکوس را بصورت تصادفی روی بخش π انجام بده. همچنین عملگر جهش تغییر را با احتمال P^{Mu} به ازای هر قطعه روی بخش ρ انجام بده. برو به گام ۹.
- گام ۹- برازش دو کروموزوم جدید را محاسبه، و آنها را به جمعیت جدید اضافه کن. برو به گام ۵.
- گام ۱۰- اگر برازش بهترین جواب در جمعیت کمتر از $Fit(\rho^*, \pi^*)$ است، آن را در (ρ^*, π^*) قرار بده و همچنین قرار بده $m \leftarrow 0$. برو به گام ۳.

الگوریتم دوم (الگوریتم شبیه‌سازی تبرید یا SA)

گام ۱-دمای اولیه T_0 را براساس رابطه (۳۴) حساب کن و قرار بده $T = T_0$. برو به گام ۲.

$$T_0 = \frac{\sum_{n=1}^{100} |\text{Fit}(\rho_n^1, \pi_n^1) - \text{Fit}(\rho_n^2, \pi_n^2)|}{-100 \times \ln(0.95)}, \quad (34)$$

که در آن (ρ_n^1, π_n^1) و (ρ_n^2, π_n^2) دو جواب هستند که بصورت تصادفی در تکرار n ام ایجاد شده‌اند.

گام ۲-جواب (ρ^1, π^1) را بصورت تصادفی ایجاد کن و قرار بده $(\rho^1, \pi^1) \leftarrow (\rho^*, \pi^*)$. برو به گام ۳.

گام ۳-قرار بده $m \leftarrow 0$ و $n \leftarrow 0$. برو به گام ۴.

گام ۴-قرار بده $T \leftarrow \theta \times T$. برو به گام ۵.

گام ۵-اگر $n \leq N$ و $m \leq I^{\max}$ ، برو به گام ۶؛ اگر $n > N$ و $m \leq I^{\max}$ ، برو به گام ۴؛ در غیر اینصورت، توقف کن.

گام ۶-قرار بده $(\rho^1, \pi^1) \leftarrow (\rho^2, \pi^2)$ و $m \leftarrow m + 1$. برو به گام ۷.

گام ۷-یکی از عملگرهای جهش انتقال، جابجایی و معکوس را بصورت تصادفی انتخاب، و روی π^2 اعمال کن و این کار را بصورت تصادفی یک یا دو بار تکرار کن. همچنین عملگر جهش تغییر را با احتمال P^{Mut} به ازای هر قطعه روی ρ^2 انجام بده. برو به گام ۸.

گام ۸-قرار بده $\Delta \leftarrow \text{Fit}(\rho^2, \pi^2) - \text{Fit}(\rho^1, \pi^1)$. برو به گام ۹.

گام ۹-اگر $\Delta < 0$ یا $r \leq e^{-\Delta/T}$ (که در آن r یک عدد تصادفی بین صفر و یک است)، برو به گام ۱۰؛ در غیر اینصورت برو به گام ۵.

گام ۱۰-قرار بده $(\rho^1, \pi^1) \leftarrow (\rho^2, \pi^2)$ و $n \leftarrow n + 1$. برو به گام ۱۱.

گام ۱۱-اگر $\text{Fit}(\rho^1, \pi^1) < \text{Fit}(\rho^*, \pi^*)$ ، برو به گام ۱۲؛ در غیر اینصورت برو به گام ۵.

گام ۱۲-قرار بده $(\rho^1, \pi^1) \leftarrow (\rho^*, \pi^*)$ و $m \leftarrow 0$. برو به گام ۵.

الگوریتم سوم (الگوریتم ترکیبی ژنتیک و شبیه‌سازی تبرید یا GA-SA)

- گام ۱- دمای اولیه T_0 را براساس رابطه (۳۴) حساب کن و قرار بده $T = T_0$. برو به گام ۲.
- گام ۲- یک جمعیت اولیه متشکل از N^{Pop} کروموزوم بصورت تصادفی تولید، و برازش هر کروموزوم را محاسبه کن. برو به گام ۳.
- گام ۳- بهترین جواب در جمعیت را در (ρ^*, π^*) قرار بده. همچنین قرار بده $m \leftarrow 0$ و $n \leftarrow 0$. برو به گام ۴.
- گام ۴- قرار بده $T \leftarrow \theta \times T$. برو به گام ۵.
- گام ۵- اگر $n \leq N$ و $m \leq I^{max}$ ، برو به گام ۶؛ اگر $n > N$ و $m \leq I^{max}$ ، برو به گام ۴؛ در غیر اینصورت، توقف کن.
- گام ۶- دو والد براساس عملگر انتخاب چرخ رولت رتبه‌ای انتخاب کن و قرار بده $m \leftarrow m + 1$. برو به گام ۷.
- گام ۷- با احتمال P^{Cr} عملگر تقاطع دو نقطه‌ای **PMX** را روی بخش π ، و عملگر تقاطع تک نقطه‌ای را روی بخش ρ از دو والد اعمال کن تا منجر به تولید دو کروموزوم جدید (ρ^1, π^1) و (ρ^2, π^2) شود. برو به گام ۸.
- گام ۸- یکی از عملگرهای جهش انتقال، جابجایی و معکوس را بصورت تصادفی انتخاب و روی π^1 اعمال کن و این کار را بصورت تصادفی یک یا دو بار تکرار کن. همچنین عملگر جهش تغییر را با احتمال P^{Mu} به ازای هر قطعه روی ρ^1 انجام بده. همین فرایندها را بر روی ρ^2 و π^2 نیز اعمال کن. برو به گام ۹.
- گام ۹- بدترین جواب در جمعیت را انتخاب کن و آن را با (ρ^W, π^W) نشان بده. برو به گام ۱۰.
- گام ۱۰- قرار بده $\Delta \leftarrow \text{Fit}(\rho^1, \pi^1) - \text{Fit}(\rho^W, \pi^W)$. برو به گام ۱۱.

