دو فصلنامه علمی ـ پژوهشی مطالعات مدیریت صنعتی سال پنجم، شماره ۱٤، پاییز و زمستان ۸۵
صفحات ۲۹ تا ٥٤

Industrial – Management Studies
Vol. 5, No.14, Fall and Winter 2007

مدلسازی مسئله زمان‌بندی دوره‌های تحصیلی در یک موسسه آموزشی کوچک

دکتر علی خاتمی‌فیروزآبادی*
محسن رحیمی‌مزرعه شاهی**
علی محتشمی***

چکیده

این مقاله مدلی کلاسیک با متغیرهای باینری را به منظور تخصیص دنباله‌ای از رویدادها مانند دروس به تعداد محدودی از منابع متنوع اساتید، کلاس‌ها و بخش‌های زمانی ارائه می‌دهد، بطوری که مجموعه محدودیت‌های مورد نظر را ارضا نماید. مدلسازی مسائل زمان‌بندی دوره‌های تحصیلی به دلیل وجود تعداد متغیرهای زیاد و همچنین تنوع آنها و در عین حال وجود محدودیت‌های متناقض و ناهمگون باید به ترتیبی صورت گیرد که مدل حاصل هم با مشخصه‌های سیستم اجتماعی واقعی مطابقت داشته باشد و هم تا حد ممکن پیچیدگی‌های اینگونه سیستم‌ها را به شکلی ساده بیان نماید، بطوری که الگوریتم‌ها و روش‌های بهینه سازی بر روی مدل قابل اجرا باشند. این مقاله مسئله زمان‌بندی دوره‌های آموزشی را

---

* استادیار دانشگاه علامه طباطبایی smakhf@ma-atu.ir
** دانشجوی کارشناسی ارشد تحقیق در عملیات دانشگاه علامه طباطبایی m.rahimi.m@gmail.com
*** دانشجوی دکتری تولید و عملیات دانشگاه علامه طباطبایی ali_ind2002@yahoo.com

تاریخ دریافت: ۸۸/۱/٦
تاریخ پذیرش: ۸۸/٦/۲۰

مورد بررسی قرار داده و سعی می کند مشکلات مربوط به این مسئله واقعی پیچیده را به وسیله فرمولاسیونی کلاسیک و با روش‌هایی مانند تفکیک محدودیت‌ها به دو دسته محدودیت‌های سخت و محدودیت‌های نرم تا حد زیادی مرتفع نماید. در این مقاله به منظور تعریف محدودیت‌های نرم از برنامه‌ریزی آرمانی استفاده شده است. پس از مدلسازی با هدف حداقل نمودن مجموع انحراف‌ها از بهترین شرایط هر محدودیت نرم، بدون توجه به اندازه مسئله، مدل قابل حل خواهد بود.
واژه‌های کلیدی: زمان‌بندی ـ موسسه آموزشی ـ برنامه‌ریزی عدد صحیح ـ مدلسازی ریاضی ـ برنامه‌ریزی صفر یا یک.

مقدمه

موسسات آموزشی در شروع هر ترم تحصیلی با مسئله زمان‌بندی تحصیلی که همان برنامه‌ریزی زمانی دروس برای یک دوره زمانی مشخص مانند یک هفته می‌باشد، روبرو هستند. مسئله برنامه‌ریزی زمانی دانشگاه به عنوان یکی از مسائل بهینه‌سازی پیچیده مطرح است و یافتن یک جدول زمانی مناسب و بهینه همیشه یکی از چالش‌های مهم موسسات آموزشی بوده است. به دلیل وجود تعداد زیاد متغیرها و محدودیت‌های گوناگون که در اکثر مدل‌های ارائه شده وجود دارند، یافتن جدول زمانی بهینه پیچیده و وقت‌گیر خواهد بود. حل این مسئله به صورت دستی معمولاً به چندین روز زمان نیاز دارد و در عین حال برنامه به دست آمده از این طریق ممکن است از برخی جهات راضی کننده نباشد. برای مثال ممکن است برخی از مدرسین به علت پراکندگی ساعات کلاس مربوط به آنها، زمان‌های زیادی را در طول هفته از دست بدهند. با توجه به علل ذکر شده در بالا در دهه‌های اخیر توجه قابل ملاحظه‌ای به امر برنامه‌ریزی خودکار و کامپیوتری صورت گرفته است.
حوزه مطالعاتی مبحث زمان‌بندی بسیار وسیع و گسترده است و به همین دلیل الگوریتم‌های متعددی برای حل مسئله‌های زمان‌بندی پیشنهاد شده است. متاسفانه بیشتر تحقیقات صورت گرفته بر اساس مجموعه داده‌های غیرواقعی و فرضی آزمون شده‌اند و یا مسائل واقعی بسیار کوچک را می پوشانند. مدل‌های ارائه شده و

