




Stochastic Rule-Based Decision Support System for Reliability Redundancy Allocation Problem

Amir Yousefli * | Department of Mechanical and Industrial Engineering, University of Zanjan, Zanjan, Iran

Reza Norouzi  | Department of Industrial Management, Imam Khomeini International University, Qazvin, Iran

Amirhossein Hamzeiyan  | Department of Engineering, University of Birjand, Birjand, Iran

Abstract

Reliability Redundancy Allocation (RRA) is one of the most important problems facing the managers to improve the systems performance. In most RRA models, components' reliability used to be assumed as an exact value in (0,1) interval, while various factors might affect components' reliability and change it over time. Therefore, reliability values should be considered as uncertain parameters. In this paper, by developing a discrete-continuous inference system, an optimization-oriented decision support system is proposed considering the components' reliability as stochastic variables. Proposed DSS uses stochastic if-then rules to infer optimum or near optimum values for decision variables as well as objective function. Finally, by providing several numerical examples, the efficiency of the proposed DSS is evaluated.


Keywords: Reliability Redundancy Allocation Problem, Stochastic Decision Support System, Stochastic Rule Base.

* Corresponding Author: ayousefli@znu.ac.ir


How to Cite: Yousefli, A., Norouzi, R., Hamzeiyan, A. (2022). Stochastic Rule-Based Decision Support System for Reliability Redundancy Allocation Problem, *Journal of Industrial Management Studies*, 20(65), 85-112.

سیستم پشتیبان تصمیم‌گیری قاعده محور تصادفی برای مسئله تخصیص افزونگی قابلیت اطمینان


استادیار گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه زنجان، زنجان، ایران

*  امیر یوسفلی

کارشناسی ارشد مدیریت صنعتی، گروه مدیریت صنعتی، دانشکده علوم اجتماعی، دانشگاه بین‌المللی امام خمینی (ره)، قزوین، ایران

 رضا نوروزی

کارشناسی ارشد برق مخابرات، گروه مهندسی برق، دانشکده برق و کامپیوتر، دانشگاه بیرجند، بیرجند، ایران

 امیرحسین حمزه‌یان

چکیده

یکی از مهم‌ترین موضوعاتی که مدیران به منظور افزایش عملکرد سیستم‌ها با آن روبرو هستند مسئله تخصیص افزونگی قابلیت اطمینان (RRA^1) است. در بسیاری از مدل‌های RRA ، معمولاً قابلیت اطمینان اجزاء عددی در بازه (۰،۱) در نظر گرفته می‌شود، این در حالی است که پارامترهای مختلفی می‌تواند بر قابلیت اطمینان اثر گذاشته و آن را در طول زمان تغییر دهد. بنابراین بهتر است قابلیت اطمینان یک سیستم به صورت غیرقطعی در نظر گرفته شده و مدل‌سازی مسئله در فضای غیرقطعی انجام شود. در این مقاله با در نظر گرفتن قابلیت اطمینان اجزاء یک سیستم به عنوان متغیرهای تصادفی، یک سیستم پشتیبان تصمیم‌گیری بهینه‌گرا پیشنهاد شده است که برای استنتاج مقادیر بهینه یا نزدیک به بهینه‌ی متغیرهای تصمیم و تابع هدف از قواعد اگر-آنگاه تصادفی استفاده می‌نماید. کارایی سیستم پیشنهاد شده با ارائه مثال‌های متعدد ارزیابی شده است.

کلیدواژه‌ها: مسئله تخصیص افزونگی قابلیت اطمینان، سیستم پشتیبان تصمیم‌گیری تصادفی، پایگاه قواعد تصادفی.

* نویسنده مسئول: ayousefli@znu.ac.ir

1. Reliability Redundancy Allocation

مقدمه

حداقل بودن نقص و خرابی و داشتن عملکرد مطلوب در فاصله زمانی مشخص، یکی از مهم‌ترین انتظارات مصرف‌کنندگان و خریداران محصولات و سیستم‌های صنعتی است. از این‌رو موضوع مهندسی قابلیت اطمینان همواره مورد توجه محققین بوده و مطالعات بسیار زیادی در این حوزه انجام شده است. به عبارتی، قابلیت اطمینان سیستم را می‌توان یکی از قسمت‌های مهم طراحی محصول معرفی نمود و می‌توان آن را با استفاده از مواردی مانند: (۱) بهبود قابلیت اطمینان اجزاء سیستم؛ (۲) استفاده موازی از قطعات؛ (۳) ترکیبی از بهبود قابلیت اطمینان اجزا و استفاده موازی از آن‌ها و (۴) تغییر اجزای قابل تعویض، بهبود بخشید (کو و پراساد^۱، ۲۰۰۰). در بیشتر مدل‌های تخصیص افزونگی ارائه‌شده در ادبیات، قابلیت اطمینان اجزاء یک مقدار ثابت در فاصله (۰،۱) در نظر شده است (اردکان و همدانی، ۲۰۱۴، اسدقی و همکاران، ۲۰۱۸، اردکان و همکاران، ۲۰۱۵، کولتورل و همکاران^۲، ۲۰۰۳، لیانگ و اسمیت^۳، ۲۰۰۴، تاوانا و همکاران^۴، ۲۰۱۸)، که در دنیای واقعی این فرض به دلایل مختلفی مانند شرایط انبار، تغییرات دما، شرایط تولید و فاکتورهای انسانی نقض شده و این عوامل باعث تغییر قابلیت اطمینان در طول زمان می‌شوند. در ادبیات، رویکردهای مختلفی مانند برنامه‌ریزی تصادفی، برنامه‌ریزی فازی و برنامه‌ریزی فاصله‌ای برای فرموله کردن مقادیر غیرقطعی قابلیت اطمینان به کار گرفته شده است. در چارچوب برنامه‌ریزی تصادفی، قابلیت اطمینان هر جزء از سیستم به‌عنوان یک متغیر تصادفی با توزیع خاص در نظر گرفته‌شده و از مدل‌های بهینه‌سازی تصادفی برای مدل‌سازی مسئله استفاده شده است. از جمله مدل‌های توسعه داده‌شده در فضای احتمالی می‌توان به مدل مارسیگرا و همکارانش^۵ (۲۰۰۵) اشاره کرد که در آن قابلیت اطمینان اجزاء به‌صورت متغیرهای تصادفی فرض شده و یک مدل بهینه‌سازی چند هدفه برای حداکثر کردن قابلیت اطمینان

-
1. Kuo and Prasad
 2. Kulturel-Konak et al.
 3. Liang and Smith
 4. Tavana et al.
 5. Marseguerra et al.

سیستم و حداقل کردن واریانس ارائه شده است. ردی و همکاران^۱ (۲۰۱۱) یک سیستم سری- موازی با قابلیت اطمینان تصادفی برای اجزاء را در نظر گرفته و مدلی برای تعیین تعداد بهینه هر جزء ارائه کرده‌اند. با توجه به این واقعیت که بسیاری از تصمیم‌گیرندگان رفتاری ریسک‌گریز دارند، تکینر و کویت^۲ (۲۰۱۱) الگوریتم‌های جدیدی را پیشنهاد کردند که واریانس قابلیت اطمینان سیستم را به حداقل می‌رساند. همچنین کویت و واتاناپانگساکورن^۳ (۲۰۰۴) مسئله تخصیص قابلیت اطمینان را برای سیستم‌گریز از خطر در نظر گرفته و یک مدل چند هدفه را به منظور به حداکثر رساندن قابلیت اطمینان سیستم و به حداقل رساندن واریانس ارائه دادند. یاداوی و همکاران^۴ (۲۰۰۷) و چارلز و اودهایاکومار^۵ (۲۰۱۲) از مدل برنامه‌ریزی با شانس محدود شده (CCP^۶) برای مدل‌سازی مسئله تخصیص قابلیت اطمینان در فضای احتمالی استفاده کرده و تابع هدف بیشینه‌سازی قابلیت اطمینان سیستم را برای تعیین تعداد بهینه اجزاء در نظر گرفتند. کائو و همکاران^۷ (۲۰۲۰) با در نظر گرفتن قابلیت اطمینان و هزینه سیستم، یک مدل چند هدفه ارائه دادند. آن‌ها به منظور دستیابی به یک سیستم با پایداری بالا، آنتروپی سیستم را در قالب یک محدودیت مدل‌سازی کرده و از تنوع بازی‌ها برای حل مسئله و دستیابی به جواب‌های با کمترین واریانس و بیشترین قابلیت اطمینان استفاده کردند. ملال و ژیو^۸ (۲۰۲۰) مسئله تخصیص افزونگی قابلیت اطمینان را با استراتژی آماده‌به‌کار سرد^۹ در نظر گرفته و از الگوریتم متاهیورستیک فاخته برای حل مسئله استفاده کردند. در پژوهشی دیگر اردکان و رضوانی^{۱۰} (۲۰۱۸) به بررسی افزونگی اجزا باهدف به حداکثر رساندن قابلیت اطمینان سیستم‌ها پرداختند. آن‌ها در مدل خود استراتژی آماده‌به‌کار سرد را در نظر گرفته و از چارچوب