- گام ۱۱- اگر $\Delta < 0$ یا $r \leq e^{-\Delta/T}$ (که در آن r یک عدد تصادفی بین صفر و یک است)، برو به گام ۱۲؛ در غیر اینصورت برو به گام ۱۵.
- گام ۱۲- قرار بده $(\rho^1, \pi^1) \leftarrow (\rho^W, \pi^W)$ و $n \leftarrow n + 1$. برو به گام ۱۳.
- گام ۱۳- اگر $\text{Fit}(\rho^1, \pi^1) < \text{Fit}(\rho^*, \pi^*)$ ، برو به گام ۱۴؛ در غیر اینصورت برو به گام ۱۵.
- گام ۱۴- قرار بده $(\rho^1, \pi^1) \leftarrow (\rho^*, \pi^*)$ و $m \leftarrow 0$. برو به گام ۱۵.
- گام ۱۵- بدترین جواب در جمعیت را انتخاب کن و آن را با (ρ^W, π^W) نشان بده. برو به گام ۱۶.
- گام ۱۶- قرار بده $(\rho^2, \pi^2) \leftarrow \text{Fit}(\rho^2, \pi^2) - \text{Fit}(\rho^W, \pi^W)$. برو به گام ۱۷.
- گام ۱۷- اگر $\Delta < 0$ یا $r \leq e^{-\Delta/T}$ (که در آن r یک عدد تصادفی بین صفر و یک است)، برو به گام ۱۸؛ در غیر اینصورت برو به گام ۵.
- گام ۱۸- قرار بده $(\rho^2, \pi^2) \leftarrow (\rho^W, \pi^W)$ و $n \leftarrow n + 1$. برو به گام ۱۹.
- گام ۱۹- اگر $\text{Fit}(\rho^2, \pi^2) < \text{Fit}(\rho^*, \pi^*)$ ، برو به گام ۲۰؛ در غیر اینصورت برو به گام ۵.
- گام ۲۰- قرار بده $(\rho^2, \pi^2) \leftarrow (\rho^*, \pi^*)$ و $m \leftarrow 0$. برو به گام ۵.

محاسبات عددی

سه الگوریتم شرح داده شده، توسط نرم افزار برنامه‌نویسی Delphi XE7 در قالب یک برنامه کامپیوتری قابل اجرا روی سیستم عامل ویندوز، کد شدند. در این قسمت بعد از تنظیم پارامترهای هر الگوریتم، با حل مثالهایی عددی از ادبیات موضوع، به مقایسه آنها می‌پردازیم. همچنین با استفاده از همین مثال‌ها، مقایسه‌ای بین چیدمان مارپیچی و چیدمان خطی چند-سطری صورت می‌پذیرد. لازم به ذکر است که کلیه محاسبات روی یک کامپیوتر شخصی با سرعت پردازنده ۲٫۴ گیگاهرتز و حافظه موقت ۲ گیگابایت انجام می‌شود.

تنظیم پارامترها

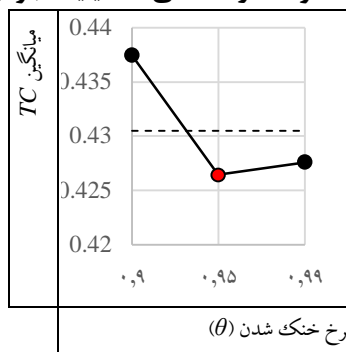
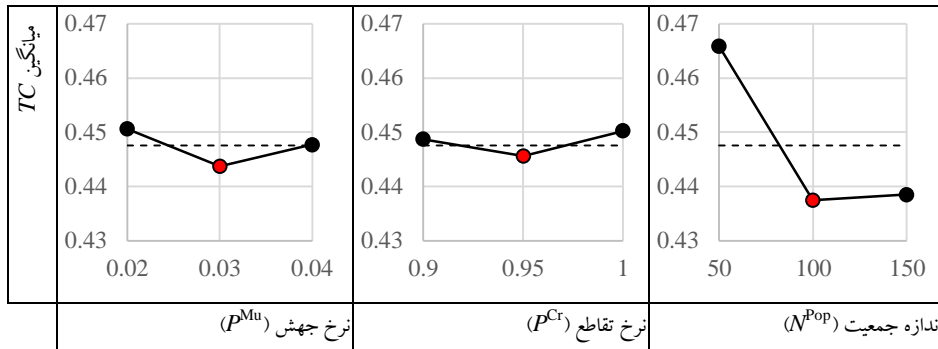
از آنجایی که عملکرد هر دو الگوریتم ژنتیک و شبیه‌سازی تبرید بطور قابل توجهی تحت تأثیر مقادیر پارامترهایشان است، لازم است تا با انجام آزمایشات عددی، مقدار مناسب آنها تعیین گردد. در این راستا، بعد از انجام آزمایشات اولیه، برای هر پارامتر یک سری مقادیر کاندید در نظر گرفته شده است که در جدول (۲) قابل مشاهده می‌باشد. لازم به توضیح است که برای محدود کردن زمان محاسبات هر سه الگوریتم، مقدار پارامتر مربوط به حداکثر تعداد تکرارها یعنی I^{\max} ثابت فرض شد. حال، با حل ۶ مثال عددی (در ابعاد متوسط و بزرگ) نسبت به تعیین مقدار پارامترها اقدام می‌گردد.

