

ارائه یک مدل یکپارچه تولید و توزیع در زنجیره تامین با یک فروشنده و چند خرده فروش در دسته‌های ارسالی با اندازه متفاوت و مجاز بودن کمبود

مهدی سیف برقی*، مریم مهاجری**

تاریخ دریافت: ۹۷/۳/۲۶ - تاریخ پذیرش: ۹۹/۱/۳۱

چکیده

این تحقیق، مدلی یکپارچه برای تعیین اندازه انباشته مشترک اقتصادی در حوزه تولید و توزیع در زنجیره تامین دو سطحی شامل یک فروشنده و چند خرده فروش ارائه می‌نماید. عمده مطالعات انجام شده در این زمینه با در نظر گرفتن فرض اندازه دسته ارسالی یکسان، مدل‌سازی و حل شده است در حالی که در این تحقیق، با آزادسازی فرض یکسان بودن دسته‌های ارسالی و مجاز بودن کمبود در قالب کمبود پس‌افت، مدلی ریاضی ترکیبی عدد صحیح غیر خطی به منظور بهینه‌سازی هزینه‌های کل زنجیره تامین، شامل هزینه راه‌اندازی خط تولید فروشنده، هزینه‌های نگهداری فروشنده و خرده‌فروشان هزینه‌های ارسال و سفارش‌دهی و کمبود خرده‌فروش‌ها با ساختار ارسال متفاوت با مطالعات پیشین ارائه شده است. به منظور حل عددی مدل یک الگوریتم تکاملی دیفرانسیلی متناسب با ساختار مدل و متغیرهای تصمیم صفرو یک ارائه گردیده است و نتایج حل مدل نشان داده است الگوریتم تکاملی دیفرانسیلی پیشنهادی عملکرد خوبی در رسیدن به جواب مساله داشته است.

کلمات کلیدی: زنجیره تامین دو سطحی، اندازه انباشته اقتصادی مشترک، دسته‌های ارسالی با اندازه متفاوت، کمبود پس‌افت

* دانشیار گروه مهندسی صنایع دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه الزهرا، تهران (نویسنده مسئول)

m.seifbarghy@alzahra.ac.ir

** دانشجوی دکتری مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، گروه مهندسی صنایع، دانشگاه الزهرا تهران

مقدمه

رقابت فزاینده در بین شرکت‌ها به منظور کسب سود بیشتر از طریق کاهش هزینه‌های زنجیره تامین منجر به استفاده از تکنیک‌های بهینه‌سازی در عملیات تولید و توزیع یکپارچه شده است. در این مدل‌ها به جای تمرکز بر بهینه‌سازی موضعی برای هر یک از اعضا زنجیره تامین، کسب سود بهینه یا حداقل هزینه در کل زنجیره تامین با لحاظ نمودن محدودیت اعضا مدنظر می‌باشد. حمل و نقل اثربخش محصولات به مشتریان نهایی در کنار سرعت پاسخگویی به تغییرات ناگهانی در تقاضا بدون هماهنگی و همکاری اعضا زنجیره تامین مقدور نخواهد بود (بن دایا و هاریگا، ۲۰۰۴). در همین راستا، بهینه‌سازی سیستم‌های تولید و موجودی توجه بسیاری از مطالعات را به خود اختصاص داده است و مقالات متعددی در این حوزه منافع همکاری بین فروشنده و خریدار را نشان داده اند.

یکی از مواردی که حجم بسیاری از مطالعات در این حوزه را به خود اختصاص داده است، تعیین اندازه دسته اقتصادی مشترک در زنجیره تامین می‌باشد، گلاک (مرور گسترده ای بر مدل‌های اندازه انباشته مشترک اقتصادی^۱ داشته است و دسته بندی از این مدل‌ها به شرح جدول شماره ۱ ارائه نموده است (گلاک، ۲۰۱۲). وی همچنین عمده مطالعات در زمینه زنجیره تامین دو سطحی را با در نظر گرفتن تعداد عناصر در سطح را به دو دسته: مدل‌های با یک عنصر در هر سطح و مدل‌های با بیش از یک عنصر در هر سطح دسته‌بندی نموده است.

جدول ۱: دسته‌بندی مدل‌های تعیین اندازه دسته اقتصادی مشترک در زنجیره تامین

| | |
|--|------------------------------------|
| مدل‌های دو سطحی | مدل‌های پایه یکپارچه موجودی |
| مدل‌های چندسطحی | |
| مدل‌های با تقاضا و/یا زمان تحویل احتمالی | مدل‌های گسترش یافته یکپارچه موجودی |
| مدل‌های با کاهش زمان تحویل / راه اندازی | |
| مدل‌های با در نظر گرفتن کیفیت محصول | |
| مدل‌های با در نظر گرفتن فاسد شدن یا خراب شدن محصول | |
| مدل‌های یادگیرنده | |

1. Joint Economic Lot sizing

در حوزه زنجیره تامین با بیش از یک عنصر در هر سطح، زاوانلا یک زنجیره تامین با یک فروشنده و چند خریدار را تحت سیاست مدیریت موجودی توسط فروشنده و انبار امانی در نظر گرفته و اندازه اقتصادی دسته‌های ارسالی را با فرض یکسان بودن اندازه دسته‌های ارسالی برای هر خریدار محاسبه نموده است (زاوانلا، ۲۰۰۹). در حالی که عمده مطالعات صورت گرفته در حوزه تعیین اندازه دسته اقتصادی مشترک، فرض برابر بودن اندازه دسته‌های ارسالی را در مدل لحاظ نموده‌اند، هیل اثبات نموده‌است که اندازه دسته‌های متفاوت ارسالی منجر به کاهش بیشتری در هزینه‌های زنجیره تامین خواهد شد (هیل و عمر، ۲۰۰۶) و (هیل، ۱۹۹۹).

با توجه به اینکه مطالعات صورت گرفته توسط هیل بر پایه زنجیره تامین تک عنصری در هر سطح ارائه شده‌است، تحقیق در خصوص اثربخشی استراتژی مذکور با در نظر گرفتن ساختارهای مختلف حمل در مطالعات انجام شده‌است. یکی از مطالعات اخیر صورت گرفته در این حوزه، هاریگا (۲۰۱۳) است که با فرض امکان یکسان نبودن اندازه دسته‌ها و مدل ریاضی غیر خطی ترکیبی عدد صحیح^۱ جهت کمینه نمودن هزینه کل زنجیره تامین ارائه نموده است و با تمرکز بر استراتژی اصلی مبنی بر ارسال به محض صفر شدن موجودی خریدار، مدل را حل نموده‌است (هاریگا و همکاران، ۲۰۱۳). در این مطالعه با در نظر گرفتن استراتژی حمل متفاوت و جامع‌تر در یک زنجیره تامین متشکل از یک تولید کننده و چند خرده فروش با امکان ارسال دسته‌ها در اندازه‌های متفاوت و نیز مجاز بودن کمبود پس‌افت، مدلی ریاضی جهت بهینه سازی هزینه کل زنجیره تامین شامل هزینه‌های نگهداری تولید کننده و خرده فروش‌ها، هزینه راه‌اندازی تولید کننده و هزینه ثابت هر بار ارسال و هزینه کمبود خرده‌فروش‌ها ارائه شده است.

مقاله پیش رو به این صورت ساماندهی شده‌است: در قسمت دوم، مطالعه‌ای در ادبیات موضوع با تمرکز بر مطالعات اخیر با تمرکز بر مدل‌های موجودی در زنجیره تامین دو سطحی با بیش از یک عنصر در هر سطح صورت گرفته است و شکاف تحقیقاتی موجود بررسی شده‌است، در قسمت سوم مدل ریاضی غیر خطی مختلط عدد صحیح جهت بهینه‌سازی هزینه

1. Mixed Integer Nonlinear Programming(MINLP)

کل زنجیره تامین با لحاظ نمودن کمبود پس‌افت ارائه می‌شود که در ادامه در قسمت چهارم روش حل عنوان و یک مثال عددی به منظور بررسی کارایی مدل با روش پیشنهادی حل شده است. در قسمت پنجم تاثیر تغییرات پارامترها بر حل مدل بررسی شده و در پایان نتیجه گیری و پیشنهادات جهت تحقیقات آتی ارائه می‌گردد.