-
1. Reddy et al.
 2. Tekiner and Coit
 3. Coit and Wattanapongsakorn
 4. Yadavalli et al.
 5. Charles and Udhayakumar
 6. Chance constrained programming
 7. Cao et al.
 8. Mellal and Zio
 9. Cold-standby strategy
 10. Ardakan and Rezvani

مدل زنجیره مارکوف با زمان پیوسته (CTMC^۱) استفاده نمودند. آن‌ها در نهایت به منظور رسیدن به جواب بهینه، یک الگوریتم تکاملی چند هدفه را برای مدل خود توسعه دادند. پورکریم و همکاران^۲ (۲۰۱۹) نیز مدلی برای بهینه‌سازی قابلیت اطمینان در حالت سری-موازی ارائه دادند. در این مدل نرخ خرابی اجزا وابسته به زمان در نظر گرفته شده و از توزیع وایبول برای تخمین آن استفاده شده است. نجمی و همکاران^۳ (۲۰۲۱) بدون در نظر گرفتن فرضیات همگون بودن اجزاء سیستم و مشخص بودن استراتژی‌های جایگزینی در هر زیرسیستم، مسئله تخصیص افزونگی قابلیت اطمینان را در قالب یک مدل بهینه‌سازی فرموله کرده و علاوه بر در نظر گرفتن اجزاء ناهمگون، استراتژی بهینه را برای هر زیرسیستم (اعم از فعال یا آماده‌به‌کار) پیشنهاد دادند. در پژوهشی دیگر، گیلانی و همکاران^۴ (۲۰۲۱)، استراتژی‌های افزونگی قابلیت اطمینان را به‌عنوان متغیر تصمیم در نظر گرفته و استراتژی بهینه برای هر زیرسیستم و ساختار سیستم را با استفاده از یک مدل بهینه‌سازی مشخص کرده‌اند. آن‌ها همچنین از زنجیره مارکوف زمان پیوسته برای محاسبه مقدار دقیق قابلیت اطمینان زیر سیستم‌های آماده‌به‌کار استفاده کردند. چمبری و همکاران^۵ (۲۰۲۱) مسئله تخصیص افزونگی در حالت سری-موازی را در نظر گرفته و یک مدل بهینه‌سازی دو هدفه به‌منظور بیشینه‌سازی قابلیت اطمینان سیستم و کمینه‌سازی هزینه‌ها، توسعه دادند. آن‌ها با استفاده از ترکیب الگوریتم متاهیورستیک NSGA-II^۶ و شبیه‌سازی یک روش هیبریدی برای حل مدل توسعه داده شده ارائه کردند.

در رویکرد فازی، ابراهیمی پور و شیخ‌علیشاهی^۷ (۲۰۱۱) در مطالعه خود قابلیت اطمینان مؤلفه‌ها را به‌عنوان اعداد فازی مدنظر قرار دادند و یک مدل چند هدفه را بر اساس هزینه و قابلیت اطمینان ارائه کردند. آن‌ها از روش ارزش‌انتظاری برای تبدیل مدل فازی

-
1. Continuous-Time Markov Chains
 2. Pourkarim et al.
 3. Najmi et al.
 4. Guilani et al.
 5. Chambari et al.
 6. Non-dominated Sorting Genetic Algorithm
 7. Ebrahimipour and Sheikhalishahi

به معادل قطعی استفاده کرده و الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات چند هدفه را برای حل مدل قطعی به کار گرفتند. ماهاپاترا و روی^۱ (۲۰۱۴) در مطالعه خود، برای فرموله کردن عدم قطعیت از مجموعه‌های فازی شهودی^۲ استفاده کرده و تکنیک بهینه‌سازی فازی شهودی را برای یافتن قابلیت اطمینان بهینه در سیستم‌های پیچیده‌ای که محدودیت در هزینه سیستم دارند به کار بردند. جمیل و رادهی^۳ (۲۰۱۴) نیز مسئله بهینه‌سازی قابلیت اطمینان افزونگی در محیط فازی را مورد بررسی قرار داده که در آن از اعداد فازی برای بیان قابلیت اطمینان اجزاء سیستم استفاده شده است. کوندو و اسلام^۴ (۲۰۱۸) یک مدل بهینه‌سازی قابلیت اطمینان بر مبنای آنتروپی ارائه دادند و از مدل‌های تصمیم‌گیری چند هدفه فازی تعاملی برای حل آن استفاده کردند. آل دامسی و همکاران^۵ (۲۰۱۴) نیز دو مدل برنامه‌ریزی هندسی فازی برای سیستم‌های سری ارائه دادند، یکی برای بهینه‌سازی قابلیت اطمینان سیستم با در نظر گرفتن محدودیت‌های هزینه‌ای و دیگری برای به حداقل رساندن هزینه‌ها با توجه به مقدار قابلیت اطمینان هدف. ساهو^۶ (۲۰۲۱) با در نظر گرفتن عدم قطعیت در پارامترهای مسئله تخصیص افزونگی قابلیت اطمینان مانند هزینه، وزن اجزاء، قابلیت اطمینان اجزاء و غیره، مسئله را در قالب یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی فازی فرموله کرده و برای حل مسئله از الگوریتم ژنتیک استفاده کرد. اشرف و همکاران^۷ (۲۰۲۱) نیز از مجموعه‌های فازی نوع دو برای فرموله کردن عدم قطعیت پارامترهای مسئله تخصیص افزونگی استفاده کرده و قابلیت اطمینان زیر سیستم‌ها را نیز با همین روش تعیین نمودند. در نهایت آن‌ها برای حل مسئله بهینه‌سازی فازی توسعه داده‌شده، روش ازدحام ذرات را به کار برده و جواب‌های بهینه را محاسبه کردند.

در کنار مدل‌های بهینه‌سازی تصادفی و بهینه‌سازی فازی، دسته‌ای دیگر از محققان از روش‌های برنامه‌ریزی فاصله‌ای برای مدل‌سازی و حل مسئله قابلیت اطمینان در فضای

-
- 1 Mahapatra and Roy
 - 2 Intuitionistic fuzzy sets
 - 3 Jameel and Radhi
 - 4 Kundu and Islam
 - 5 El-Damcese et al.
 - 6 Sahoo
 - 7 Ashraf et al

فازی استفاده کردند. ژانگ و چن^۱ (۲۰۱۶) یک مسئله بهینه‌سازی چند هدفه فاصله‌ای را پیشنهاد کرده‌اند که در آن قابلیت اطمینان هر جزء به صورت یک فاصله در نظر گرفته شده و از الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات^۲ برای حل آن استفاده کرده‌اند. گوپتا و همکاران^۳ (۲۰۰۹) نیز مدل تخصیص قابلیت اطمینانی را ارائه کردند که در آن قابلیت اطمینان اجزاء به صورت اعداد بازه‌ای فرض شده و برای حل مسئله از الگوریتم ژنتیک مبتنی بر تابع جریمه استفاده کردند. ساهو و همکاران^۴ (۲۰۱۱) چهار مدل چند هدفه را برای مسئله بهینه‌سازی قابلیت اطمینان ارائه دادند که در این مدل‌ها، قابلیت اطمینان اجزاء سازنده به عنوان مقادیر بازه‌ای در نظر گرفته شده و الگوریتم ژنتیک برای حل و رسیدن به جواب‌های پارتویی مورداستفاده قرار گرفته است. خلاصه ادبیات مسئله تخصیص افزونگی قابلیت اطمینان در جدول ۱ به صورت مقایسه‌ای نشان داده شده است.