جدول (۲): مقادیر کاندید در نظر گرفته شده برای پارامترهای الگوریتم‌های پیشنهادی

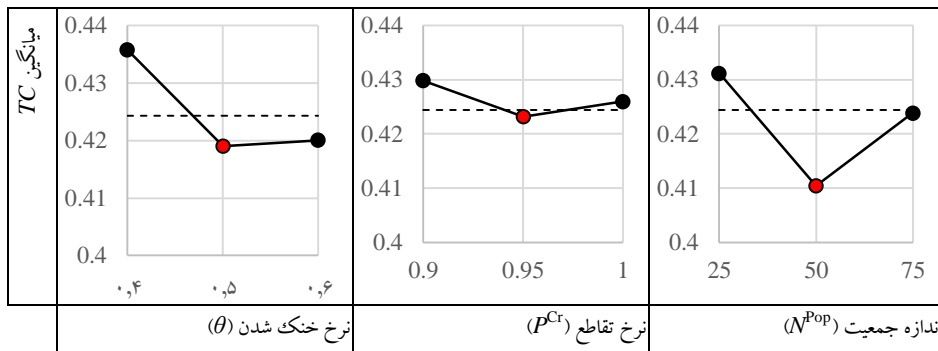
پارامتر	GA	SA	GA-SA
N^{Pop} : اندازه جمعیت	(۱۵۰، ۱۰۰، ۵۰)	-	(۷۵، ۵۰، ۲۵)
I^{\max} : حداکثر تعداد تکرارها*	۵۰	۱۰۰۰۰	۵۰۰۰
θ : نرخ خنک شدن	-	(۰،۹۹، ۰،۹۵، ۰،۹)	(۰،۶، ۰،۵، ۰،۴)
P^{Cr} : نرخ تقاطع	(۱، ۰،۹۵، ۰،۹)	-	(۱، ۰،۹۵، ۰،۹)
P^{Mu} : نرخ جهش	(۰،۴، ۰،۳، ۰،۲)	-	-
تعداد ترکیبات مختلف مقادیر پارامترها	۲۷	۳	۲۷

* برای محدود کردن زمان محاسبات مقدار این پارامتر ثابت فرض شده است.

به‌ازای ترکیبات مختلف از مقادیر پارامترها، هر مسئله ۱۰ بار توسط هر الگوریتم حل شد (در کل ۱۶۲۰ آزمایش توسط GA، ۱۸۰ آزمایش توسط SA و ۱۶۲۰ آزمایش توسط GA-SA انجام گردید). در نهایت، کیفیت جواب‌ها توسط ابزار طراحی آزمایشات در نرم‌افزار تحلیل آماری Minitab 16 مورد تحلیل قرار گرفت. نمودار تأثیر هر پارامتر بصورت انفرادی (اثرات اصلی) بر روی کیفیت جواب الگوریتمها در شکل‌های (۲-۴) ارائه شده است. در این شکل‌ها مقدار مناسب هر پارامتر که منجر به بهترین نتیجه می‌شود با رنگ قرمز مشخص شده است. همچنین، خلاصه نتایج شامل مقادیر مناسب برای پارامترهای هر الگوریتم در جدول (۳) گزارش شده است.



شکل (۳): نمودار اثر اصلی در کیفیت جواب SA



جدول (۳): مقادیر انتخاب شده برای پارامترهای الگوریتم‌های پیشنهادی

پارامتر	GA	SA	GA-SA
N^{Pop} : اندازه جمعیت	۱۰۰	-	۵۰
I^{max} : حداکثر تعداد تکرارها	۵۰	۱۰۰۰۰	۵۰۰۰
θ : نرخ خنک شدن	-	۰,۹۵	۰,۵
P^{Cr} : نرخ تقاطع	۰,۹۵	-	۰,۹۵
P^{Mu} : نرخ جهش	۰,۰۳	-	-

مقایسه الگوریتم‌ها

کارایی سه الگوریتم پیشنهادی، توسط هجده مثال عددی انتخاب شده از مرجع (محمدی و فرقانی، ۲۰۱۴) مورد بررسی قرار می‌گیرد. مشخصات مربوط به هر مسئله در جدول (۴) قابل مشاهده است. در این جدول، مجموع تعداد مسیرها برای هر مسئله، در ستون $\sum_i R_i$ نشان داده شده است. مسائل شماره ۳، ۹، ۱۰، ۱۳، ۱۵ و ۱۶ مسائل تک مسیره هستند (زیرا در آنها $P = \sum_i R_i$). این بدان معنی است که برای هر قطعه دقیقاً یک مسیر وجود دارد. مطابق با توضیحات داده شده در بخش "رویکرد میانگین وزنی استاندارد شده برای ترکیب اهداف"، برای محاسبه پارامترهای TH_L و TS_L هر مسئله را ۳۰ بار توسط هر یک از سه الگوریتم حل کردیم، و بهترین نتیجه را (از بین ۹۰ جواب بدست آمده) مدنظر قرار دادیم. پارامترهای TH_U و TS_U نیز به طریق مشابه محاسبه شدند.

جدول (۴): مشخصات مسائل انتخاب شده از (محمدی و فرقانی، ۲۰۱۴)

مسئله شماره	$M \times P$	$\sum_i R_i$	پارامترهای طراحی			حدود بالا و پایین اهداف			
			C^{max}	NM	W	TH_L	TH_U	TS_L	TS_U
۱	7×10	۲۳	۳	۳	۲۰	۲۱۰,۷۸	۲۵۳,۵۰	۱,۶۸	۴,۲۱
۲	8×13	۲۶	۳	۳	۲۰	۱۱۸۱,۶۳	۱۴۱۴,۵۶	۶,۳۷	۶,۷۵
۳	8×20	۲۰	۳	۴	۱۷	۳۴۵۳,۷۵	۳۶۹۱,۲۵	۴,۳۶	۷,۳۹
۴	10×10	۲۴	۳	۴	۲۱	۱۳۳۹,۲۵	۱۸۶۵,۰۶	۱۰,۰۰	۱۲,۰۰
۵	11×10	۲۲	۴	۳	۲۵	۹۷۳,۷۵	۱۱۷۶,۲۵	۴,۷۵	۹,۷۲
۶	12×20	۲۶	۳	۵	۲۸	۶۸۴۸,۴۴	۹۷۲۸,۸۱	-۲,۲۰	۶,۴۸
۷	14×15	۴۵	۳	۵	۲۰	۷۱۰,۰۰	۸۱۷۵,۰۰	۲,۵۵	۱۲,۸۰