مبانی نظری و مروری بر مطالعات گذشته

در سال‌های اخیر مطالعات بسیاری در حوزه هماهنگی‌های انجام شده بین فروشنده و خریدار در زنجیره تامین صورت گرفته است، یکی از اولین مطالعاتی که بیش از دو بازیگر در یک مدل یکپارچه موجودی در زنجیره تامین دو سطحی در نظر گرفت، جوگلکار و تارتار (۱۹۹۰) بود که سیستمی با یک فروشنده و چند خریدار^۱ یکسان را با فرض توزیع منظم تقاضا در طول دوره برنامه‌ریزی مدل‌سازی نمودند. این مدل با در نظر گرفتن خریداران ناهمسان توسط بنجاری و برتون (۱۹۹۴) توسعه داده شد و به منظور اجتناب از کمبود طی دوره، یک دوره زمانی بازپرسازی برای کلیه خریداران در نظر گرفته شد و دوره زمانی بین دو سفارش برای فروشنده مضرب صحیحی از دوره زمانی خریداران فرض گردید. سیاجادی و همکاران (۲۰۰۶) با لحاظ نمودن توالی ارسال برای خریداران و عدم ارسال همزمان برای خرده‌فروش‌ها، مدل بنجاری و برتون (۱۹۹۴) را گسترش دادند و تعداد بهینه ارسال در توازن بین هزینه نگهداری و هزینه حمل و نقل را به دست آوردند. مدل یک فروشنده و چند خریدار توسط هووک با در نظر گرفتن استراتژی‌های مختلف حمل در یک زنجیره تامین با چندین خریدار ناهمسان مورد مطالعه قرار گرفت. در استراتژی اول، ارسال دسته به محض تمام شدن تولید صورت می‌گیرد. استراتژی دوم، ارسال پس از اتمام موجودی خریدار انجام می‌شود و در استراتژی سوم اندازه دسته به صورت تصاعدی با ضربی ثابت افزایش می‌یابد (هووک، ۲۰۰۸).

با بهبود در تکنولوژی و ایجاد زیرساخت‌های انتقال الکترونیکی داده‌ها و با امکان مشاهده اطلاعات تقاضای مشتری نهایی از خریدار و نیز سطح موجودی او، مدل‌های یکپارچه موجودی در زنجیره تامین تحت سیاست مدیریت موجودی توسط فروشنده ارائه گردیده است. زاوانلا و زانونی مدل یکپارچه موجودی با یک فروشنده و چند خریدار را با فرض انبار امانی و کمتر بودن هزینه نگهداری موجودی توسط خریدار و ارسال در اندازه دسته‌های یکسان برای هر مشتری ارائه نمودند (زاوانلا، ۲۰۰۹). استراتژی حمل به این صورت بود که ابتدا کلیه سفارشات برای مشتری اول ارسال شده، سپس برای مشتری دوم و به همین ترتیب تا زمانی که کلیه خرده‌فروشان سفارش خود را دریافت نمایند.

درویش و اوداه (۲۰۱۰) نیز مدل تولید و توزیع یکپارچه در زنجیره تامین تحت سیاست مدیریت موجودی توسط فروشنده ارائه نمودند که طی قرارداد بین فروشنده و خریدار، حدود کنترلی بالا و پایین جهت سطح موجودی انبار خریدار وضع گردیده است و تامین‌کننده در این محدوده به بازسازی خودکار انبار وی می‌پردازد.

هارینگا و همکاران (۲۰۱۳) با در نظر گرفتن امکان ارسال در اندازه دسته‌های متفاوت، مدلی ریاضی غیر خطی ترکیبی عدد صحیح جهت کمینه‌سازی کل هزینه‌های زنجیره تامین شامل یک فروشنده و چند خریدار تحت سیاست انبار امانی ارائه نموده است و مشابه عملکرد بهتر اندازه دسته‌های متفاوت در مطالعه اولیه هیل، نشان داده است که این مدل کارایی بهتری نسبت مدل زاوانلا و زانونی (۲۰۰۹) با اندازه دسته‌های یکسان دارد. مدل یکپارچه موجودی با در نظر گرفتن سیاست کنترل موجودی مرور دائم توسط جها وهانکر (۲۰۱۳) با فرض تقاضای احتمالی با توزیع نرمال و مجاز بودن کمبود در خرده‌فروش ارائه گردید و به جای لحاظ نمودن هزینه کمبود در تابع هدف، به ازای هر خرده‌فروش یک محدودیت سطح خدمت‌دهی در نظر گرفته شد.

عبدالسلام و الاسال (۲۰۱۴) مدل تولید و توزیع یکپارچه در یک زنجیره تامین سه سطحی شامل یک تامین‌کننده یک تولیدکننده و چند خریدار با در نظر گرفتن تقاضای احتمالی ارائه دادند و با الگوریتم فاخته مدل را حل نمودند، همچنین تاثیر یک ذخیره احتیاطی متمرکز

در مقابل ذخیره احتیاطی غیر متمرکز را بررسی نمودند. در حوزه تقاضای احتمالی، مدل یک فروشنده و چند خریدار با نرخ تولید متغیر و اندازه دسته ارسالی یکسان برای هر خرده‌فروش ارائه شده است (الدورگام و همکاران، ۲۰۱۵).

متین و چترجی (۲۰۱۵) مدل زاوانلا زانونی (۲۰۰۹) را با در نظر ساختارهای حمل متفاوت و تحت سیاست مدیریت موجودی توسط فروشنده و با فرض ارسال متوالی برای خرده‌فروشان در اندازه دسته‌های یکسان برای هر خرده‌فروش توسعه دادند. سرخسی و همکاران مدل موجودی یکپارچه را در یک زنجیره تامین با در نظر گرفتن تقاضای تابع قیمت مدل‌سازی نموده و الگوریتم ندلر مید جهت حل این مدل ارائه نموده است (خجسته و سرخسی، ۲۰۱۵). ژائو و همکاران (۲۰۱۶) اثر تقاضای فصلی را در مدل یکپارچه موجودی بررسی نموده‌اند و ورما و همکاران (۲۰۱۷)، مدل درویش و اوداه را با در نظر گرفتن زمان سیکل بازپرسازی متفاوت توسعه داده‌اند و یک روش ابتکاری برای حل مدل پیشنهادی ارائه نمودند.

با توجه به بررسی تحقیقات صورت گرفته در حوزه اندازه انباشته اقتصادی مشترک، مشاهده شده است که عمده مطالعات این حوزه متمرکز بر اندازه دسته یکسان ارائه شده است که ارائه یک حل تحلیلی برای مدل ریاضی را تسهیل می‌نماید. در این تحقیق، با توجه به کارایی بیشتر اندازه متفاوت دسته‌های ارسالی در یک زنجیره تامین شامل یک تولیدکننده و چند خریدار، مدل ارائه شده توسط هاریگا و همکاران با فرض مجاز بودن کمبود توسعه داده شده است و بدین منظور یک مدل ریاضی غیر خطی ترکیبی عدد صحیح پیشنهادی با در نظر گرفتن یک استراتژی حمل متفاوت که آزادی عمل بیشتری به فروشنده جهت ارسال دسته‌های تولیدی می‌دهد ارائه شده است.

ارائه مدل ریاضی

در این مطالعه، مدل تولید و توزیع یکپارچه در زنجیره تامین شامل یک فروشنده و چند خرده فروش در نظر گرفته شده است و منظور از فروشنده در این مدل یک واحد تولیدی است. این مدل با فرض یکسان بودن اندازه دسته‌های ارسالی برای خرده فروشان توسط زاوانلا حل شده

است (زاوانلا، ۲۰۰۹)، همچنین هاریگا و همکاران با فرض متفاوت بودن اندازه دسته‌ها، مدل ریاضی برای تعیین زمانبندی ارسال‌ها و اندازه دسته‌ها ارائه نموده است و این مدل را با تمرکز بر مدل ارسال به محض صفر شدن موجودی خرده فروش^۱ حل نموده است (هاریگا و همکاران، ۲۰۱۳). در این تحقیق، مدل ریاضی کلی برای تعیین زمانبندی ارسال و اندازه دسته‌ها برای خرده فروشان، با فرض اندازه دسته‌های متفاوت و مجاز بودن کمبود در طی دوره ارائه می‌گردد. تفاوت این مدل با مدل هاریگا و همکاران (۲۰۱۳) در مجاز بودن کمبود و ساختار حمل است در حالی که امکان ارسال همزمان به بیش از یک خرده‌فروش در یک ارسال وجود دارد.

هدف کاهش مجموع هزینه‌های نگهداری، سفارش دهی، حمل و کمبود در کل زنجیره تامین می‌باشد و کمبود در حالی مجاز است که کل تقاضا در طی دوره برنامه ریزی برآورده گردد - کمبود پس‌افت- و به این منظور نرخ تولید از مجموع تقاضای خرده فروش‌ها بیشتر می‌باشد. در این قسمت پارامترها و متغیرهای تصمیم مدل مورد بررسی معرفی شده و در ادامه، مدل ریاضی ارائه خواهد شد.

معرفی متغیرهای تصمیم و پارامترها

اندیس‌ها:

i اندیس خرده فروش‌ها

j اندیس (شماره) ارسال‌ها

متغیرهای تصمیم:

T طول سیکل تولید فروشنده

q_j اندازه دسته‌های ارسال j ام

x_{ij} درصدی از دسته‌های ارسال j ام که برای مشتری i ام ارسال می‌شود.