با توجه به پژوهش‌های صورت گرفته دیده می‌شود که در بیشتر مطالعات از روش‌های مختلف برنامه‌ریزی ریاضی برای یافتن راه‌حل‌های بهینه استفاده شده است. به‌ویژه آنکه این جواب‌های بهینه همگی قطعی هستند، حال آنکه شرایط مسئله کاملاً غیرقطعی بوده و این به معنای کاهش مسئله از فضای غیرقطعی و تبدیل آن به یک مسئله قطعی معادل است. در این رویکرد، واضح است که جواب به‌دست‌آمده در تمام شرایطی که ممکن است در آینده برای پارامترهای غیرقطعی اتفاق افتد، نمی‌تواند بهینه باشد. بر این اساس، در این مقاله به جای محاسبه مقادیر بهینه قطعی برای متغیرهای تصمیم (تعداد اجزاء زیر سیستم‌ها) و تابع هدف (مقدار قابلیت اطمینان کل سیستم)، تابع چگالی احتمال (pdf^۵) بهینه آن‌ها تعیین شده تا کلیه حالات غیرقطعی که ممکن است برای پارامترهای مسئله اتفاق افتد در نظر گرفته شده و توابع چگالی به‌دست‌آمده، رفتار متغیرهای تصمیم و تابع هدف بهینه را بر اساس تغییرات پارامترهای غیرقطعی نشان دهند. توابع چگالی به‌دست‌آمده علاوه بر آنکه مقادیر مختلف ممکن برای متغیرهای تصمیم و تابع هدف را نشان می‌دهند، برای ساختن

-
1. Zhang and Chen
 2. Particle Swarm Optimization
 3. Gupta et al.
 4. Sahoo et al.
 5. Probability density function

یک سیستم پشتیبان تصمیم قاعده پایه تصادفی^۱ نیز به کار گرفته شده‌اند. این سیستم پشتیبان تصمیم به مدیران کمک می‌کند تا جواب نزدیک به بهینه مسائل قابلیت اطمینان قطعی را بدون حل مسئله بهینه‌سازی استنتاج نمایند. بر این اساس سازمان‌دهی این مقاله به صورت زیر خواهد بود: در بخش بعد مسئله تخصیص افزونگی قابلیت اطمینان تصادفی در حالت سری-موازی توسعه داده شده و در ادامه روشی برای تعیین تابع چگالی احتمال بهینه متغیرهای تصمیم و تابع هدف ارائه می‌شود. بخش چهارم شامل توسعه سیستم پشتیبان تصمیم بهینه‌گرای قاعده پایه احتمالی می‌باشد و کارایی این سیستم در بخش پنجم بررسی می‌شود. آخرین بخش نیز شامل نتیجه‌گیری و تعیین مسیریابی برای تحقیقات آینده خواهد بود.

جدول ۱. مقایسه مدل‌های مختلف مسئله تخصیص افزونگی قابلیت اطمینان

نویسنده	شکل سیستم	روش حل	حالت عدم قطعیت	استراتژی افزونگی
مارسیگرا و همکاران (۲۰۰۵)	شبکه	الگوریتم ژنتیک و مونت کارلو	تصادفی	فعال
تکینر و کویت (۲۰۱۱)	سری موازی	جستجوی محلی و LIP	تصادفی	فعال
جمیل و رادهی (۲۰۱۴)	سری-موازی	ترکیب الگوریتم عملکرد جریمه روش نلدر-مید	فازی	فعال
ژانگ و چن (۲۰۱۶)	سری-موازی	بهینه‌سازی ازدحام ذرات چند هدفه	فاصله‌ای	فعال
کویت و واتاناپانگساکورن (۲۰۰۴)	سری-موازی	بهینه‌سازی تصادفی	تصادفی	فعال
گوپتا و همکاران (۲۰۰۹)	سری-موازی	الگوریتم ژنتیک	فاصله‌ای	فعال
ردی و همکاران (۲۰۱۱)	شبکه	شیبه‌سازی	تصادفی	فعال
ابراهیمی پور و شیخ علیشاهی (۲۰۱۱)	سری-سیستم پل	بهینه‌سازی ازدحام ذرات چند هدفه	فازی	فعال
ساهو و همکاران (۲۰۱۱)	سری-موازی	الگوریتم ژنتیک چند هدفه	فاصله‌ای	فعال
یاداولی و همکاران (۲۰۰۷)	سری-موازی	شاخه و کران	تصادفی	فعال
ماهااتپرا و روی (۲۰۱۴)	سیستم پیچیده، سیستم پل	بهینه‌سازی فازی شهودی	فازی	فعال

1. Stochastic rule based decision support system

نویسنده	شکل سیستم	روش حل	حالت عدم قطعیت	استراتژی افزونگی
چارلز و اودها یا کومار (۲۰۱۲)	سیستم سری	الگوریتم ژنتیک و مونت کارلو	تصادفی	فعال
کوندو و اسلام (۲۰۱۸)	سری- موازی	تصمیم‌گیری چند هدفه فازی تعاملی	فازی	فعال
آل دامسی و همکاران (۲۰۱۴)	سری	برنامه‌ریزی هندسی پارامتریک فازی	فازی	فعال
کائو و همکاران (۲۰۲۰)	سری- موازی	الگوریتم ژنتیک و مونت کارلو	فاصله‌ای	فعال
ملال و ژیو (۲۰۲۰)	سری- موازی	الگوریتم بهینه‌سازی فاخته پیشرفته	-	آماده‌به‌کار
پورکریم و همکاران (۲۰۱۹)	سری- موازی	شبیه‌سازی	تصادفی	مختلط
چمبری و همکاران (۲۰۲۱)	سری- موازی	NSGA-II و شبیه‌سازی	تصادفی	مختلط
ساهو (۲۰۲۱)	شبکه	الگوریتم ژنتیک	فازی	فعال
اشرف و همکاران (۲۰۲۱)	سری / موازی / شبکه	الگوریتم ازدحام ذرات	فازی	فعال
نجمی و همکاران (۲۰۲۱)	سری / موازی / شبکه	الگوریتم فراکتال تصادفی	تصادفی	-
گیلانی و همکاران (۲۰۲۱)	سری / موازی / شبکه	زنجیره مارکف	تصادفی	-

مدل تخصیص افزونگی قابلیت اطمینان تصادفی در حالت سری- موازی فعال

مدل‌سازی مسئله تخصیص قابلیت اطمینان تصادفی تحت نمادها و فرضیات زیر انجام شده است:

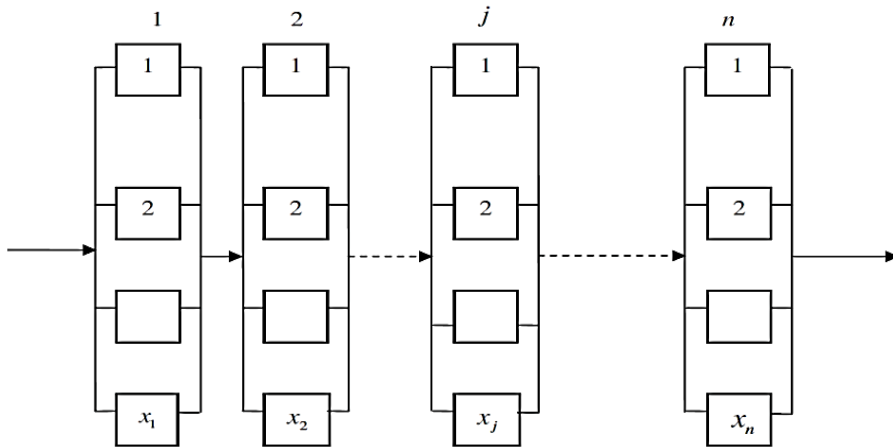
نمادها

\bar{R}_x : قابلیت اطمینان احتمالی کل سیستم
 x_j : تعداد اجزا در زیر سیستم j (متغیر تصمیم)
 (تابع هدف)
 (عدد صحیح)
 n : تعداد زیر سیستم
 c_j : هزینه هر جزء در زیر سیستم j

\bar{r}_j : قابلیت اطمینان احتمالی هر جزء در W : حداکثر میزان وزن در کل سیستم
 زیر سیستم j
 w_j : وزن هر جزء در زیر سیستم j U_j : کران بالای تعداد اجزا در زیر سیستم j

مفروضات

- ۱- نوع اجزا در هر زیر سیستم یکسان است.
- ۲- کل سیستم به صورت سری- موازی و مطابق شکل ۱ می باشد.
- ۳- قابلیت اطمینان اجزا در هر زیر سیستم غیرقطعی ولی توزیع چگالی احتمال آنها تابعی از پیش تعیین شده است.