۱۸,۱۵	۳,۷۱	۲۲۷,۱۵	۱۹۶,۲۶	۲۲	۶	۳	۲۷	۱۵ × ۱۵	۸
۲۹,۹۰	۲۸,۹۰	۹۱۱۵,۸۹	۹۱۱۴,۸۹	۲۳	۵	۳	۳۰	۱۵ × ۳۰	۹
۲۵,۵۱	۱,۴۱	۸۰۶۰,۰۰	۷۲۳۰,۰۰	۲۳	۷	۳	۳۰	۱۶ × ۳۰	۱۰
۲۸,۴۳	۲۸,۳۵	۷۲۰۸,۶۳	۶۸۹۴,۸۸	۲۹	۵	۴	۶۱	۱۷ × ۳۰	۱۱
۱۲,۴۴	-۱,۶۸	۱۱۴۹۱,۲۵	۱۰۶۹۳,۷۵	۲۳	۷	۳	۵۹	۱۸ × ۳۰	۱۲
۲۴,۵۴	۱۱,۷۱	۵۷۱۰,۰۰	۵۳۴۵,۰۰	۲۵	۵	۵	۲۰	۲۰ × ۲۰	۱۳
۲۹,۹۷	۲۹,۶۸	۳۲۵۵,۰۰	۲۴۳۷,۵۰	۳۵	۵	۵	۵۱	۲۰ × ۲۰	۱۴
۳۴,۱۹	۲۸,۵۹	۷۳۱۷,۰۳	۶۸۲۵,۹۴	۲۲	۵	۷	۴۰	۲۴ × ۴۰	۱۵
۲۴,۷۴	۱۴,۷۳	۱۰۶۶۰,۰۰	۹۶۴۷,۵۰	۳۰	۴	۷	۴۰	۲۵ × ۴۰	۱۶
۴۵,۰۴	۸,۷۲	۱۰۰۱۸,۷۵	۸۲۰۶,۲۵	۴۳	۷	۵	۷۱	۲۶ × ۲۸	۱۷
۶۲,۵۴	۵۸,۰۲	۸۵۶۲,۰۳	۷۰۶۱,۳۰	۴۷	۷	۶	۸۹	۳۰ × ۴۰	۱۸

با فرض $\alpha = 0.5$ و $\beta = 1$ ، هر مسئله ۳۰ بار توسط GA، SA، GA-SA و GA-SA حل شد. خلاصه نتایج شامل میانگین، واریانس، و بهترین مقدار تابع هدف استاندارد شده (یعنی TC) به همراه میانگین زمان محاسبات در جدول (۵) گزارش شده است. مطابق با نتایج ارائه شده در این جدول، GA در ۱۰ مسئله، SA در ۱۱ مسئله و GA-SA در ۱۷ مسئله منجر به بهترین جواب شده‌اند. با مقایسه میانگین جواب‌ها می‌توان مشاهده نمود که در اکثر مسائل GA-SA میانگین کمتری را نسبت به دو الگوریتم دیگر ارائه می‌دهد. در ارتباط با زمانهای حل نیز GA دارای کمترین زمان و GA-SA دارای بیشترین زمان است. با اینحال با در اولویت قرار دادن معیار کیفیت جواب، می‌توان این نتیجه را گرفت که GA-SA نسبت به دو الگوریتم دیگر، از کیفیت جواب بالاتری برخوردار است. کمترین کیفیت جواب نیز مربوط به GA است.

جدول (۵): خلاصه نتایج بدست آمده از سه الگوریتم پیشنهادی

شماره مسئله	GA			SA			GA-SA			بهترین نتیجه در میان سه الگوریتم		
	میانگین	واریانس	زمان	میانگین	واریانس	زمان	میانگین	واریانس	زمان	TH	TS	TC
۱	۰,۳۹۷	۰,۰۶۴	۰,۳۵۸	۰,۳۸۵	۰,۰۵۲	۰,۳۵۸	۰,۳۷۹	۰,۰۴۷	۰,۳۳۴	۲۲۸,۲۵۰	۳,۴۲۹	۰,۳۵۸
۲	۰,۴۰۵	۰,۰۷۵	۰,۳۵۶	۰,۶۶۰	۰,۹۸۲	۰,۳۵۶	۰,۳۷۰	۰,۰۳۷	۰,۳۵۶	۱۱۸۹,۸۷۵	۶,۴۹۲	۰,۳۵۶
۳	۰,۵۰۳	۰,۰۱۶	۰,۵۰۰	۰,۵۰۰	۰,۰۰۰	۰,۵۰۰	۰,۵۰۰	۰,۰۰۰	۰,۵۰۰	۳۴۵۳,۷۵۰	۴,۳۵۷	۰,۵۰۰
۴	۰,۱۶۹	۰,۰۴۸	۰,۱۴۵	۰,۱۲۱	۰,۲۰۶	۰,۱۴۵	۰,۱۷۴	۰,۰۵۹	۰,۱۴۵	۱۴۲۶,۱۲۵	۱۱,۷۵۰	۰,۱۴۵