T_{sj} زمان بین ارسال j ام و حمل بعدی

tb_{ij} زمانی که بعد از ارسال z ام برای مشتری i ام کمبود وجود دارد.
 w_{ij} متغیر صفر و یک در صورتی که بعد از ارسال z ام برای مشتری i ام کمبود وجود داشته باشد ۱ و در غیر اینصورت ۰

پارامترها:

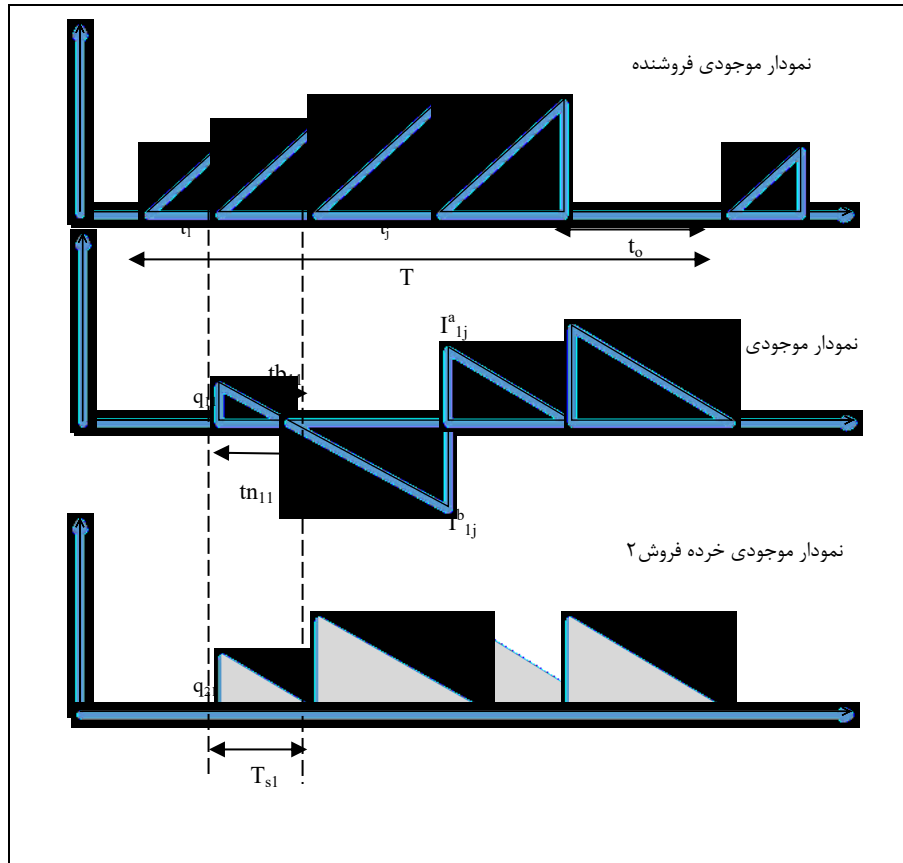
N تعداد خرده فروشان
 A هزینه راه اندازی فروشنده به ازای هر بار راه اندازی
 h_v هزینه نگهداری موجودی توسط فروشنده
 P نرخ تولید فروشنده
 D مجموع نرخ تقاضای خرده فروشان ($\sum_{i=1}^n d_i$)
 d_i نرخ تقاضا برای خرده فروش i ام
 A_{bi} هزینه ثابت هر بار حمل برای خرده فروش i
 h_{bi} هزینه نگهداری خرده فروش i در واحد زمان
 b_i هزینه کمبود به ازای هر واحد محصول در واحد زمان برای خرده فروش i ام
 m کل تعداد ارسال در طول سیکل بازپرسازی
 TC هزینه کل زنجیره تامین
 I_{ij}^a سطح موجودی مشتری i ام بعد از ارسال z ام
 I_{ij}^b سطح موجودی مشتری i ام قبل از ارسال z ام
 q_{ij} اندازه دسته ارسالی در حمل z ام برای مشتری i ام
 t_j زمان مورد نیاز برای تولید دسته z ام
 t_o زمانی در سیکل که تولید انجام نمی شود.
 tn_{ij} زمانی که بعد از حمل z ام برای مشتری i ام کمبود وجود ندارد.

- y_{ij} متغیر صفر و یک در صورتی که درصدی از ارسال i ام برای مشتری j ام ارسال شود برابر یک در غیر اینصورت برابر ۰
- m_i تعداد ارسال‌ها برای مشتری i ام در یک دوره
- w'_{ij} متغیر صفر و یک - در صورتی که سطح موجودی مشتری i ام بعد از ارسال j ام بیش از صفر باشد برابر با صفر و در غیر اینصورت برابر با یک
- در مدل ارائه شده مفروضات زیر در نظر گرفته شده است:
- تقاضا قطعی و در طول مدت برنامه ریزی یکسان است.
 - کمبود برای خرده فروش در طی دوره مجاز می‌باشد و کل تقاضا در طی دوره برآورده می‌گردد.
 - نرخ تولید از مجموع تقاضای خرده فروشان بیشتر است.
 - فقط یک بار در طی دوره عملیات راه اندازی صورت می‌پذیرد و زمان راه اندازی قابل چشم پوشی است.
 - امکان ارسال دسته‌های با اندازه متفاوت وجود دارد.

در این مدل، امکان حمل به بیش از یک خرده‌فروش در هر بار ارسال وجود دارد، در واقع تعریف متغیر تصمیم x_{ij} این آزادی عمل را به فروشنده می‌دهد که در هر بار ارسال کالا، امکان حمل به بیش از یک خرده‌فروش وجود داشته باشد. در مدل‌های گا (۲۰۱۳) توالی حمل به این صورت برنامه‌ریزی شده است که در هر بار فقط برای یک خرده‌فروش ارسال می‌گردد و تمرکز روش حل بر اساس استراتژی ارسال به محض صفر شدن موجودی خرده‌فروش می‌باشد.

زمان سیکل بازسازی T ، به عنوان دوره زمانی معرفی می‌شود که در طی آن فروشنده یک بار متحمل راه اندازی شده و نیاز خرده‌فروشان در طول سیکل را برآورده می‌سازد. با توجه به تعریف پارامترها و متغیرهای مدل، کل هزینه زنجیره تامین شامل عناصر این عناصر می‌باشد: هزینه راه اندازی فروشنده، هزینه نگهداری موجودی فروشنده، هزینه ثابت به ازای

هر بار حمل برای خرده فروش، هزینه نگهداری موجودی خرده فروش و هزینه کمبود پس-افت برای خرده فروش‌ها می‌باشد. به منظور ایجاد درک بهتر از مدل، نمودار موجودی فروشنده و خرده‌فروش‌ها در شکل شماره ۱ نشان داده شده است.



شکل ۱: نمودار موجودی فروشنده و دو خرده‌فروش

به منظور محاسبه هزینه نگهداری فروشنده با استفاده از رابطه $q_j = P \cdot t_j$ متوسط موجودی طی دوره از رابطه (۱) به دست می آید:

$$\bar{I}_v = \sum_{j=1}^m \frac{(q_j t_j)}{2} = \sum_{j=1}^m q_j^2 / 2P \quad (1)$$

برای به دست آوردن متوسط موجودی خرده فروش i ابتدا چگونگی محاسبه متغیرهای سطح موجودی خرده فروش i که به ترتیب I_{ij}^a و I_{ij}^b نمایش داده می شود طبق روابط (۲) و (۳) نمایش داده می شود که I_{1j}^b سطح موجودی خرده فروش i در ابتدای دوره می باشد.

$$I_{ij}^a = I_{ij}^b + q_{ij} \quad (2)$$

$$I_{ij}^b = I_{ij-1}^a - d_i T_{sj} \quad (3)$$

که T_{sj} فاصله زمانی بین ارسال j توسط فروشنده و ارسال بعدی می باشد و طبق رابطه (۴) محاسبه می شود در این رابطه t_j زمان مورد نیاز برای تولید دسته ارسال j ام و t_0 زمان بدون تولید در یک دوره زمانی می باشد و با استفاده از رابطه $t_j = q_j / P$ و $t_0 + \sum_{j=1}^m t_j = T$ یا رابطه $\sum_{j=1}^m q_j = DT$ و $t_0 = T - \sum_{j=1}^m q_j / P$ به دست می آید.

$$T_{sj} = \begin{cases} t_{j+1}, & j = 1, \dots, m-1 \\ t_1 + t_0, & j = m \end{cases} \quad \text{or} \quad (4)$$

$$T_{sj} = \begin{cases} q_{j+1} / P, & j = 1, \dots, m-1 \\ \frac{q_1}{P} + T(1 - \frac{D}{P}), & j = m \end{cases}$$

با جایگذاری رابطه برگشتی (۳) و $q_{ij} = q_j \cdot x_{ij}$ در رابطه (۲) خواهیم داشت:

$$I_{ij}^a = I_{i1}^b + \sum_{k=1}^j q_k x_{ik} - \sum_{k=1}^{j-1} d_i T_{sk} \quad (5)$$

$$I_{ij}^b = I_{i1}^b + \sum_{k=1}^{j-1} (q_k x_{ik} - d_i T_{sk}) \quad (6)$$

روابط (۵) و (۶) به صورت دیگری نیز قابل توجیه می باشد به این صورت که سطح موجودی خرده فروش i پس از زامین ارسال، برابر با سطح موجودی اول دوره به علاوه کل ارسال ها تا مرحله j با کسر میزان تقاضای تا این مرحله می باشد و سطح موجودی وی قبل از زامین ارسال به اندازه سطح موجودی پس از زامین ارسال با کسر زامین ارسال می باشد. متوسط موجودی خرده فروش i با نماد \bar{I}_{bij} در دو حالت عدم کمبود و روی دادن کمبود پس از ارسال j برابر با

سطح زیر نمودار منحنی موجودی از زمان z امین ارسال تا ارسال بعدی می‌باشد و به ترتیب طبق روابط (۷) و (۸) به دست می‌آید:

$$\bar{I}_{bij} = 1/2(I_{ij}^a + I_{ij+1}^b)T_{sj} \quad (۷)$$

$$\bar{I}_{bij} = 1/2I_{ij}^a T_{sj} \quad (۸)$$

به منظور محاسبه زمان کمبود پس از ارسال z ام با توجه به اینکه سه حالت ممکن است به وجود آید، دو سری متغیر باینری تعریف می‌گردد. نمودار سه حالت مختلف موجودی در شکل شماره ۲ نشان داده شده است.