شکل ۱. سیستم سری - موازی

بر اساس پارامترها و مفروضات بالا، مسئله تخصیص افزونگی احتمالی قابلیت اطمینان در حالت سری- موازی مطابق مدل (۱) فرموله می شود:

$$\begin{aligned} \text{Max } \bar{R}_x &= \prod_{j=1}^n (1 - (1 - \bar{r}_j)^{x_j}) \\ \text{s. t:} \\ \sum_j w_j x_j &\leq W \end{aligned} \quad (1)$$

$$\sum_j c_j x_j \leq C$$

$$1 \leq x_j \leq U_j; \forall j$$

$$j = 1, 2, \dots, n$$

تابع هدف مدل (۱)، میزان قابلیت اطمینان احتمالی کل سیستم در شرایطی که تعداد اجزا انتخاب شده برای هر زیر سیستم برابر با x_j باشد را نشان می‌دهد. به عبارت دیگر، این مدل به دنبال یافتن تعداد اجزا بهینه برای هر زیر سیستم است به طوری که قابلیت اطمینان کل سیستم در محیط تصادفی بیشینه گردد. محدودیت اول در مدل (۱) بیان‌کننده این موضوع است که مجموع وزن اجزا انتخاب شده برای زیر سیستم‌ها نمی‌تواند از یک مقدار مشخص بیشتر گردد. از طرفی میزان هزینه شرکت برای به دست آوردن قابلیت اطمینان بالاتر محدود است و نمی‌تواند بدون محدودیت در این زمینه هزینه نماید. در نتیجه در محدودیت دوم مجموع هزینه برای خرید اجزاء در کل سیستم با پارامتر C محدود شده است. در صورتی که تعداد اجزای یک زیر سیستم برابر صفر باشد، سیستم کارایی نداشته و قابلیت اطمینان برای آن بی‌معنی است، به همین منظور حداقل تعداد اجزا در هر زیر سیستم برابر یک است و همچنین نمی‌توان بیش از یک تعداد مشخص از یک جز به هر زیر سیستم اختصاص داده شود که این مطلب در محدودیت سوم لحاظ گردیده است.

مدل (۱) یک مدل برنامه‌ریزی غیرخطی احتمالی است که می‌تواند با توجه به مدل‌های برنامه‌ریزی تصادفی مرسوم مانند روش ارزش انتظاری (EVP^۱) یا برنامه‌ریزی با شانس محدود شده (CCP^۲) حل شود (لئو و لئو ۲۰۰۹). این روش‌ها ابتدا مسئله برنامه‌ریزی تصادفی را به یک مسئله قطعی معادل تبدیل کرده، سپس یک بردار جواب بهینه قطعی برای آن ارائه می‌کنند. این در حالی است که در یک مسئله بهینه‌سازی، متغیرهای تصمیم، متغیرهای وابسته هستند و مقادیر بهینه آن‌ها ممکن است با تغییر پارامترها، تغییر کند. بنابراین بردار تصمیم بهینه به‌عنوان تابعی از پارامترهای غیرقطعی، یک

-
1. Expected Value Problem
 2. Chance Constrained Programming
 3. Liu and Liu (2009)

بردار تصادفی خواهد بود (میلر و همکاران (۲۰۱۵)). این بدان معنی است که به جای محاسبه یک بردار قطعی به عنوان جواب بهینه مسئله (۱)، باید تابع چگالی بهینه هر یک از متغیرهای تصمیم محاسبه گردد. این کار باعث می شود کلیه حالات پارامترهای غیرقطعی در نظر گرفته شده و تصمیمات بهینه مرتبط به همراه احتمال وقوع آن‌ها تعیین گردد. بنابراین در بخش‌های بعد pdf بهینه تابع هدف و متغیرهای تصمیم بر اساس توابع چگالی پارامترهای تصادفی محاسبه شده و از آن‌ها برای طراحی یک سیستم پشتیبان تصمیم‌گیری قاعده پایه احتمالی استفاده خواهد شد.

محاسبه توابع چگالی احتمال بهینه متغیرهای تصمیم و تابع هدف

پیش از معرفی الگوریتم استخراج توابع چگالی بهینه، تعاریف زیر در مورد مجموعه پشتیبان متغیر تصادفی و حالت مسئله ارائه می شوند:

تعریف ۱: فرض کنید X_i یک متغیر تصادفی با توزیع احتمالی $f(x_i)$ باشد، مجموعه پشتیبان X_i که با $\text{Supp}(X_i)$ نشان داده می شود یک مجموعه قطعی از x_i هاست که برای آن‌ها $f(x_i) > 0$.

تعریف ۲: یک حالت از مسئله (۱) یک معادل قطعی از این مسئله است که در آن هر پارامتر غیرقطعی \tilde{r}_j با یک عدد از مجموعه پشتیبان خود جایگزین شده است. به عبارت دیگر مسئله بهینه‌سازی غیرخطی با بردار پارامترهای قطعی $r = (r_1, r_2, \dots, r_n): r_j \in \text{Supp}(\tilde{r}_j)$ یک حالت از مسئله غیر قطعی (۱) است.

بر اساس تعاریف ذکر شده، الگوریتم حل مسئله (۱) به منظور استخراج توابع چگالی احتمال بهینه تابع هدف و متغیرهای تصمیم به شرح زیر توسعه داده شده است:

گام ۱: بر اساس تابع چگالی احتمال پارامترهای غیرقطعی و با تولید عدد تصادفی، یک حالت از مسئله (۱) تولید کنید.

گام ۲: مسئله غیرخطی تخصیص افزونگی قطعی حاصل شده از گام ۱ را حل کنید و جواب‌های بهینه را به دست آورید.

گام ۳: گام ۱ و ۲ را به تعداد M مرتبه (که M یک عدد بزرگ است) تکرار کنید و

مقادیر بهینه تابع هدف و متغیرهای تصمیم در هر تکرار را ذخیره نمایید.
 گام ۴: بر اساس مقادیر بهینه به‌دست‌آمده برای متغیرهای تصمیم و تابع هدف و با استفاده از آزمون آماری مناسب، بهترین تابع چگالی احتمال را برای هر یک از متغیرهای تصمیم و تابع هدف برآزش دهید.

حاصل گام چهارم تابع چگالی احتمال بهینه تابع هدف و متغیرهای تصمیم است که حالات مختلف مسئله در آینده را در برمی‌گیرد. احتمالات پیشامدهای مختلفی که ممکن است در آینده روی دهد، به‌راحتی با استفاده از pdf بهینه تابع هدف و متغیرهای تصمیم قابل‌اندازه‌گیری می‌باشد. به‌عنوان مثال تصمیم‌گیرنده می‌تواند $Pr(a \leq \bar{R}x \leq b)$ را محاسبه نماید و این موضوع درک عمیقی از شرایط بهینه مسئله در آینده به تصمیم‌گیرنده خواهد داد و او را در اتخاذ بهترین تصمیم یاری خواهد کرد. علاوه بر این، توابع چگالی بهینه به‌دست‌آمده به دو منظور دیگر می‌توانند مورد استفاده قرار گیرند. در صورتی که تصمیم‌گیرنده به دنبال داشتن یک مقدار قطعی برای متغیرهای تصمیم باشد، می‌توان از امید ریاضی متغیرهای تصمیم و تابع هدف استفاده کرد (بدیهی است امید ریاضی توابع چگالی تابع هدف و متغیرهای تصمیم متفاوت از جواب‌های به‌دست‌آمده از حل مسئله (۱) با روش *EVP* خواهد بود). از سوی دیگر می‌توان از توابع چگالی بهینه به‌دست‌آمده برای طراحی یک سیستم پشتیبان تصمیم بهینه‌گرا ($ODSS^1$) مطابق آنچه در بخش بعد ذکر می‌گردد استفاده کرد. *ODSS* توسعه داده‌شده، تصمیم‌گیرنده را کمک می‌کند تا در صورت محقق شدن پارامترهای غیرقطعی، بدون آنکه مسئله برنامه‌ریزی غیرخطی (۱) را مجدداً حل کند، جواب‌های بهینه یا نزدیک به بهینه را به دست آورد.