۰,۲۱۲	۸,۶۹۲	۱۰۱۷,۵۰۰	۰,۵۶۶	۰,۲۱۲	۰,۲۸۵	۰,۴۶۰	۰,۱۷۶	۰,۲۱۲	۰,۲۷۰	۰,۴۷۰	۰,۰۹۶	۰,۲۱۲	۰,۲۶۴	۰,۵۴۶	۵
۰,۱۶۳	۵,۹۱۵	۷۶۰۲,۰۰۰	۰,۹۴۹	۰,۱۶۳	۰,۰۵۹	۰,۲۲۰	۰,۴۴۶	۰,۱۶۳	۰,۰۶۷	۰,۲۲۴	۰,۲۷۲	۰,۱۶۳	۰,۰۷۰	۰,۲۴۷	۶
۰,۲۲۹	۱۰,۷۶۳	۷۳۸۶,۲۵۰	۱,۳۴۵	۰,۲۲۹	۰,۱۶۷	۰,۴۰۴	۰,۷۲۲	۰,۲۴۵	۰,۱۸۴	۰,۴۸۱	۰,۴۱۶	۰,۲۳۸	۰,۲۰۶	۰,۵۱۱	۷
۰,۳۵۱	۱۳,۹۹۱	۲۰۹,۰۲۵	۰,۸۹۷	۰,۳۵۱	۰,۰۹۲	۰,۵۴۶	۰,۷۸۱	۰,۳۵۱	۰,۱۰۲	۰,۵۰۱	۰,۲۵۹	۰,۳۵۱	۰,۱۳۷	۰,۵۶۴	۸
۰,۰۰۰	۲۹,۹۰۲	۹۱۱۴,۸۸۸	۰,۴۲۰	۰,۰۰۰	۰,۰۰۰	۰,۰۰۰	۰,۱۰۰	۰,۰۰۰	۰,۰۰۰	۰,۰۰۰	۰,۰۴۲	۰,۰۰۰	۰,۱۹۲	۰,۰۹۰	۹
۰,۲۹۳	۱۳,۸۹۳	۷۳۱۶,۲۵۰	۰,۴۹۱	۰,۲۹۳	۰,۱۶۴	۰,۴۸۷	۰,۱۸۶	۰,۲۹۳	۰,۱۶۶	۰,۵۰۶	۰,۱۰۷	۰,۲۹۳	۰,۲۴۷	۰,۶۱۴	۱۰
۰,۲۶۳	۲۸,۴۲۲	۷۰۲۹,۸۷۵	۱,۶۷۴	۰,۲۶۳	۰,۳۴۱	۰,۶۵۱	۱,۵۰۹	۰,۲۶۳	۰,۳۱۷	۰,۶۳۶	۰,۵۴۶	۰,۲۶۳	۰,۴۰۲	۰,۷۹۸	۱۱
۰,۳۱۴	۷,۰۳۶	۱۰۸۸۸,۷۵۰	۲,۵۴۸	۰,۳۱۴	۰,۲۴۴	۰,۷۴۱	۲,۷۷۵	۰,۴۳۶	۰,۲۱۰	۰,۷۶۸	۰,۷۲۱	۰,۴۹۰	۰,۳۰۰	۰,۹۹۹	۱۲
۰,۲۳۱	۲۲,۷۰۵	۵۴۶۱,۲۵۰	۰,۳۲۸	۰,۲۳۱	۰,۴۳۸	۰,۹۱۳	۰,۲۲۳	۰,۴۰۴	۰,۴۵۳	۱,۰۰۸	۰,۰۸۹	۰,۴۹۱	۰,۵۸۰	۱,۵۵۳	۱۳
۰,۳۶۸	۲۹,۷۹۷	۲۵۶۳,۷۵۰	۲,۸۱۱	۰,۳۶۸	۱,۰۱۵	۰,۹۹۹	۱,۴۱۵	۰,۳۶۸	۱,۲۳۹	۱,۴۶۲	۰,۵۵۴	۰,۴۰۹	۱,۳۸۲	۱,۷۶۱	۱۴
۰,۱۶۹	۳۲,۵۹۳	۶۸۵۱,۹۳۸	۰,۵۸۵	۰,۱۶۹	۰,۵۹۴	۰,۷۹۱	۰,۴۳۹	۰,۲۹۰	۰,۵۲۱	۰,۹۲۵	۰,۱۷۵	۰,۳۳۰	۱,۳۵۴	۱,۴۹۲	۱۵
۰,۲۵۰	۲۲,۹۰۲	۹۹۶۷,۵۰۰	۰,۳۸۱	۰,۲۵۰	۰,۲۸۹	۰,۶۸۲	۰,۳۲۹	۰,۲۸۰	۰,۲۸۹	۰,۶۷۳	۰,۱۱۷	۰,۳۲۹	۰,۴۰۰	۱,۰۶۸	۱۶
۰,۳۱۲	۲۷,۸۳۸	۸۴۷۸,۷۵۰	۶,۸۷۹	۰,۳۱۲	۰,۲۱۴	۰,۶۴۰	۵,۴۲۳	۰,۳۸۹	۰,۱۹۰	۰,۶۹۵	۱,۶۶۱	۰,۳۴۱	۰,۲۴۲	۱,۰۱۶	۱۷
۰,۰۵۴	۶۲,۲۴۴	۷۱۲۵,۲۳۸	۲۰,۷۹۸	۰,۰۵۴	۰,۱۹۶	۰,۲۴۱	۱۰,۲۲۶	۰,۰۷۰	۰,۴۶۹	۰,۴۷۷	۵,۶۱۹	۰,۰۹۰	۰,۶۲۵	۰,۶۸۰	۱۸