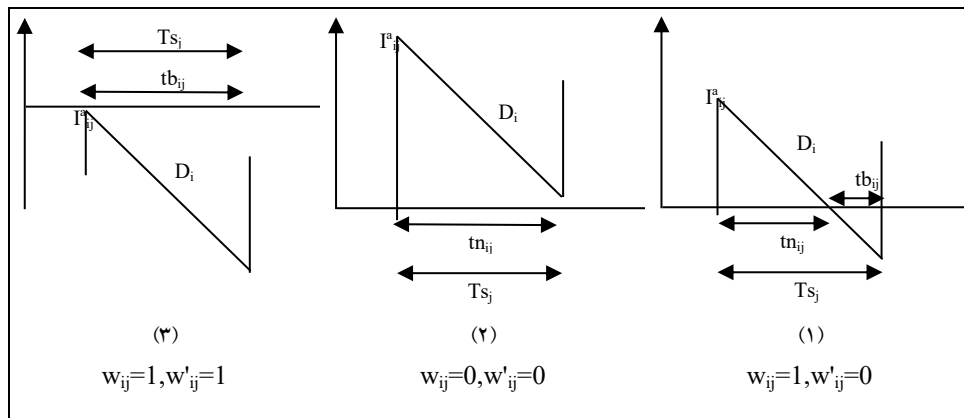
$$w_{ij} = \begin{cases} 1, & I_{ij}^a \leq d_i T_{sj} \\ 0, & I_{ij}^a \geq d_i T_{sj} \end{cases} \quad \text{or} \quad (1 - w_{ij})(I_{ij}^a - d_i T_{sj}) - w_{ij}(I_{ij}^a - d_i T_{sj}) \geq 0 \quad (۹)$$

$$w'_{ij} = \begin{cases} 1, & I_{ij}^a \leq 0 \\ 0, & I_{ij}^a \geq 0 \end{cases} \quad \text{or} \quad (1 - w'_{ij})I_{ij}^a - w'_{ij}I_{ij}^a \geq 0 \quad (۱۰)$$

با در نظر گرفتن سه حالت مختلف نشان داده شده در شکل شماره ۲، زمان‌های کمبود و عدم کمبود پس از ارسال z ام برای خرده فروش i ام طبق روابط (۱۱) و (۱۲) محاسبه می‌شود.

$$tb_{ij} = w_{ij}(T_{sj} - w'_{ij}I_{ij}^a/d_i) \quad (۱۱)$$

$$tn_{ij} = T_{sj} - tb_{ij} \quad (۱۲)$$



شکل ۲: شماتیک سه حالت مختلف در خصوص ایجاد کمبود پس از ارسال z ام

با لحاظ متغیر صفر و یک کمبود پس از زامین ارسال w_{ij} و جایگذاری روابط (۵) و (۶) در روابط (۷) و (۸) خواهیم داشت:

$$\bar{I}_{bi} = 1/2 \sum_{j=1}^{m-1} (1 - w_{ij})(I_{ij}^a + I_{ij+1}^b)T_{sj} + 1/2 \sum_{j=1}^m w_{ij} I_{ij}^a t n_{ij} + 1/2 \left(\frac{I_{im}^a}{d_i} \right)^2 \quad (13)$$

$$\bar{b}_{bi} = 1/2 \sum_{j=1}^m w_{ij} (d_i \cdot T_{sj} - I_{ij}^a - w'_{ij} I_{ij}^a) t b_{ij} \quad (14)$$

که در روابط بالا، متوسط میزان موجودی خرده فروش i در یک دوره از رابطه (۱۳) متوسط میزان کمبود در یک دوره که با نماد \bar{b}_{bi} نمایش داده می‌شود، از رابطه (۱۴) به دست می‌آید. در پایان با جایگذاری روابط (۵) و (۶) به جای I_{ij}^b و I_{ij}^a در روابط (۱۳) و (۱۴) میزان متوسط موجودی و کمبود خریدار i از روابط زیر قابل محاسبه است:

$$\bar{I}_{bi} = \sum_{j=1}^{m-1} (1 - w_{ij}) (\sum_{k=1}^{j-1} q_k x_{ik} - d_i T_{sk} + q_j x_{ij} / 2) T_{sj} + 1/2 \sum_{j=1}^{m-1} w_{ij} t n_{ij} (\sum_{k=1}^j q_k x_{ik} - d_i T_{sk}) + \frac{1}{2d_i} (\sum_{j=1}^m q_{ij} x_{ij} - d_i T_{sj})^2 \quad (15)$$

$$\bar{b}_{bi} = 1/2 \sum_{j=1}^m w_{ij} (d_i \cdot T_{sj} + (1 + w'_{ij}) \sum_{k=1}^j q_k x_{ik} - d_i T_{sk}) t b_{ij} \quad (16)$$

بنابراین مجموع هزینه نگهداری فروشنده و خرده‌فروشان و هزینه کمبود خرده‌فروشان طی یک دوره برنامه‌ریزی (T) که به ترتیب با نمادهای TC_h و TC_b نشان داده می‌شود طی روابط (۱۷) و (۱۸) به دست می‌آید:

$$TC_h = h_v \frac{\sum_{j=1}^m q_j^2}{2P} + \sum_{i=1}^N h_{bi} \{ \sum_{j=1}^{m-1} (1 - w_{ij}) (\sum_{k=1}^{j-1} q_k x_{ik} - d_i T_{sk} + q_j x_{ij} / 2) T_{sj} + 1/2 \sum_{j=1}^{m-1} w_{ij} t n_{ij} (\sum_{k=1}^j q_k x_{ik} - d_i T_{sk}) + \frac{1}{2d_i} (\sum_{k=1}^m q_{ik} x_{ik} - (m-1)d_i T_{sj})^2 \} \quad (17)$$

$$TC_b = \sum_{i=1}^N b_i / 2 \sum_{j=1}^m w_{ij} (d_i \cdot T_{sj} + (1 + w'_{ij}) \sum_{k=1}^j q_k x_{ik} - d_i T_{sk}) t b_{ij} \quad (18)$$

در ادامه به منظور محاسبه هزینه حمل و نقل، با استفاده از متغیر x_{ij} که درصدی از اندازه دسته‌های ارسال i را برای خرده‌فروش i ام تعریف شده است، متغیر صفرویک y_{ij} طبق رابطه (۱۹) و به منظور قابلیت استفاده از متغیر تعریف شده در مدل، روابط (۲۰) و (۲۱) تعریف می‌شود.

$$y_{ij} = \begin{cases} 1, & x_{ij} \geq 0 \\ 0, & x_{ij} = 0 \end{cases} \quad (۱۹)$$

$$y_{ij} \geq x_{ij} \quad , i = 1, \dots, N; j = 1, \dots, m \quad (۲۰)$$

$$y_{ij} \leq M \cdot x_{ij} \quad , i = 1, \dots, N; j = 1, \dots, m \quad (۲۱)$$

بنابراین متغیر m_i که تعداد دفعات حمل برای خرده‌فروش i می‌باشد طبق رابطه (۲۲) به دست می‌آید و با توجه به روابط ارائه شده در بالا، هزینه حمل و نقل خرده‌فروش i طبق رابطه (۲۰) و مجموع هزینه حمل و نقل خرده‌فروش‌ها با جایگذاری رابطه (۱۹) در رابطه (۲۰) طبق رابطه (۲۱) محاسبه می‌شود.