سیستم پشتیبان تصمیم بهینه‌گرای قاعده پایه احتمالی

سیستم‌های پشتیبان تصمیم قاعده پایه بسیار مشابه با مغز انسان فرآیند استنتاج را انجام می‌دهند. به همین علت روند استنتاج و نتایج حاصله معمولاً برای تصمیم‌گیرندگان قابل‌پذیرش و درک می‌باشد. در بسیاری از مطالعات پیشین، برای طراحی سیستم استنتاج

قاعده محور، از دانش خبرگان استفاده شده است. این در حالی است که این دانش تحت تأثیر عوامل مختلف مانند دیدگاه‌ها، تجربیات و جهت‌گیری‌های تخصصی فرد خبره می‌تواند دستخوش تغییر شود، بنابراین DSS^۱ طراحی شده قابلیت اطمینان بالایی نخواهد داشت. بر این اساس در اینجا به منظور تعیین مقادیر بهینه تابع هدف و متغیرهای تصمیم مدل (۱) یک سیستم پشتیبان تصمیم قاعده پایه احتمالی با استفاده از دانش بهینه به دست آمده در بخش قبل توسعه خواهد شد. پایگاه قواعد تصادفی (SRB^۲) طراحی شده، از دو بخش مقدم و تالی تشکیل شده است که قسمت مقدم قواعد شامل تابع چگالی پارامترهای تصادفی و قسمت تالی نیز شامل pdf بهینه متغیرهای تصمیم و تابع هدف می‌باشد. گام‌های زیر مراحل طراحی این سیستم را تشریح می‌کنند:

گام اول: قسمت مقدم پایگاه قواعد تصادفی

در طراحی پایگاه قواعد تصادفی برای مسئله تخصیص افزونگی قابلیت اطمینان در حالت سری-موازی، قابلیت اطمینان اجزای هر زیر سیستم (\tilde{r}_j) به عنوان متغیر ورودی و قسمت مقدم SRB در نظر گرفته می‌شود. در صورتی که تابع چگالی این متغیرهای تصادفی وجود نداشته باشد، می‌توان با استفاده از داده‌های تاریخی و به کارگیری روش‌های مرسوم نیکویی برازش تابع چگالی $j; j = 1, 2, \dots, n$ آن را مشخص کرد.

گام دوم: قسمت تالی پایگاه قواعد تصادفی

قسمت تالی پایگاه قواعد تصادفی، متغیرهای تصادفی بهینه \tilde{x}_j^* و تابع هدف $R\tilde{x}^*$ است که تابع چگالی بهینه آن‌ها با استفاده از الگوریتم ارائه شده در بخش قبل تعیین می‌شوند.

گام سوم: طراحی پایگاه قواعد احتمالی

بر اساس گام‌های اول و دوم، پایگاه قواعد احتمالی برای مسئله تخصیص افزونگی قابلیت اطمینان به صورت زیر طراحی می‌شود:

-
1. Decision Support System
 2. Stochastic Rule Base

$$\text{If } \tilde{r}_1 \sim f(r_1) \quad \text{and } \tilde{r}_2 \sim f(r_2) \quad \text{and } \dots \quad \tilde{r}_n \sim f(r_n) \quad \text{then} \quad (2)$$

$$\tilde{x}_j^* \sim f(x_j^*) \quad \text{and } \tilde{R}x^* \sim f(Rx^*)$$

گام چهارم: روش استنتاج

سیستم استنتاج توسعه داده شده برای پایگاه قواعد تصادفی نمایش داده شده در رابطه (۲)، سیستمی مبتنی بر ضریب همبستگی پارامترهای بخش مقدم $(\tilde{r}_j, j = 1, 2, \dots, n)$ و تالی $(\tilde{x}_j^*, j = 1, 2, \dots, n)$ یا $(\tilde{R}x^*)$ است. الگوریتم این روش که متد استنتاج مبتنی بر ضریب همبستگی (CCIM¹) نامیده می شود به صورت زیر می باشد:

مرحله اول: محاسبه ضریب همبستگی

ضریب همبستگی بین متغیرهای تصادفی قسمت مقدم (قابلیت اطمینان اجزاء) و هر یک از خروجی های قسمت تالی به صورت داده محور و بر اساس داده های تولید شده در الگوریتم برآورد توزیع بهینه تابع هدف و متغیرهای تصمیم که در بخش قبل تشریح شد، محاسبه می شود. ضریب همبستگی بین قابلیت اطمینان هر جزء در زیرسیستم z و تابع هدف با $\rho_{r_j}^{Rx}$ و ضریب همبستگی بین $\tilde{r}_j; j = 1, 2, \dots, n$ با متغیر تصمیم $\tilde{x}_h; h = 1, 2, \dots, n$ با $\rho_{r_j}^{xh}$ نمایش داده می شود.

مرحله دوم: تعیین پارامتر ورودی مؤثر

پارامتری که بیشترین قدر مطلق ضریب همبستگی با متغیر خروجی h ام / تابع هدف را دارد از رابطه (۳) مشخص شده و با ϕ نمایش داده می شود. پارامتر مؤثر نامیده می شود.

$$\phi = \{\tilde{r}_t | \rho_{r_t}^{xh}\} = \max_{j=1, \dots, n} |\rho_{r_j}^{xh}| \quad \text{OR} \quad |\rho_{r_t}^{Rx}| = \max_{j=1, \dots, n} |\rho_{r_j}^{Rx}| \quad (3)$$

مرحله سوم: محاسبه احتمال حالت

بر اساس تعریف ۲، یک حالت از مسئله برنامه ریزی تصادفی (۱)، یک معادل قطعی از این مسئله است که در آن هر پارامتر غیر قطعی \tilde{r}_j با یک عدد از مجموعه پشتیبان خود جایگزین شده است. نظر به تصادفی بودن فضای تصمیم گیری، هر حالت از مسئله، دارای احتمالی

1. Correlation Coefficient based Implication Method (CCIM)

برای وقوع است. در صورتی که متغیرهای تصادفی به صورت گسسته باشند و توزیع احتمال توأم آن‌ها نیز مشخص باشد، محاسبه احتمال حالت (α) بسیار ساده خواهد بود. لیکن در شرایطی مانند مسئله (۱) که پارامترهای تصادفی \tilde{r}_j متغیرهای پیوسته بوده و توزیع توأم آن‌ها نیز مشخص نیست، باید از روش‌های دیگری برای تعیین احتمال حالت استفاده کرد. جدول ۲، برخی روش‌های پیشنهادی برای محاسبه احتمال حالت برای متغیرهای تصادفی پیوسته را نشان می‌دهد:

جدول ۲. روش‌های مختلف محاسبه احتمال حالت

روش محاسبه احتمال حالت	اپراتور
$\alpha = \prod_{i=1}^n \text{prob}\{\tilde{r}_j \leq r_j\}$	ضرب
$\alpha = \min \{\text{prob}\{\tilde{r}_j \leq r_j\}; j = 1, 2, \dots, n\}$	مینیمم
$\alpha = \frac{\sum_{i=1}^n \{\text{prob}\{\tilde{r}_j \leq r_j\}\}}{n}$	میانگین
$\alpha = \frac{\sum_{i=1}^n \rho_{r_j}^{x_h} \text{prob}\{\tilde{r}_j \leq r_j\}}{\sum_{i=1}^n \rho_i }$	میانگین همبسته (CBA ^۱)
$\alpha = \text{prob}\{\tilde{r}_t \leq r_t\}; \rho_{r_t}^{x_h} = \max_{j=1, \dots, n} \rho_{r_j}^{x_h} $	حداکثر همبستگی مطلق (MAC ^۲)

در این مقاله برای محاسبه احتمال حالت (α) ، از روش MAC استفاده می‌شود.

مرحله چهارم: استنتاج

به منظور استنتاج مقدار متغیرهای تصمیم/ تابع هدف بر اساس مقدار پارامترهای ورودی، ابتدا ضریب همبستگی ادغامی (q) با توجه به روش انتخاب شده برای محاسبه احتمال حالت و بر اساس جدول ۳ محاسبه می‌شود. با استفاده از مقدار ضریب همبستگی ادغامی و روش‌های استنتاجی که در ادامه تشریح می‌شود، می‌توان مقادیر نزدیک به بهینه متغیرهای

1. Correlation Based Average
2. Maximum Absolut Correlation

تصمیم و همچنین تابع هدف را برآورد کرد.

جدول ۳. روش‌های مختلف محاسبه ضریب همبستگی ادغامی

اپراتور	q
ضرب	$q = \sum_{i=1}^n \rho_i$
مینیمم	$q = \rho_k; \text{prob}\{\tilde{\mu}_k = \mu_k\} = \min_{i=1,2,\dots,n}\{\text{prob}\{\tilde{\mu}_i = \mu_i\}\}$
میانگین	$q = \sum_{i=1}^n \rho_i$
میانگین همبسته ((CBA'	$q = \sum_{i=1}^n \rho_i$
حداکثر همبستگی مطلق (MAC')	$q = \rho_k; \rho_k = \max_{i=1,2,\dots,n} \rho_i $

استنتاج متغیرهای تصمیم گسسته

از آنجایی که تعداد اجزاء در هر زیر سیستم یک مقدار متناهی است، بنابراین مقدار بهینه $x_j^*, j = 1, 2, \dots, n$ نیز متناهی خواهد بود. اگر تعداد حالات برای x_j^* با L_j نشان داده شود، آنگاه مجموعه مقادیر ممکن برای x_j^* با $S(x_j)$ نمایش داده شده و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$S(x_j) = \{k_1^j, k_2^j, \dots, k_{L_j}^j\}, k_s^j < k_v^j \text{ if } s < v \quad (3)$$

بر اساس علامت ضریب همبستگی ادغامی (q)، یکی از دو حالت زیر برای برآورد مقدار x_j^* استفاده خواهد شد.