مقایسه چیدمان مارپیچی با چیدمان خطی چند-سطری

در این بخش، رویکردی که برای چیدمان تولید سلولی ارائه شد (یعنی چیدمان مارپیچی)، با رویکرد ارائه شده توسط محمدی و فرقانی (۲۰۱۴) (یعنی چیدمان خطی چند-سطری)، مقایسه می‌گردد. در رویکرد آنها، سلول‌ها با رعایت فاصله بین سلولی، به ترتیب از پایین به بالا چیده می‌شوند. همچنین ماشین‌های تخصیص داده شده به هر سلول با رعایت حداقل فاصله، بصورت خطی درون سلول مربوطه قرار می‌گیرند. از آنجایی که مسئله ارائه شده در تحقیق محمدی و فرقانی (۲۰۱۴) یک مسئله تک هدفه با تابع هدف کمینه‌سازی هزینه‌های حمل-ونقل است، در این مقایسه، از هدف دوم یعنی مجموع ضرایب تشابه بین ماشین‌ها صرف نظر می‌گردد. در نتیجه، کفایت تا نتایج گزارش شده در (محمدی و فرقانی، ۲۰۱۴) را با حد پایین هزینه‌های حمل و نقل که در بخش قبل محاسبه شده بود (جدول (۴)، ستون TH_L ملاحظه گردد)، مقایسه کنیم.

خلاصه‌ای از نتایج این مقایسه در جدول (۶) ارائه شده است. در این جدول، میزان بهبود در هزینه‌های حمل و نقل از رابطه $(TH^{Lit} - TH_L) / TH^{Lit} \times 100$ محاسبه شده است، که در

آن TH^{Lit} مقدار هزینه حمل و نقل گزارش شده توسط محمدی و فرقانی (۲۰۱۴) می‌باشد. همانطور که در جدول (۶) ملاحظه می‌گردد، بغیر از دو مورد، یعنی مسائل شماره ۹ و ۱۱، در بقیه موارد استفاده از چیدمان مارپیچی منجر به جواب بهتری نسبت به چیدمان خطی چند-سطری شده است. بیشترین میزان بهبود در هزینه‌های حمل و نقل، در مسئله شماره ۱۳، با کاهش حدود ۸,۲۴٪ رخ داده است. لازم به ذکر است که در آن دو موردی که بهبودی در هزینه‌های حمل و نقل حاصل نشده، میزان افزایش در هزینه‌های حمل و نقل ناچیز بوده و در بدترین حالت، یعنی مسئله شماره ۱۱، حدود ۰,۶٪ است.

جدول (۶): مقایسه چیدمان مارپیچی با چیدمان خطی چند-سطری

شماره مسئله	TH_L	TH^{Lit*}	درصد بهبود
۱	۲۱۰,۷۷۵	۲۱۸,۵۱۳	۳,۵۴۱
۲	۱۱۸۱,۶۲۵	۱۲۰۱,۱۳۰	۱,۶۲۴
۳	۳۴۵۳,۷۵۰	۳۴۶۱,۲۵۰	۰,۲۱۷
۴	۱۳۳۹,۲۵۰	۱۳۸۵,۳۷۵	۳,۳۲۹
۵	۹۷۳,۷۵۰	۱۰۲۲,۵۰۰	۴,۷۶۸
۶	۶۸۴۸,۴۳۸	۷۴۴۲,۶۹۰	۷,۹۸۴
۷	۷۱۱۰,۰۰۰	۷۳۱۱,۲۵۰	۲,۷۵۳
۸	۱۹۶,۲۶۳	۲۰۱,۹۵۰	۲,۸۱۶
۹	۹۱۱۴,۸۸۸	۹۱۱۱,۲۹۰	-۰,۰۳۹
۱۰	۷۲۳۰,۰۰۰	۷۷۳۱,۲۵۰	۶,۴۸۳
۱۱	۶۸۹۴,۸۷۵	۶۸۵۶,۵۶۰	-۰,۵۵۹
۱۲	۱۰۶۹۳,۷۵۰	۱۰۸۶۶,۲۵۰	۱,۵۸۷
۱۳	۵۳۴۵,۰۰۰	۵۸۲۵,۰۰۰	۸,۲۴۰
۱۴	۲۴۳۷,۵۰۰	۲۴۸۲,۵۰۰	۱,۸۱۳
۱۵	۶۸۲۵,۹۳۸	۷۰۹۲,۹۳۰	۳,۷۶۴
۱۶	۹۶۴۷,۵۰۰	۱۰۴۵۵,۰۰۰	۷,۷۲۴
۱۷	۸۲۰۶,۲۵۰	۸۲۳۳,۷۵۰	۰,۳۳۴
۱۸	۷۰۶۱,۳۰۰	۷۱۳۰,۶۵۰	۰,۹۷۳

* هزینه حمل و نقل گزارش شده در مرجع (محمدی و فرقانی، ۲۰۱۴)

جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این مقاله یک رویکرد یکپارچه برای حل مسائل تشکیل سلول، چیدمان گروهی و مسیریابی ارائه شد. در این رویکرد، با در نظر گرفتن ابعاد ماشین‌آلات، پهنای راهروها و حداکثر طول مجاز برای قرار گرفتن ماشین‌ها بصورت طولی، از یک چیدمان مارپیچی جدید برای طراحی سیستم تولید سلولی استفاده شد. برای کاربردی‌تر ساختن مسئله، پارامترهایی نظیر تقاضای قطعات، توالی عملیات، زمانهای پردازش و ظرفیت ماشین‌آلات، در مدل‌سازی مسئله مدنظر قرار گرفتند. مسئله بصورت یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح، با دو هدف کمینه‌سازی هزینه‌های حمل‌ونقل، و بیشینه‌سازی تشابهات میان ماشین‌ها فرموله شد. بدلیل NP-Hard بودن مسئله، سه الگوریتم فرا ابتکاری با نامهای GA، SA، GA-SA برای حل آن پیشنهاد گردید. در این الگوریتم‌ها از برنامه‌ریزی پویا برای حل قسمتی از مسئله و محاسبه میزان برازش جواب، استفاده شد. بعد از تنظیم پارامترهای هر الگوریتم، با حل ۱۸ مثال عددی از ادبیات موضوع، کارایی آنها مورد ارزیابی قرار گرفت. مطابق با نتایج GA-SA بهترین الگوریتم و GA بدترین الگوریتم از نظر کیفیت جواب بودند. در نهایت، بوسیله همین ۱۸ مسئله، مقایسه‌ای بین چیدمان مارپیچی ارائه شده در این تحقیق و چیدمانی خطی چند-سطری که توسط محمدی و فرقانی (۲۰۱۴) ارائه شده بود، صورت گرفت. نتایج نشان دادند که بغیر از دو مورد، در بقیه موارد استفاده از چیدمان مارپیچی منجر به جواب بهتری نسبت به چیدمان خطی چند-سطری شده است. بیشترین میزان بهبود در هزینه‌های حمل‌ونقل، چیزی حدود ۸,۲۴٪ بود. در آن دو موردی هم که بهبودی در هزینه‌های حمل‌ونقل حاصل نشده بود، میزان افزایش در هزینه‌های حمل‌ونقل ناچیز بوده و در بدترین حالت، چیزی حدود ۰,۶٪ بود. بر این اساس، نتیجه گرفته می‌شود که استفاده از رویکرد چیدمان مارپیچی می‌تواند گزینه مناسبی در طراحی چیدمان سیستم تولید سلولی باشد.

در انتهای این تحقیق موارد زیر برای مطالعات آتی پیشنهاد می‌گردد:

- یکپارچه‌سازی مسئله پیشنهادی با مسئله زمانبندی گروهی و برنامه‌ریزی تولید.

- در نظر گرفتن قابلیت اطمینان ماشین‌آلات و هزینه‌های خرابی آنها در مسئله پیشنهادی.
- بررسی مسئله در شرایط غیرقطعی و یا با افق برنامه‌ریزی چند دوره‌ای.

تقدیر و تشکر

این تحقیق تحت حمایت مالی معاونت پژوهشی دانشگاه خوارزمی، در قالب یک طرح تحقیقاتی به شماره ۴/۲۷۵۷ انجام شده است. بدین وسیله از معاونت پژوهشی مربوطه تشکر و تقدیر به عمل می‌آید.

منابع

- Adil, G.K, Rajamani, D. (2000) “*The trade-off between intracell and intercell moves in group technology cell formation*”, Journal of Manufacturing Systems, 19, 305–317.
- Akturk, M.S. (1996) “*A note on the within-cell layout problem based on operation sequences*”, Production planning and control, 7, 99–103.
- Arıkan, F, Güngör, Z. (2009) “*Modeling of a manufacturing cell design problem with fuzzy multi-objective parametric programming*”, Mathematical and Computer Modelling, 50, 407–420.
- Bayram H., Şahin, R. (2016) “*A comprehensive mathematical model for dynamic cellular manufacturing system design and Linear Programming embedded hybrid solution techniques*”, Computers and Industrial Engineering, 91, 10–29.
- Benjaafar, S. (2002) “*Modeling and analysis of congestion in the design of facility layouts*”, Management Science, 48, 679–704.
- Caux, C., Bruniaux, R., Pierreval, H. (2000) “*Cell formation with alternative process plans and machine capacity constraints: A new combined approach*”, International Journal of Production Economics, 64, 279–284.
- Chan, F.T.S., Lau, K.W., Chan, P.L.Y., Choy, K.L. (2006) “*Two-stage approach for machine-part grouping and cell layout problems*”, Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 22, 217–238.
- Chiang, C.P, Lee, S.D. (2004) “*Joint determination of machine cells and linear intercell layout*”, Computers and Operations Research, 31, 1603–1619.
- Deep, K., Singh, P.K. (2016) “*Dynamic cellular manufacturing system design considering alternative routing and part operation tradeoff using simulated annealing based genetic algorithm*”, Sādhanā, 41, 1063–1079.
- Forghani, K., Mohammadi, M., Ghezavati, V.R. (2015) “*Integrated cell formation and layout problem considering multi-row machine arrangement and continuous cell layout with aisle distance*”, The

International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 78, 687–705.

Garbie, I.H., Parsaei, H.R., Leep, H.R. (2008) “*Machine cell formation based on a new similarity coefficient*”, Journal of Industrial and Systems Engineering, 1, 318–344.

Garey, M.R., Johnson, D.S. (1979) *Computers and intractability: a guide to the theory of NP-completeness*, First edition, Freeman.

Golmohammadi, A.M., Bani-Asadi, H., Esmaeeli, H., Hadian, H., Bagheri, F. (2016) “*Facility layout for cellular manufacturing system under dynamic conditions*”, Decision Science Letters, 5, 407–416.

Jolai, F., Tavakkoli-Moghaddam, R., Golmohammadi, A., Javadi, B. (2012) “*An Electromagnetism-like algorithm for cell formation and layout problem*”, Expert Systems with Applications, 39, 2172–2182.

Kao, Y., Lin, C.H. (2012) “*A PSO-based approach to cell formation problems with alternative process routings*”, International Journal of Production Research, 50, 4075–4089.

Khaksar-Haghani, F., Kia, R., Mahdavi, I., Javadian, N., Kazemi, M. (2011) “*Multi-floor layout design of cellular manufacturing systems*”, International Journal of Management Science and Engineering Management, 6, 356–365.

Lee, S.D., Chiang, C.P. (2001) “*A cut-tree-based approach for clustering machine cells in the bidirectional linear flow layout*”, International Journal of Production Research, 39, 3491–3512.