$$m_i = \sum_{j=1}^m y_{ij} \quad , i = 1, \dots, N \quad (۲۲)$$

$$TC_{tri} = \sum_{i=1}^N A_{bi} m_i \quad (۲۳)$$

$$TC_{tr} = \sum_{i=1}^N A_{bi} \sum_{j=1}^m y_{ij} \quad (۲۴)$$

در یک زنجیره تامین متمرکز، هدف بهینه‌سازی هزینه کل زنجیره تامین است که متشکل از هزینه راه‌اندازی خط تولید فروشنده، هزینه‌های نگهداری فروشنده و خرده‌فروشان، هزینه حمل و نقل و کمبود خرده‌فروشان می‌باشد. بنابراین هزینه کل زنجیره تامین مطابق با رابطه (۲۵) محاسبه می‌گردد.

$$\text{Min } TC = (A + TC_r + TC_h + TC_b)/T \quad (۲۵)$$

با قرار دادن معادل هزینه‌های نگهداری، کمبود و حمل و نقل در رابطه (۲۲)، مدل ریاضی تولید و توزیع یکپارچه در زنجیره تامین با یک فروشنده و چند خرده‌فروش در ادامه ارائه شده‌است.

$$\text{Min } TC =$$

$$\begin{aligned} & 1/T(A + \sum_{i=1}^N A_{bi} \sum_{j=1}^m y_{ij} + h_v \frac{\sum_{j=1}^m q_j^2}{2P} + \sum_{i=1}^N h_{bi} \left\{ \sum_{j=1}^{m-1} (1 - \right. \\ & w_{ij}) (\sum_{k=1}^{j-1} q_k x_{ik} - d_i T_{sk} + q_j x_{ij}/2) T_{sj} + \\ & \left. 1/2 \sum_{j=1}^{m-1} w_{ij} t n_{ij} (\sum_{k=1}^j q_k x_{ik} - d_i T_{sk}) + \frac{1}{2d_i} (\sum_{k=1}^m q_{ik} x_{ik} - \right. \end{aligned} \quad (۲۶)$$

$$d_i T_{sk})^2 \} + \sum_{i=1}^N b_i / 2 \sum_{j=1}^m w_{ij} (d_i \cdot T_{sj} + (1 + w'_{ij}) \sum_{k=1}^j q_k x_{ik} - d_i T_{sk}) t b_{ij}$$

$$T_{sj} = \begin{cases} q_{j+1}/P, j = 1, \dots, m-1 \\ \frac{q_1}{P} + T(1 - \frac{\sum_{i=1}^N d_i}{P}), j = m \end{cases} \quad (27)$$

$$\sum_{j=1}^m q_j = T \sum_{i=1}^N d_i \quad (28)$$

$$\sum_{j=1}^m x_{ij} q_j = d_i \cdot T \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (29)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (30)$$

$$(1 - w_{ij})(I_{ij}^a - d_i \cdot T_{sj}) - w_{ij}(I_{ij}^a - d_i \cdot T_{sj}) \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, N; j = 1, 2, \dots, m \quad (31)$$

$$(1 - w'_{ij})I_{ij}^a - w'_{ij}I_{ij}^a \geq 0 \quad (32)$$

$$t n_{ij} = T_{sj} - t b_{ij} \quad (33)$$

$$t b_{ij} = w_{ij}(T_{sj} - w'_{ij} \frac{I_{ij}^a}{d_i}) \quad (34)$$

$$y_{ij} \geq x_{ij} \quad (35)$$

$$y_{ij} \leq M \cdot x_{ij} \quad (36)$$

$$w'_{ij} \leq w_{ij} \quad (37)$$

$$w_{ij} = 0 \quad j = m \quad (38)$$

$$q_{ij}, q_i, T_{ij}, t n_{ij}, t b_{ij}, T, x_{ij}, t_j \geq 0; y_{ij}, w_{ij}, w'_{ij} \in \{0, 1\}$$

در مدل ریاضی فوق، رابطه شماره (۲۶) کل هزینه زنجیره تامین شامل هزینه‌های نگهداری، کمبود، راه اندازی و ارسال را نشان می‌دهد. محاسبه زمان بین ارسال زام و ارسال بعدی توسط رابطه (۲۷) نمایش داده شده است. رابطه (۲۸) و (۲۹) به ترتیب تضمین می‌کند تقاضای کل خرده فروشان و تقاضای هر خرده فروش طی یک دوره تولیدی برآورده گردد. رابطه

(۳۰) نشان می‌دهد که مجموع سهم ارسال برای کلیه خرده‌فروش‌ها برابر با یک است. رابطه (۳۱) به این صورت است که اگر سطح موجودی پس از ارسال z کمفایت تقاضا تا ارسال بعدی را ندهد، متغیر صفرویک کمبود w_{ij} برابر با یک و در غیر اینصورت برابر با صفر می‌باشد.

رابطه (۳۲) همین موضوع را در خصوص متغیر صفرویک w'_{ij} کمبود قبل از ارسال z ام تحقیق می‌کند. روابط (۳۳) و (۳۴) به منظور محاسبه زمان کمبود و زمان عدم کمبود پس از ارسال z ام با این فرض که $tn_{ij} + tb_{ij} = T_{sj}$ به کار می‌روند. روابط (۳۵) و (۳۶) به منظور محاسبه متغیر صفر و یک ارسال یا عدم ارسال برای خرده‌فروش i در ارسال z به کار می‌رود و مجموع متغیر y_{ij} برابر با تعداد ارسال برای خرده‌فروش i در هر دوره است که طبق رابطه (۳۷) محاسبه می‌گردد. رابطه (۳۷) متغیر صفرویک w'_{ij} را ملزم می‌سازد که در صورتی بتواند مقدار یک بگیرد که متغیر کمبود مقدار یک اختیار کرده باشد. رابطه (۳۸) به منظور این است که در انتهای دوره موجودی برابر با صفر باشد و متغیر مربوطه در آخرین ارسال مقدار صفر خواهد گرفت یعنی بعد از آخرین ارسال کمبود نخواهیم داشت.

روش حل و مثال عددی

هارینگا (۲۰۱۳) اثبات نمود که مدل تولید و توزیع یکپارچه با آزاد نمودن فرض اندازه دسته‌های مساوی - بدون لحاظ نمودن کمبود - یک مدل NP-hard است. مدل پیشنهادی با توسعه مدل هارینگا (۲۰۱۳) با تغییر ساختار حمل و متغیر فرض نمودن تعداد ارسال‌ها برای هر خرده‌فروش، یک مدل غیر خطی ترکیبی عدد صحیح با متغیرهای صفرویک می‌باشد. به منظور حل این مدل، یک الگوریتم تکاملی دیفرانسیلی ارائه شده است. الگوریتم تکاملی دیفرانسیلی اولین بار توسط استورن و پرایس (۱۹۹۷) برای حل مسایل غیر خطی ارائه شد و نشان داده شد در حل اینگونه مسائل، همگرایی سریعی به جواب بهینه دارد. به منظور حل مساله با الگوریتم تکاملی دیفرانسیلی ابتدا تابع برازش تعریف می‌شود. تابع برازش به صورت

مجموع تابع هدف و انحراف مثبت و منفی از محدودیت تساوی (۲۹) طبق رابطه شماره (۳۹) به دست می‌آید.

$$fitness = TC + \lambda_1(\max(\sum_{j=1}^m x_{ij}q_j - d_i.T, 0)) + \lambda_2(\max(d_i.T - \sum_{j=1}^m x_{ij}q_j, 0)) \quad (39)$$

$$i = 1, 2, \dots, N$$

در ادامه عملگرهای الگوریتم‌های تکاملی دیفرانسیلی شامل ایجاد جمعیت اولیه، جهش، بازسازی و انتخاب توضیح داده خواهد شد.

تعریف کروموزوم و ایجاد جمعیت اولیه:

به منظور حل مدل ارائه شده توسط الگوریتم تکاملی دیفرانسیلی ابتدا دو گونه کروموزوم مطابق با شکل ۳ تعریف می‌شود و سایر متغیرهای تصمیم بر اساس روابط (۴) - (۱۴) و با استفاده از مقادیر q_j و x_{ij} قابل محاسبه است.

| | | | | | | | |
|----------|-------|--|----------|--|--|--|----------|
| q_1 | q_2 | | | | | | q_m |
| x_{11} | | | | | | | x_{1m} |
| | | | x_{ij} | | | | |
| | | | | | | | |
| x_{N1} | | | | | | | x_{Nm} |

شکل ۳: تعریف کروموزوم در مدل پیشنهادی

جمعیت اولیه آرایه ای دو بعدی است که کروموزوم‌های آن به صورت تصادفی و در قالب محدودیت‌های مرزی متغیرهای تصمیم تولید می‌شود. درمساله حاضر، دو سری کروموزوم شامل متغیر اندازه دسته ارسالی z ام و درصد ارسالی از دسته z ام برای مشتری i تعریف می‌شود و جمعیت اولیه شامل NP کروموزوم از هر گونه می‌باشد.