حالت ۱: اگر $q > 0$ باشد آنگاه $x_j^* = k_s^j$ به طوری که:

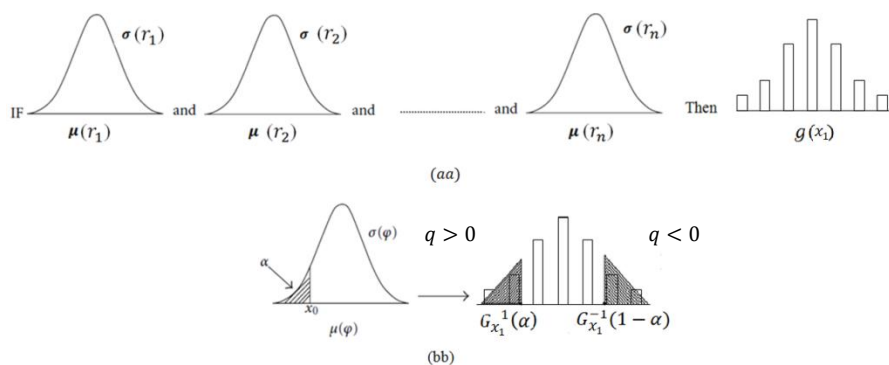
$$\sum_{t=k_1^j}^{k_s^j} g_{x_j}(t) \leq \alpha \quad (4)$$

حالت ۲: اگر $q < 0$ باشد آنگاه $x_j^* = k_s^j$ به طوری که:

1. Correlation Based Average
2. Maximum Absolut Correlation

$$\sum_{t=k_1^j}^{k_s^j} g_{x_j}(t) \geq 1 - \alpha \quad (5)$$

$g_{x_j}(t)$ تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی گسسته x_j است و تابع توزیع تجمعی آن با $G_{x_j}(t)$ نمایش داده می‌شود. شکل ۲ استنتاج متغیرهای تصمیم گسسته را به صورت شماتیک نمایش می‌دهد:



شکل (۲): پایگاه قواعد احتمالی و سیستم استنتاج برای به دست آوردن مقدار متغیر تصمیم گسسته $\mu(\cdot)$ نشان‌دهنده میانگین و $\sigma(\cdot)$ نشان‌دهنده انحراف معیار متغیرهای تصادفی است.

استنتاج تابع هدف پیوسته

همانند الگوریتم استنتاج متغیرهای تصمیم، برآورد مقدار بهینه تابع هدف نیز بر مبنای علامت ضریب همبستگی ادغامی (q) و بر اساس دو حالت زیر انجام می‌شود:

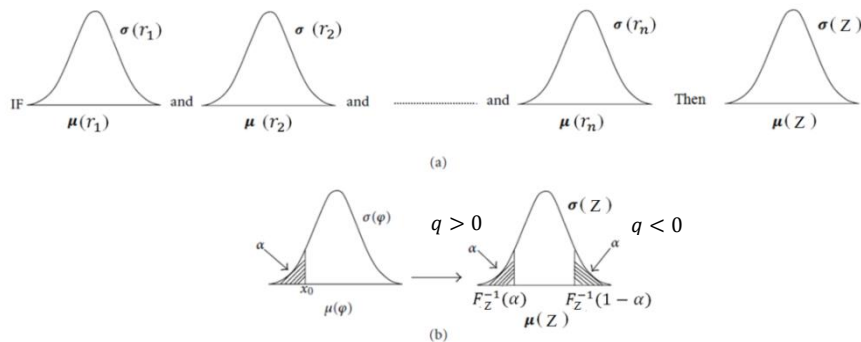
حالت ۱: اگر $q > 0$ باشد آنگاه:

$$Z = F_Z^{-1}(\alpha) \quad (6)$$

حالت ۲: اگر $q < 0$ باشد آنگاه:

$$Z = F_Z^{-1}(1 - \alpha) \quad (7)$$

$F_Z(\cdot)$ نشان دهنده تابع توزیع تجمعی تابع هدف است. شکل ۳ نحوه استنتاج تابع هدف را به صورت شماتیک نمایش می دهد:



شکل (۳): پایگاه قواعد احتمالی و سیستم استنتاج برای به دست آوردن مقدار Z نشان دهنده میانگین و $\sigma(\cdot)$ نشان دهنده انحراف معیار متغیرهای تصادفی است. در بخش بعد نحوه استفاده و کارایی سیستم استنتاج بهینه گرای پیشنهادی با یک مثال عددی تشریح خواهد شد.

مثال عددی

به منظور بررسی کارایی مدل و پایگاه قواعد احتمالی توسعه داده شده برای مسئله تصادفی تخصیص افزونگی قابلیت اطمینان، یک سیستم سری- موازی با پنج زیرسیستم در نظر گرفته شده است که اطلاعات آن در جدول ۴ نمایش داده شده است. تابع چگالی احتمال قابلیت اطمینان اجزا هر زیرسیستم در ستون \tilde{T}_j ارائه شده است.

جدول ۴. پارامترهای ورودی مثال عددی

زیر سیستم j	C_j	W_j	\tilde{T}_j	حداکثر هزینه و وزن مورد انتظار سیستم
۱	۳۰۰۰	۱,۵	$\sim N(0,63,0,016)$	C
۲	۱۲۰۰	۷	$\sim N(0,60,0,052)$	۵۰۰۰۰
۳	۱۵۰۰	۳,۷	$\sim N(0,65,0,003)$	۲۰۰
۴	۱۳۰۰	۳,۲	$\sim N(0,72,0,001)$	
۵	۱۲۵۰	۳,۵	$\sim N(0,61,0,014)$	

$N(m, v)$ نشان‌دهنده تابع توزیع نرمال با میانگین m و انحراف معیار v و همچنین w_j و c_j به ترتیب نشان‌دهنده وزن و هزینه هر یک از اجزای زیر سیستم Z می‌باشند. W و C نیز به ترتیب محدودیت‌های وزن کل و هزینه کل سیستم را نشان می‌دهند.

با توجه به پارامترهای ورودی مسئله، الگوریتم پیشنهادی برای استخراج توابع چگالی احتمال بهینه تابع هدف و متغیرهای تصمیم به اندازه ۱۰۰۰ مرتبه اجرا شد و توابع چگالی بهینه مطابق جدول (۵) به دست آمد.

جدول ۵. توابع چگالی بهینه متغیرهای تصمیم و تابع هدف

تابع چگالی احتمال							متغیر
		۷	۶	۵	۴	x_1	x_1
		۰,۰۶۴	۰,۰۹۵	۰,۸۳۶	۰,۰۰۵	$g(x_1)$	
۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	x_2	x_2
۰,۰۴۲	۰,۰۵	۰,۱۳۹	۰,۳۵۵	۰,۴۰۵	۰,۰۰۹	$g(x_2)$	
		۷	۶	۵	۴	x_3	x_3
		۰,۰۱۹	۰,۹۱۵	۰,۰۶۴	۰,۰۰۲	$g(x_3)$	
		۷	۶	۵	۴	x_4	x_4
		۰,۰۰۲	۰,۰۶۳	۰,۷۵۷	۰,۱۷۴	$g(x_4)$	
۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	x_5	x_5
۰,۰۰۱	۰,۰۰۳	۰,۰۷۳	۰,۶۲۴	۰,۲۷۹	۰,۰۲	$g(x_5)$	
$N(۰,۶۱,۰,۰۱۴)$							\bar{z}

تا این مرحله، مسئله تخصیص افزونگی در فضای احتمالی، به صورت غیرقطعی حل شده و در صورتی که تصمیم‌گیرنده به دنبال جواب‌های قطعی باشد، می‌توان میانگین توابع چگالی به دست آمده را به عنوان بردار جواب قطعی به وی ارائه کرد. لیکن همان‌طور که پیش‌تر نیز گفته شد، می‌توان بر اساس توابع چگالی احتمال قابلیت اطمینان اجزاء زیرسیستم‌ها (به عنوان متغیرهای قسمت مقدم قواعد) و همچنین توابع چگالی متغیرهای تصمیم و تابع هدف (به عنوان قسمت تالی قواعد)، یک سیستم پشتیبان تصمیم قاعده پایه بهینه گرا مشابه آنچه در جدول ۶ نمایش داده شده است تشکیل داد. هر یک از قواعد ذکر شده در جدول

۶، برای استنتاج یک متغیر تصمیم یا تابع هدف به کاررفته و خروجی کلیه قواعد در کنار هم بردار تصمیم نزدیک بهینه را ارائه خواهند کرد. با استفاده از این پایگاه قواعد می توان مسائل مشابه مدل (۱) را پس از محقق شدن (قطعی شدن) پارامترهای غیرقطعی و بدون نیاز به حل مجدد مسئله بهینه سازی، حل کرده و جواب های نزدیک به بهینه را با کارایی بالا استنتاج نمود.