Mohammadi, M., Forghani, K. (2014) “*A novel approach for considering layout problem in cellular manufacturing systems with alternative processing routings and subcontracting approach*”, Applied Mathematical Modelling, 38, 3624–3640.

Mungwattana, A. (2000) *Design of cellular manufacturing systems for dynamic and uncertain production requirements with presence of routing flexibility*, Ph.D. Thesis submitted to the Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University.

Solimanpur, M., Vrat, P., Shankar, R. (2004) "A multi-objective genetic algorithm approach to the design of cellular manufacturing systems", International Journal of Production Research, 42, 1419-1441.

Selim, H., Askin, R., Vakharia, A. (1998) "Cell formation in group technology: review, evaluation and directions for future research", Computers and Industrial Engineering, 34, 3-20.

Singh, S., Kumar, G. (2015) "Design of instinctive part family formation by genetic algorithm considering alternating routing", International Journal for Technological Research in Engineering, 3, 2347-4718.

Tompkins, J.A., White, J.A., Bozer, Y.A., Tanchoco, J.M.A. (2003) *Facilities planning*, Third edition, John Wiley & Sons.

Wemmerlöv, U., Hyer, N.L. (1986) "Procedures for the part family/machine group identification problem in cellular manufacture", Journal of Operations Management, 6, 125-147.

Wemmerlov, U., John, D. (1997) "Cellular manufacturing at 46 user plants: implementation experiences and performance improvements", International Journal of Production Research, 35, 29-49.

Wu, X., Chu, C.H., Wang, Y., Yan, W. (2007) "A genetic algorithm for cellular manufacturing design and layout", European Journal of Operational Research, 181, 156-167.

Wu, T.H., Chung, S.H., Chang, C.C. (2009) "Hybrid simulated annealing algorithm with mutation operator to the cell formation problem with alternative process routings", Expert Systems with Applications, 36, 3652-3661.

Yin, Y., Yasuda, K. (2005) "Similarity coefficient methods applied to the cell formation problem: a comparative investigation", Computers and Industrial Engineering, 48, 471-489.

Zeb, A., Khan, M., Khan, N., Tariq, A., Ali, L., Azam, F., Jaffery, S.H.I. (2016) "Hybridization of simulated annealing with genetic algorithm for cell formation problem", The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 86, 2243-2254.

ضمیمه ۱

شبه کد الگوریتم محاسبه مختصات ماشین‌ها، $(x_k(\pi), y_k(\pi))$ ، براساس جایگشت داده شده π .

Variables

- k, k', k'' : integer;
- $h^{\text{cumulative}}, w^{\text{cumulative}}, h^{\text{max}}, w^{\text{adjust}}$: real;
- layout_direction \in {forward, backward}

Label next_machine, next_row, stop;

- layout_direction \leftarrow forward;
- $h^{\text{max}} \leftarrow 0$;
- $h^{\text{cumulative}} \leftarrow -L^Y$;
- $k' \leftarrow 0$;
- next_row:
- $h^{\text{cumulative}} \leftarrow h^{\text{cumulative}} + h^{\text{max}} + L^Y$;
- $k \leftarrow k' + 1$;
- $k' \leftarrow k$;
- $h^{\text{max}} \leftarrow h_{\pi(k)}$;
- $w^{\text{cumulative}} \leftarrow w_{\pi(k)}$;
- next_machine:
- **IF** $(k' + 1 \leq M)$ **and** $(w^{\text{cumulative}} + L^X + w_{\pi(k'+1)} \leq W)$ **then**
- $k' \leftarrow k' + 1$;
- $w^{\text{cumulative}} \leftarrow w^{\text{cumulative}} + L^X + w_{\pi(k')}$;
- **IF** $h^{\text{max}} < h_{\pi(k')}$ **then**
- $h^{\text{max}} \leftarrow h_{\pi(k')}$;
- **End IF**
- **Goto** next_machine
- **Else**
- **IF** layout_direction = forward **then**
- $x_{\pi(k')}(\pi) \leftarrow (W - w^{\text{cumulative}})/2 + w_{\pi(k')}$;
- $y_{\pi(k')}(\pi) \leftarrow h^{\text{cumulative}} + h^{\text{max}}/2$;
- **For** $k'' \leftarrow k + 1$ **to** k' **do**

```

—————  $x_{\pi(k'')(\boldsymbol{\pi})} \leftarrow x_{\pi(k''-1)(\boldsymbol{\pi})} + (w_{\pi(k''-1)} + w_{\pi(k'')}) / 2 + L^X;$ 
—————  $y_{\pi(k'')(\boldsymbol{\pi})} \leftarrow h^{\text{cumulative}} + h^{\text{max}} / 2;$ 
————— End For;
————— layout_direction  $\leftarrow$  backward
————— Else
—————  $x_{\pi(k')(\boldsymbol{\pi})} \leftarrow (W - w^{\text{cumulative}}) / 2 + w_{\pi(k')};$ 
—————  $y_{\pi(k')(\boldsymbol{\pi})} \leftarrow h^{\text{cumulative}} + h^{\text{max}} / 2;$ 
————— For  $k'' \leftarrow k' - 1$  downto  $k$  do
—————  $x_{\pi(k'')(\boldsymbol{\pi})} \leftarrow x_{\pi(k''+1)(\boldsymbol{\pi})} + (w_{\pi(k''+1)} + w_{\pi(k'')}) / 2 + L^X;$ 
—————  $y_{\pi(k'')(\boldsymbol{\pi})} \leftarrow h^{\text{cumulative}} + h^{\text{max}} / 2;$ 
————— End For;
————— layout_direction  $\leftarrow$  forward;
————— End IF;
————— If  $k' = M$  then
————— Goto stop
————— Else
————— Goto next_row;
————— End IF;
————— End IF;
————— Stop;
End;

```