عملگر جهش و ایجاد بردار واسطه:

عملگر جهش با انتخاب سه بردار به صورت تصادفی، یک بردار واسطه با استفاده از رابطه

(۴۰) ارائه می‌کند:

$$V = V_1 + F(V_2 - V_3) \quad (40)$$

در رابطه فوق، F پارامتر جهش و V_1 و V_2 و V_3 سه بردار تصادفی هستند که بردار V را تشکیل می دهند. با تشکیل بردارهای واسطه یک جمعیت واسطه تشکیل می شود. در مدل ارائه شده با توجه به اینکه مقادیر متغیر تصمیم x_{ij} محدود به مقادیر بین و صفر است و مجموع این مقادیر در هر ارسال برای کلیه خرده فروش ها مطابق با رابطه (۳۰) برابر با یک است، پس از اعمال عملگر جهت، کروموزوم به دست آمده مطابق با رابطه (۳۸) اصلاح می گردد.

$$x_{ij} = x_{ij} / \sum_{i=1}^n x_{ij} \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (41)$$

عملگر بازسازی:

این عملگر، جمعیت فرزند را با استفاده از ترکیب تصادفی جمعیت اولیه و جمعیت واسطه ایجاد می کند به این صورت که هر سلول از کروموزوم به صورت تصادفی با پارامتر CR از جمعیت اولیه یا واسطه انتخاب می شود. پس از اعمال عملگر بازسازی مجدداً فرایند نرمال سازی کروموزوم مطابق با رابطه (۴۱) صورت می گیرد.

عملگر انتخاب:

با محاسبه تابع برازش و مقایسه تابع برازش کروموزوم فرزند و کروموزوم والد، کروموزوم با تابع برازش بهتر انتخاب شده و به نسل بعد انتقال می یابد.

تنظیم پارامترهای الگوریتم:

به منظور تنظیم پارامترهای الگوریتم از مساله مورد نظر با داده های زیر در سطوح مختلف F و CR در ده تکرار حل شده است، مقدار بهینه پارامترها $F=0.6$ و $CR=0.4$ به دست آمده است. تعداد اعضای جمعیت اولیه بیش از ده برابر تعداد پارامترها ($NP=40$) و شرط خاتمه الگوریتم بر اساس حداکثر تکرار برابر با ۱۰۰۰ و مقدار قابل قبول برای جریمه کمتر از ۰٫۰۱ در نظر گرفته شده است. به منظور بررسی عملکرد مدل پیشنهادی، چند مثال عددی مطابق با جدول ۲ توسط الگوریتم تکاملی پیشنهادی حل شده است و نتایج در جدول ۳ آمده است.

جدول ۲: مثال های عددی جهت بررسی عملکرد مدل و الگوریتم پیشنهادی

| شماره | i | A | h_v | P | m | A_b | h_b | b | D |
|-------|-----|-----|-------|-----|-----|----------|--------|--------|-------|
| ۱ | ۲ | ۵۰ | ۵ | ۳۵ | ۴ | (۵-۵) | (۱۵) | (۵-۵) | (-۲۰) |
| ۲ | ۲ | ۷۵ | ۵ | ۵۰ | ۵ | (۱۰-۲۰) | (۲۵) | (۱۰) | (-۵) |
| ۳ | ۳ | ۵۰ | ۵ | ۵۰ | ۴ | (۱۰-۵-۵) | (۱۰) | (۵) | (-۲۰) |
| ۴ | ۳ | ۵۰ | ۱۰ | ۵۰ | ۴ | (۵-۲۰-۵) | (۱۰-۵) | (۱۵-۵) | (-۱۰) |
| ۵ | ۳ | ۲۵ | ۱۰ | ۵۰ | ۵ | (۵-۲۰-۵) | (۱۰-۵) | (۱۵-۵) | (-۱۰) |

جدول ۳: نتایج مثال های عددی و مقادیر متغیرهای تصمیم

| شماره | TC | T | Ts | Q |
|-------|-----|------|-------------------------|---------------|
| ۱ | ۲۵۶ | ۱,۷ | ۰,۳۰-۰,۴۱-۰,۳۰-۰,۶۷ | ۱۱-۱۵-۱۱-۱۵ |
| ۲ | ۵۲۶ | ۳ | ۲,۱-۰,۳-۰,۱-۰,۴-۰,۲ | ۱۴-۱۰-۲۰-۱-۱۷ |
| ۳ | ۳۰۰ | ۰,۵ | ۰,۲-۰,۴۱-۰,۱-۰,۳۴-۲,۱ | ۳-۱۴-۵-۴ |
| ۴ | ۲۹۴ | ۰,۸۲ | ۰,۵-۰,۲-۰,۲-۰,۲۶ | ۰-۱۴-۲-۱ |
| ۵ | ۳۲۱ | ۲,۳ | ۱,۴-۰,۱۲-۰,۱۵-۰,۵۷-۰,۰۵ | ۶-۷-۲۸-۳-۳ |

ادامه جدول ۳: نتایج مثال های عددی و مقادیر متغیرهای تصمیم

| شماره | i | X | w | m_i | $\sum t_b$ |
|-------|-----|--------------------------|-----------|-------|------------|
| ۱ | ۱ | ۰,۸۶-۰,۶۰-۰,۷۳-۰,۳۶ | ۰-۰-۰-۰ | ۴ | ۰ |
| ۲ | ۲ | ۰,۱۴-۰,۴۰-۰,۲۷-۰,۶۴ | ۱-۱-۰-۰ | ۴ | ۰,۱۸ |
| ۲ | ۱ | ۰,۲۴-۰,۲۸-۰,۱۶-۰,۲۸-۰,۳۴ | ۰-۰-۰-۰-۰ | ۴ | ۰ |
| ۲ | ۲ | ۰,۷۶-۰,۷۰-۰,۸۳-۰,۷۱-۰,۶۵ | ۰-۰-۰-۰-۰ | ۴ | ۰ |
| ۳ | ۱ | ۰,۲۸-۰,۲۲-۰,۱۸-۰,۱۴ | ۱-۱-۱-۰ | ۴ | ۰,۱۸ |
| ۲ | ۲ | ۰,۳۶-۰,۴۶-۰,۳۵-۰,۴۱ | ۱-۱-۱-۰ | ۴ | ۰,۲۸ |
| ۳ | ۳ | ۰,۴۵-۰,۳۶-۰,۴۳-۰,۲۶ | ۱-۱-۱-۰ | ۴ | ۰,۲۹ |

| | | | | | |
|------|---|-----------|--------------------------|---|---|
| ۰,۲۵ | ۳ | ۱-۰-۰-۰ | ۰,۴-۰,۶۵-۰,۵-۰,۲۲ | ۱ | ۴ |
| ۰,۲۵ | ۳ | ۱-۰-۰-۰ | ۰,۲۸-۰,۱۶-۰,۲۶-۰,۱۶ | ۲ | |
| ۰,۲۱ | ۳ | ۱-۰-۰-۰ | ۰,۳۱-۰,۱۹-۰,۲۴-۰,۶۲ | ۳ | |
| ۰,۴ | ۵ | ۰-۱-۰-۰-۰ | ۰,۴۵-۰,۳۲-۰,۵۷-۰,۴۷-۰,۳۹ | ۱ | ۵ |
| ۰,۳۴ | ۵ | ۰-۱-۰-۰-۰ | ۰,۳۳-۰,۳۲-۰,۲-۰,۲۴-۰,۳۲ | ۲ | |
| ۰,۳۵ | ۵ | ۰-۱-۰-۰-۰ | ۰,۳۵,۰,۲۲-۰,۲۲-۰,۲۹-۰,۲۶ | ۳ | |

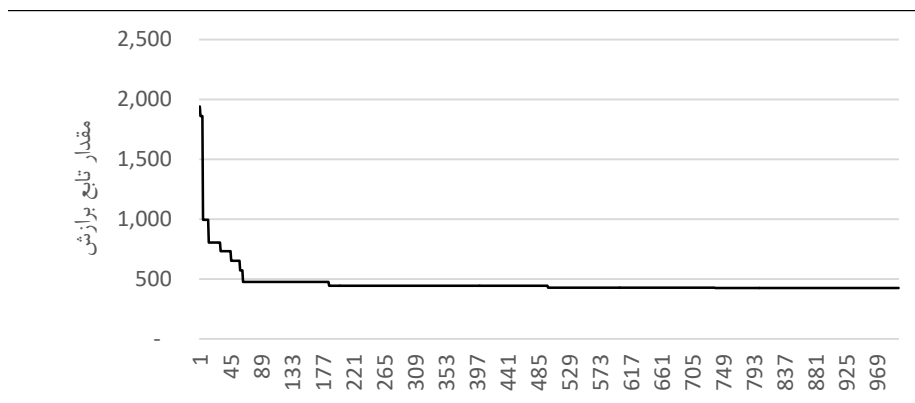
نتایج عددی بالا با در نظر گرفتن تعداد ارسال فروشنده برابر با ۴ ارائه شده است و در مثال شماره ۴ تعداد ارسال برای خرده فروشان برابر با ۳ به دست آمده است. این پاسخ نشان-دهنده آزادی مدل پیشنهادی برای تعداد ارسال به خرده فروشها در مرز ارائه شده توسط فروشنده می باشد. به منظور بررسی عملکرد الگوریتم و بررسی جواب های ارائه شده توسط آن، این مسایل با توسط نرم افزار بهینه سازی حل شده است و مقایسه نتایج دو روش به کار رفته در جدول ۴ آمده است. جواب به دست آمده توسط نرم افزار بهینه سازی، بهترین جواب بدست آمده است و جواب بهینه نیست.