به منظور نشان دادن دقت سیستم پشتیبان تصمیم طراحی شده، ۱۰۰۰ مسئله تصادفی بر اساس تابع چگالی احتمال پارامترها (که در جدول ۴ ارائه شده است) تولید شده و جواب نزدیک به بهینه آن ها توسط پایگاه قواعد احتمالی نشان داده شده در جدول ۶ استنتاج شده است. این مسائل یک بار نیز توسط نرم افزار GAMS حل شده و جواب های بهینه به دست آمده با نتایج استنتاج شده از طریق پایگاه قواعد مقایسه شده اند. جدول ۷ میانگین انحرافات تابع هدف و متغیرهای تصمیم استنتاج شده از مقادیر بهینه آن ها را نشان می دهد.

جدول ۶. پایگاه قواعد احتمالی طراحی شده برای انتخاب تعداد اجزاء مسئله قابلیت اطمینان

تصادفی در حالت سری - موازی

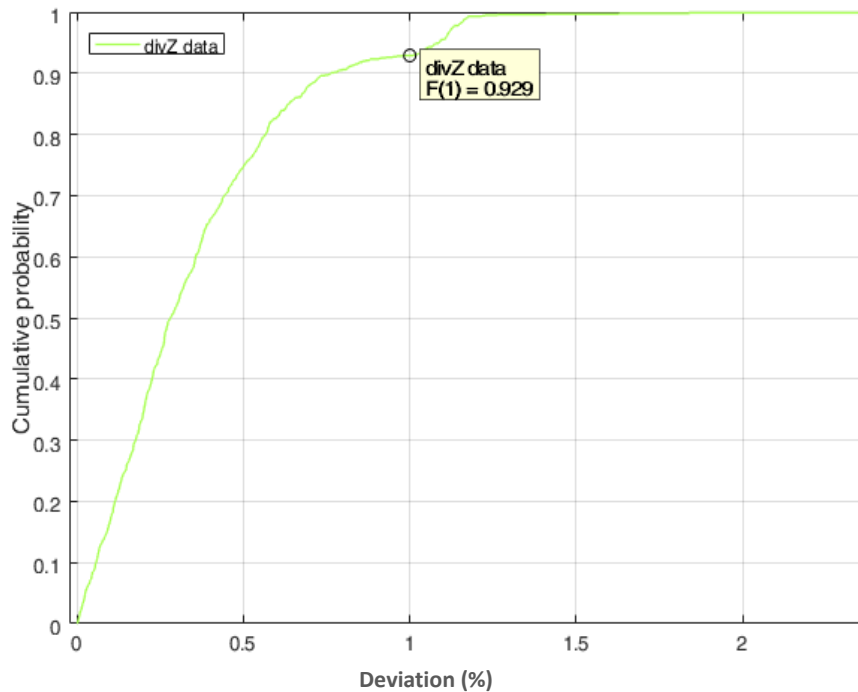
۱	if	$N\tilde{r}_1 \sim (0, 63, 0, 16)$	and	$N\tilde{r}_2 \sim (0, 60, 0, 52)$	and	$N\tilde{r}_3 \sim (0, 65, 0, 03)$	and	$N\tilde{r}_4 \sim (0, 72, 0, 01)$	and	$N\tilde{r}_5 \sim (0, 61, 0, 14)$	then	$\tilde{x}_1 \sim g_{x_1}$
۲	if	$N\tilde{r}_1 \sim (0, 63, 0, 16)$	and	$N\tilde{r}_2 \sim (0, 60, 0, 52)$	and	$N\tilde{r}_3 \sim (0, 65, 0, 03)$	and	$N\tilde{r}_4 \sim (0, 72, 0, 01)$	and	$N\tilde{r}_5 \sim (0, 61, 0, 14)$	then	$\tilde{x}_2 \sim g_{x_2}$

۶	۵	۴	۳
if	if	if	if
$N\tilde{r}_1 \sim (0, 63, 0, 16)$	$N\tilde{r}_1 \sim (0, 63, 0, 16)$	$N\tilde{r}_1 \sim (0, 63, 0, 16)$	$N\tilde{r}_1 \sim (0, 63, 0, 16)$
and	and	and	and
$N\tilde{r}_2 \sim (0, 60, 0, 52)$	$N\tilde{r}_2 \sim (0, 60, 0, 52)$	$N\tilde{r}_2 \sim (0, 60, 0, 52)$	$N\tilde{r}_2 \sim (0, 60, 0, 52)$
and	and	and	and
$N\tilde{r}_3 \sim (0, 65, 0, 03)$	$N\tilde{r}_3 \sim (0, 65, 0, 03)$	$N\tilde{r}_3 \sim (0, 65, 0, 03)$	$N\tilde{r}_3 \sim (0, 65, 0, 03)$
and	and	and	and
$N\tilde{r}_4 \sim (0, 72, 0, 01)$	$N\tilde{r}_4 \sim (0, 72, 0, 01)$	$N\tilde{r}_4 \sim (0, 72, 0, 01)$	$N\tilde{r}_4 \sim (0, 72, 0, 01)$
and	and	and	and
$N\tilde{r}_5 \sim (0, 61, 0, 14)$	$N\tilde{r}_5 \sim (0, 61, 0, 14)$	$N\tilde{r}_5 \sim (0, 61, 0, 14)$	$N\tilde{r}_5 \sim (0, 61, 0, 14)$
then	then	then	then
$Z \sim N(0, 987, 0, 0012)$	$\tilde{x}_5 \sim g_{x_5}$	$\tilde{x}_4 \sim g_{x_4}$	$\tilde{x}_3 \sim g_{x_3}$

جدول ۷. میانگین انحرافات خروجی پایگاه قواعد تصادفی از جواب بهینه در ۱۰۰۰ مسئله

Z	x_5	x_4	x_3	x_2	x_1	انحراف از جواب‌های بهینه (%)
۰,۳۶۳۸	۴,۵۰۶۲	۷,۲۷۶۱	۳,۱۷۹۰	۸,۱۳۷۴	۷,۷۱۹۴	میانگین درصد انحراف

به منظور بررسی دقیق تر نتایج به دست آمده، منحنی تجمعی درصد انحرافات برای تابع در شکل ۴ نمایش داده شده است. بر اساس این نمودار، در حدود ۹۳ درصد از مسائل، میزان انحراف تابع هدف استنتاج شده با مقدار بهینه آن کمتر از یک درصد بوده است که این کارایی بسیار بالای سیستم استنتاج بهینه گرای توسعه داده شده را نشان می دهد.



شکل ۴. منحنی نسبت تجمعی درصد انحرافات برای تابع هدف در ۱۰۰۰ مسئله تصادفی

نتیجه گیری

در این مقاله، یک سیستم پشتیبان تصمیم (DSS) جدید برای مسئله تخصیص افزونگی قابلیت اطمینان ارائه شد که با استفاده از آن می توان بدون نیاز به حل مسئله بهینه سازی، جواب های نزدیک به بهینه را استنتاج کرد. نتایج حاصل از مثال عددی، نشان از کارایی بسیار بالای DSS توسعه داده شده دارد که می تواند ابزار مناسبی برای تصمیم گیری مدیران در نظر گرفته شود. همچنین محاسبه تابع چگالی احتمال بهینه به جای مقادیر بهینه قطعی برای متغیرهای تصمیم و تابع هدف، دانش تصمیم گیرنده در مورد مسئله را افزایش داده و امکان محاسبه احتمال حالات مختلف که ممکن است در آینده رخ دهند را امکان پذیر می سازد. به عنوان تحقیقات آینده برای این مسئله، استفاده از سایر ابزارهای هوش مصنوعی به ویژه شبکه های عصبی - فازی تطبیقی (ANFIS) را می توان به محققان و پژوهشگران

پیشنهاد کرد که برای حل این مسئله می‌تواند عملکرد مناسبی داشته باشد. همچنین توسعه مدل در سایر فضاهاى غیرقطعی مانند فازی، بازه‌ای و هیبریدی و استفاده از DSS های مشابه برای حل مسئله نیز می‌تواند مسیر دیگری برای تحقیقات آتی باشد.