جدول ۴: مقایسه مقادیر پاسخ به دست آمده توسط نرم افزار گمز و الگوریتم تکاملی دیفرانسیلی

| مقایسه دو روش | | نرم افزار GAMS | | الگوریتم تکاملی دیفرانسیلی | | تعداد خرده فروشان |
|---------------|----------|----------------|-------------|----------------------------|-------------|-------------------|
| زمان | هزینه | زمان حل | مقدار هزینه | زمان حل | مقدار هزینه | |
| -/۰,۲۵۱۷ | ٪۱۲ | ۱۵۷ | ۲۲۵ | ۶ | ۲۵۶ | ۲ |
| -/۰,۱۷۶۳ | ٪۴۰ | ۱۴۹ | ۳۶۲ | ۸ | ۶۰۵ | ۳ |
| -/۰,۴۱۲۸ | ٪۴۲ | ۷۶۱ | ۵۶۳ | ۱۸ | ۹۷۸ | ۵ |
| -/۰,۴۴۶۴ | -/۰,۵۵۶۹ | ۱,۰۰۴ | * ۲۹۲,۹۳۴ | ۲۲ | ۵,۱۶۷ | ۱۰ |
| -/۰,۲۴۰۵ | -/۰,۶۴۴ | ۱,۰۲۷ | * ۸۹,۷۰۱ | ۴۱ | ۱۲,۰۶۱ | ۲۰ |

*جواب به دست آمده توسط نرم افزار، یک کران بالا است

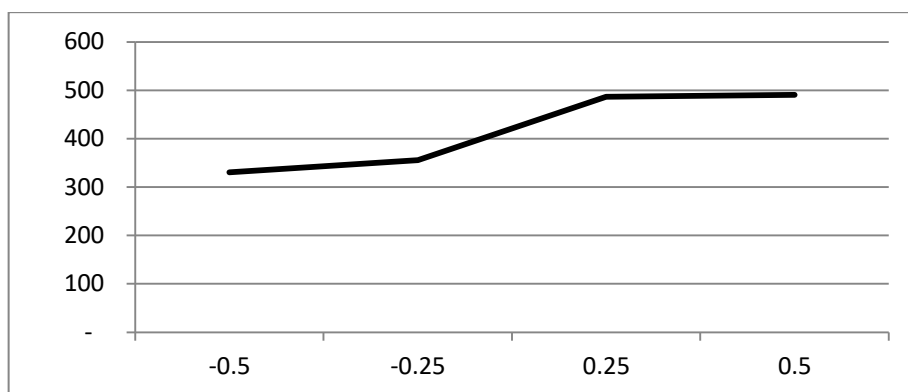
همانگونه که از نتایج ارائه شده در جدول ۴ مشاهده می‌شود اگرچه در مسایل با اندازه کوچک الگوریتم تکاملی دیفرانسیلی جواب بهتری نسبت به نرم افزار گمز ارائه نداده است، با بزرگتر شدن اندازه مساله در زمان بسیار کوتاهتری جواب بهتری نسبت به نرم افزار ارائه داده است. شکل ۳ روند همگرایی الگوریتم تکاملی دیفرانسیلی به پاسخ به-دست آمده را نشان می‌دهد.



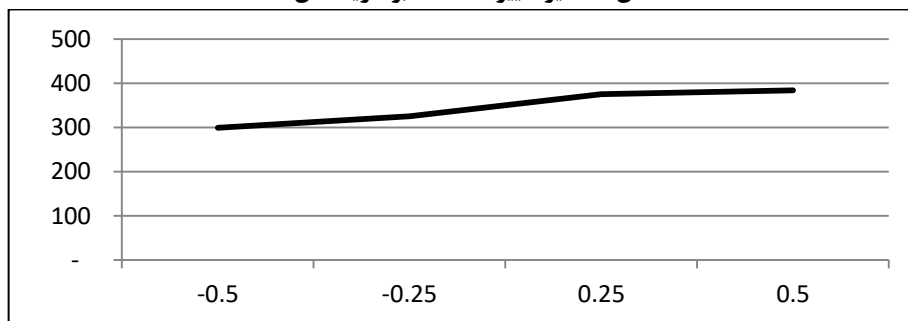
شکل ۳: روند همگرایی پاسخ حاصل از اجرا الگوریتم تکاملی دیفرانسیلی

تحلیل حساسیت

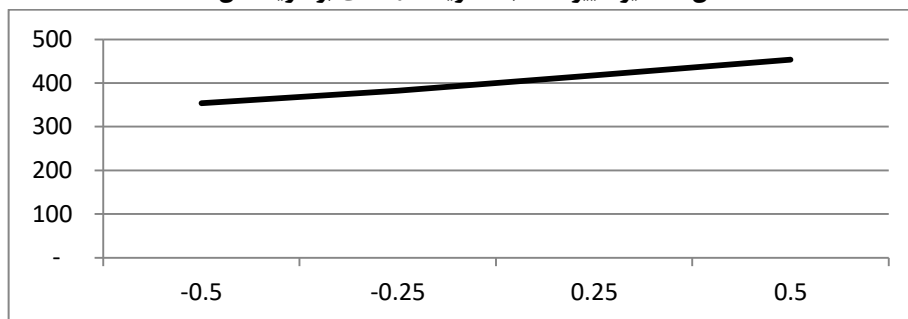
به منظور بررسی عملکرد مدل ریاضی ارائه شده با تغییرات در پارامترهای ورودی، تحلیل حساسیت بر روی هزینه کل زنجیره تامین، اندازه دسته ارسالی، مجموع زمان کمبود خرده فروشان طی یک دوره انجام شده است. شکل ۱ تاثیر تغییرات تقاضا بر هزینه کل زنجیره تامین را نشان می‌دهد. با افزایش تقاضا هزینه کل زنجیره تامین با شیب ملایم افزایش می‌یابد.



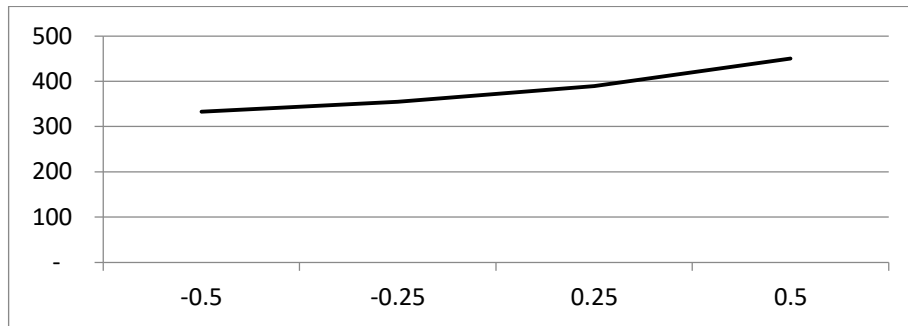
شکل ۴: تاثیر تغییرات تقاضا بر هزینه کل



شکل ۵: تاثیر تغییرات نسبت هزینه نگهداری بر هزینه کل



شکل ۶: تاثیر تغییرات هزینه کمبود بر هزینه کل



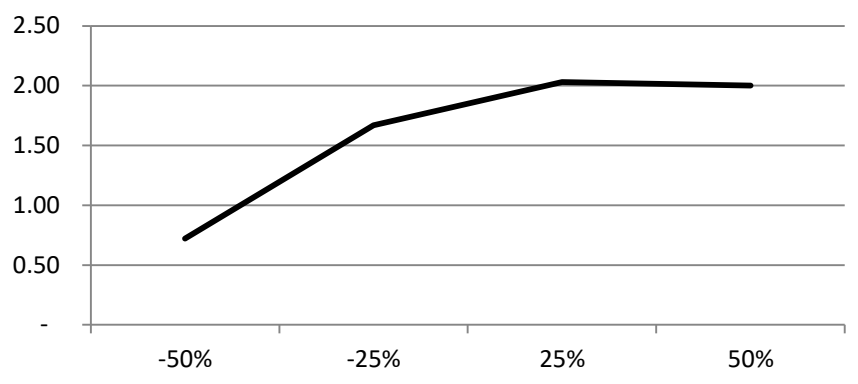
شکل ۷: تاثیر تغییرات هزینه ثابت ارسال بر هزینه کل

شکل‌های ۵ تا ۷ تاثیر تغییرات هزینه‌های نگهداری، کمبود و ارسال را بر هزینه کل نشان می‌دهد. همانگونه که از شیب نمودارها قابل مشاهده است تغییرات هزینه ارسال بیشترین تاثیر بر تغییرات هزینه را دارد و تغییرات هزینه نگهداری تاثیر کمتری بر مدل دارد.

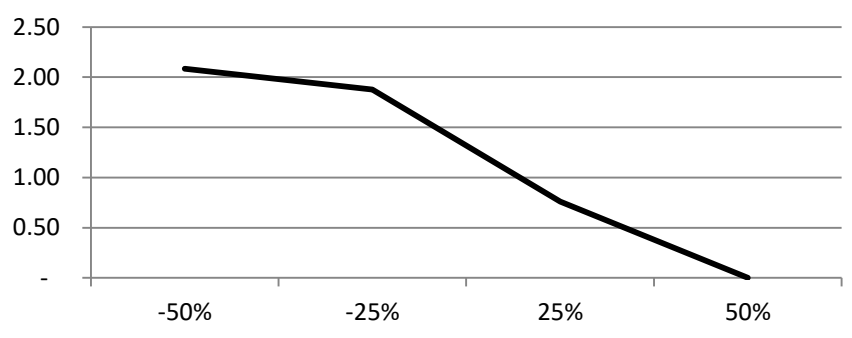
جدول ۵: تاثیر تغییرات تقاضا بر اندازه دسته‌ارسالی

| درصد تغییرات تقاضا | q ₁ | q ₂ | q ₃ | q ₄ |
|--------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| ۵۰٪ | ۱ | ۱۱ | ۸ | ۳۱ |
| ۲۵٪ | ۵ | ۱۰ | ۱۰ | ۱۹ |
| -۲۵٪ | ۶ | ۲۷ | ۱ | ۳۴ |
| -۵۰٪ | ۱ | ۲۶ | ۱ | ۶ |

جدول ۵ تاثیر تغییرات تقاضا را بر اندازه دسته‌ارسالی را نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که با کاهش تقاضا، اندازه دسته‌ارسالی کوچکتر شده و تمایل به ارسال در تعداد کمتر دفعات ارسال و اندازه بزرگتر می‌باشد. شکل‌های ۸ و ۹ به ترتیب تاثیر تغییرات هزینه‌های نگهداری و کمبود بر مجموع زمان کمبود برای خرده‌فروش‌ها را نشان می‌دهد.



شکل ۸: تأثیر تغییرات هزینه نگهداری بر مجموع زمان کمبود خرده‌فروش‌ها



شکل ۹: تأثیر تغییرات هزینه کمبود بر مجموع زمان کمبود خرده‌فروش‌ها

همانگونه که انتظار می‌رود افزایش هزینه کمبود باعث کاهش زمان کل کمبود در یک سیکل و افزایش هزینه نگهداری موجب افزایش زمان کمبود کل در یک سیکل شده است.

نتیجه گیری و تحقیقات آتی

در این تحقیق، یک مدل یکپارچه جهت تولید و توزیع در یک زنجیره تامین با یک فروشنده و چند خریدار ارائه با هدف کمینه سازی هزینه کل زنجیره تامین شامل هزینه‌های نگهداری فروشنده و خرده فروش‌ها، هزینه راه‌اندازی فروشنده، هزینه‌های ارسال و سفارش دهی و نیز هزینه کمبود در خرده فروش‌ها ارائه گردید. از آنجایی که بیشتر مطالعات انجام شده در این

حوزه مدل‌های تحلیلی و با فرض اندازه دسته‌های یکسان را ارائه کرده‌بودند، در این تحقیق یک مدل ریاضی با فرض اندازه دسته‌های متفاوت که موجب کاهش هزینه کل زنجیره تامین می‌گردد پیشنهاد گردید و به منظور ایجاد یک مدل جامع‌تر، کمبود در قالب پس‌افت نیز در مدل لحاظ گردید. به علاوه ساختار ارسال نیز به صورتی طراحی شده است که آزادی عمل به فروشنده جهت امکان ارسال همزمان به خرده فروش‌ها را داده است.

مدل ریاضی پیشنهادی یک مدل برنامه ریزی غیرخطی ترکیبی عدد صحیح است و به منظور حل این مدل یک الگوریتم تکاملی دیفرانسیلی ارائه شده است. الگوریتم تکاملی دیفرانسیلی جهت حل مسایل غیر خطی پیوسته عملکرد بسیار خوبی نشان داده است و در این تحقیق به منظور سازگار نمودن این الگوریتم با مدل غیر خطی عدد صحیح، کروموزوم‌ها و عملگرها متناسب با ساختار مساله طراحی شده است. مقایسه نتایج به دست آمده با خروجی حاصل از نرم افزار گمز نشان داده است که این الگوریتم از سرعت مناسبی در رسیدن به جواب مساله برخوردار است و در مسایل با اندازه بزرگ عملکرد بسیار بهتری از نرم افزار ارائه داده است. به منظور توسعه مدل ارائه شده پیشنهاد می‌گردد به منظور انعکاس محدودیت‌های دنیای واقعی و بهبود عملکرد مدل، تقاضای خرده فروش‌ها به صورت احتمالی در نظر گرفته شود. در ضمن می‌توان مدل را در حالت چند محصولی در نظر گرفت.

منابع

BenDaya, M., & Hariga, M. (2004), "Integrated single vendor single buyer model with stochastic demand and variable lead time", *International Journal of Production Economics*, 92, 75-80.

Braglia, M., & Zavanella, L. (2003), "Modelling an industrial strategy for inventory management in supply chains: the 'Consignment Stock' case ", *International Journal of Production Research*, 118, 3793-3808.

Darwish, M., & Odah, O. (2010), "Vendor managed inventory model for single-vendor multi-retailer supply chains" , *European Journal of Operational Research*, 204(3), 473-484.

Glock, C. (2012), "Lead time reduction strategies in a single-vendor-single-buyer integrated inventory model with lot size-dependent lead times and stochastic demand", *International Journal of Production Economics*, 136, 37-44.

Glock, C. (2012), "The joint economic lot size problem: A review", *International Journal of Production Economics*, 135, 671-686.

Goyal, S. (1977), "Determination of optimal production quantity for a two-stage production system", *Operational Research Quarterly*, 28, 865-870.

Goyal, S. (1988), "A joint economic-lot-size model for purchaser and vendor: a comment", *Decision Sciences*, 19, 236-241.

Goyal, S., & Gupta, Y. (1989), "Integrated inventory models: The buyer-vendor coordination", *European Journal of Operational Research*, 41, 261-269.

Gumu, M., Jewkes, E. M., & H., B. J. (2008), "Impact of consignment inventory and vendor-managed inventory for a two-party supply chain", *International Journal of Production Economics*, 113, 502-517.

H. M. Abdelsalam, M. M. (2014), "Joint economic lot sizing problem for a three Layer supply chain with stochastic demand", *International Journal of Production Economics*, 155, 272-283.

Hariga, M., Gumus, M., Ben-Daya, & Hassini. (2013), "Scheduling and lot sizing models for the single-vendor multi-buyer problem under consignment stock partnership", *Journal of the Operational Research Society*, 64, 995-1009.

Hill, R. M. (1999), "The optimal production and shipment policy for the single-vendor singlebuyer integrated production-inventory problem", *International Journal of Production Research*, 37(11), 2463-2475.

HILL, R. M., & Omar, M. (2006), "Another look at the single-vendor single-buyer integrated production-inventory problem", *International Journal of Production Research*, 44(4.15), 791–800.

Hoque, M. (2008), "Synchronization in the single-manufacturer multi-buyer integrated inventory supply chain", *European Journal of Operational Research*, 188, 811–825.

L. Zavanella, S. Z. (2009), "A one-vendormulti-buyerintegratedproduction-inventorymodel:The ‘ConsignmentStock’case", *International Journal of Production Economics*, 118, 225-232.

Lu, L. (1995), "A one-vendor multi-buyer integrated inventory model", *European Journal of Operational Research*, 81(2), 312-323.

M. Hariga, M. A. (2013), "A vendor managed inventory model under contractual agreement", *Computers & Operations Research*, 2138–2144.

M. Khojaste Sarakhsi, S. F. (2015), "A new hybrid algorithm of scatter search and Nelder-Mead algorithms to optimize joint economic lot sizing problem", *Journal of Computational and Applied Mathematics*.

Mateen, A. C. (2015), "VMI for Single-Vendor Multi-Retailer Supply Chains under Stochastic Demand", *Computers and Industrial Engineering*, 79.

Q. Huang, J. C. (2009), "A note on Modelling an industrial strategy for inventory management in supply chains: the 'Consignment Stock' case", *International Journal of Production Research*, 47(22), 6469-6475.

S. Zanoni, R. W. (2004), "A note on an industrial strategy for stock management in supply chains: modelling and performance evaluation", *International Journal of Production research*, 42(20), 4421-4426.

Shi Tao Zhao, K. W.-M. (2016), "Optimal production-inventory policy for an integrated multi-stage supply chain with time-varying demand", *European Journal of Operational Research*, 225(2), 364-379.

Verma, N. C. (2017), "result7 A multiple-retailer replenishment model under VMI: Accounting for the retailer heterogeneity", *Computers and Industrial Engineering*, 104, 175-187.