ORCID

Amir Yousefli



<https://orcid.org/0000-0003-3250-2403>

Reza Norouzi



<https://orcid.org/0000-0001-6424-6681>

Amirhossein Hamzeiyan



<https://orcid.org/0000-0002-7397-3407>

References

- Ardakan, M. A., & Hamadani, A. Z. (2014). Reliability–redundancy allocation problem with cold-standby redundancy strategy. *Simulation Modelling Practice and Theory*, 42, 107-118. <https://doi.org/10.1016/j.simpat.2013.12.013>.
- Ardakan, M. A., & Rezvan, M. T. (2018). *Multi-objective optimization of reliability–redundancy allocation problem with cold-standby strategy using NSGA-II*. *Reliability Engineering & System Safety*, 172, 225-238.
- Ardakan, M. A., Hamadani, A. Z., & Alinaghian, M. (2015). Optimizing bi-objective redundancy allocation problem with a mixed redundancy strategy. *ISA transactions*, 55, 116-128. <https://doi.org/10.1016/j.isatra.2014.10.002>.
- Ashraf, Z., Hasan, M. G., & Khan, M. S. (2021). *Solving Interval Type-2 Fuzzy Reliability-Redundancy Allocation Systems With Efficient PSO Algorithm*. In *Advancements in Fuzzy Reliability Theory* (pp. 135-165). IGI Global.
- Cao, R., Coit, D. W., Hou, W., & Yang, Y. (2020). *Game theory based solution selection for multi-objective redundancy allocation in interval-valued problem parameters*. *Reliability Engineering & System Safety*, 199, 106932.
- Chambari, A., Azimi, P., & Najafi, A. A. (2021). *A bi-objective simulation-based optimization algorithm for redundancy allocation problem in series-parallel systems*. *Expert Systems with Applications*, 173, 114745.
- Charles, V., & Udhayakumar, A. (2012). Genetic algorithm for chance constrained reliability stochastic optimisation problems. *International Journal of Operational Research*, 14(4), 417-432. <https://doi.org/10.1504/IJOR.2012.047513>
- Coit, D. W., Jin, T., & Wattanapongsakorn, N. (2004). System optimization with component reliability estimation uncertainty: a multi-criteria approach. *IEEE transactions on reliability*, 53(3), 369-380. <https://doi.org/10.1109/TR.2004.833312>
- Ebrahimipour, V., & Sheikhalishahi, M. (2011, April). Application of multi-objective particle swarm optimization to solve a fuzzy multi-objective reliability redundancy allocation problem. In *Systems Conference (SysCon), 2011 IEEE International* (pp. 326-333). IEEE. <https://doi.org/10.1109/SYSCON.2011.5929085>
- El-DamceseP, M., AbbasP, F., & El-GhamryP, E. (2014). Reliability and cost analysis of a series system model using fuzzy parametric geometric programming.
- Essadqi, M., Idrissi, A., & Amarir, A. (2018). An Effective Oriented Genetic

- Algorithm for solving redundancy allocation problem in multi-state power systems. *Procedia Computer Science*, 127, 170-179. <https://doi.org/10.1016/j.procs.2018.01.112>.
- Guilani, P. P., Ardakan, M. A., Guilani, P. P., & Lehdarmoni, S. A. (2021). *An exact Markov chain model for reliability–redundancy allocation problem with a choice of redundancy strategy*. *Life Cycle Reliability and Safety Engineering*, 1-13.
- Gupta, R. K., Bhunia, A. K., & Roy, D. (2009). A GA based penalty function technique for solving constrained redundancy allocation problem of series system with interval valued reliability of components. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 232(2), 275-284. <https://doi.org/10.1016/j.cam.2009.06.008>.
- Jameel, A. F., & Radhi, A. Z. (2014). Solution of fuzzy redundancy reliability optimization problem by modified penalty function method. *International Journal of Modern Mathematical Sciences*, 10(1), 60-74.
- Kulturel-Konak, S., Smith, A. E., & Coit, D. W. (2003). Efficiently solving the redundancy allocation problem using tabu search. *IIE transactions*, 35(6), 515-526. <https://doi.org/10.1080/07408170304422>
- Kundu, T., & Islam, S. (2018). A new interactive approach to solve entropy based fuzzy reliability optimization model. *International Journal on Interactive Design and Manufacturing (IJIDeM)*, 1-10. <https://doi.org/10.1007/s12008-018-0484-6>
- Kuo, W., & Prasad, V. R. (2000). An annotated overview of system-reliability optimization. *IEEE Transactions on reliability*, 49(2), 176-187. <https://doi.org/10.1109/24.877336>
- Liang, Y. C., & Smith, A. E. (2004). An ant colony optimization algorithm for the redundancy allocation problem (RAP). *IEEE Transactions on reliability*, 53(3), 417-423. <https://doi.org/10.1109/TR.2004.832816>.
- Liu, B., & Liu, B. (2009). *Theory and practice of uncertain programming* (Vol. 239). Berlin: Springer.
- Mahapatra, G. S., & Roy, T. K. (2014). Reliability optimisation of complex system using intuitionistic fuzzy optimisation technique. *International journal of industrial and systems engineering*, 16(3), 279-295. <https://doi.org/10.1504/IJISE.2014.060130>.
- Marseguerra, M., Zio, E., Podofillini, L., & Coit, D. W. (2005). Optimal design of reliable network systems in presence of uncertainty. *IEEE Transactions on Reliability*, 54(2), 243-253. <https://doi.org/10.1109/TR.2005.847279>.
- Mellal, M. A., & Salhi, A. (2021). System reliability-redundancy allocation

- by the multiobjective plant propagation algorithm. *International Journal of Quality & Reliability Management*.
- Mellal, M. A., & Zio, E. (2020). *System reliability-redundancy optimization with cold-standby strategy by an enhanced nest cuckoo optimization algorithm*. *Reliability Engineering & System Safety*, 201, 106973.
- Miller, I., Miller, M. (2015), *John E. Freund's mathematical statistics with applications*. Pearson, pp. 207.
- Najmi, A., Abouei Ardakan, M., & Javid, Y. (2021). Optimization of reliability redundancy allocation problem with component mixing and strategy selection for subsystems. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 1-25.
- Pourkarim Guilani, P., Azimi, P., Sharifi, M., & Amiri, M. (2019). Redundancy allocation problem with a mixed strategy for a system with k-out-of-n subsystems and time-dependent failure rates based on Weibull distribution: An optimization via simulation approach. *Scientia Iranica*, 26(2), 1023-1038.
- Reddy, Y. S. K., & Reddy, C. N. M. (2011). Stochastic redundancy allocation problem using simulation. *Journal of Engineering and Technology Research*, 3(10), 287-291.
- Sahoo, L. (2021). Reliability redundancy allocation problems under fuzziness using genetic algorithm and dual-connection numbers. *In Nature-Inspired Computing Paradigms in Systems* (pp. 111-123). Academic Press.
- Sahoo, L., Bhunia, A. K., & Kapur, P. K. (2012). Genetic algorithm based multi-objective reliability optimization in interval environment. *Computers & Industrial Engineering*, 62(1), 152-160. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2011.09.003>.
- Tavana, M., Khalili-Damghani, K., Di Caprio, D., & Oveisi, Z. (2018). An evolutionary computation approach to solving repairable multi-state multi-objective redundancy allocation problems. *Neural Computing and Applications*, 30(1), 127-139. <https://doi.org/10.1007/s00521-016-2676-y>
- Tekiner, H., & Coit, D. W. (2011). System reliability optimization considering uncertainty: minimization of a coefficient of variance measure.
- Yadavalli, V. S. S., Malada, A., & Charles, V. (2007). Reliability stochastic optimization for an n-stage series system with m chance constraints. *South African Journal of Science*, 103(11-12), 502-504.
- Zhang, E., & Chen, Q. (2016). Multi-objective reliability redundancy allocation in an interval environment using particle swarm optimization. *Reliability Engineering & System Safety*, 145, 83-92. <https://doi.org/10.1016/j.ress.2015.09.008>.

استناد به این مقاله: یوسفلی، امیر. نوروزی، رضا، حمزه‌یان، امیرحسین. (۱۴۰۰). سیستم پشتیبان تصمیم‌گیری قاعده‌محور تصادفی برای مسئله تخصیص افزونگی قابلیت اطمینان، فصلنامه مطالعات مدیریت صنعتی، ۲۰(۶۵)، ۸۵-۱۱۲.

DOI: 10.22054/JIMS.2022.62894.2690



Industrial Management Studies is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License.