همچنین راه‌حل های مربوط به آنها به ندرت قدرت رویارویی با مسائل زمان بندی دانشگاهی بزرگ را دارند(پتروویچ و بروک، ۲۰۰۴). مک کولام (۲۰۰۶) به مشکلات بسط مدل‌های ارائه شده به مسائل بزرگ مقیاس و همچنین بازبینی بهتر جزئیات مسئله زمان‌بندی بزرگ مقیاس پرداخته است. اختلاف‌های اصلی بین مسائل مورد بحث و نمونه‌های واقعی مشابه از نظر ایشان، یکی پیچیدگی اضافی است که در ساختار مدل اعمال می‌شود در صورتیکه در واقعیت انعطاف‌پذیری خاصی بر این سیستم اجتماعی ـ ماشینی حاکم است و دوم تنوع محدودیت‌هایی است که اغلب متضاد و ناهمگون هستند.

در رابطه با زمان‌بندی بهینه می‌توان به مقالات بسیار زیادی در پنجاه سال اخیر، که شروع آن را به گوتلیب و همکاران (۱۹۶۳) نسبت می دهند، اشاره نمود که در کنفرانس‌ها و مجلات مختلف ارائه شدند و همچنین موارد کاربردی فراوانی نیز با نتایج قابل قبول در مراکز مختلف استفاده گردیده‌اند. بیشتر روش‌های اولیه ((جانگیرگر،۱۹۸۶) و (اشمیت و استرولین، ۱۹۷۹)) برای حل این مسائل، بر پایه شبیه‌سازی روش دستی استوار بودند. سپس محققان شروع به ارائه الگوریتم‌ها و روش‌های جامع تری نمودند که برای مثال بر پایه برنامه‌ریزی عدد صحیح ((داسکالاکی و بیرباس، ۲۰۰۵) و (تریپاتی، ۱۹۹۲))، برنامه‌ریزی شبکه (استرمن و دی‌ورا، ۱۹۸۲) و دیگر مباحث تحقیق در عملیات بنا شده بودند. اکنون با گذشت زمان و با توجه به تلاش‌های زیادی که بر روی حل این مسئله انجام شده است، این مسئله تبدیل به یک مسئله نظری مشهور و شناخته‌شده گردیده است و در سال‌های اخیر اکثر تحقیقات بر اساس تکنیک‌های جستجو مانند التهاب شبیه سازی شده (ابرامسون، ۱۹۹۱)، جستجوی ممنوعه (الوارز والدز و همکاران، ۲۰۰۲)، الگوریتم ژنتیک (کاراسکو و پاتو، ۲۰۰۰)، ارضای محدودیت ((یوشیکاوا و همکاران، ۱۹۹۶) و (مولر، ۲۰۰۵)) و همچنین ترکیبی از روش‌های مختلف (کوپر و کینگستون، ۱۹۹۳) انجام گرفته است.

آنچه این مقاله به آن می‌پردازد، مدلسازی کلی مسئله با توجه به محدودیت‌ها، شرایط و اقتضائات عمده‌ای است که در مراکز آموزشی کشور مانند دانشکده‌ها،

آموزشگاه‌ها و موسسات وجود دارد. مدل نهایی ارائه شده برای مراکز کوچک آموزشی بسیار مناسب خواهد بود و به کمک برنامه‌های نرم‌افزاری بهینه‌سازی به راحتی می‌توان با داشتن اطلاعات اولیه در کمترین زمان، مناسب‌ترین برنامه زمانی را در اختیار داشت. مدل ارائه شده درای ن مقاله، برای موارد پیچیده‌تر یعنی مسائلی با متغیرهای تصمیم و تعداد محدودیت های بیشتر نیز کارآمد است ولی برای حل آنها احتیاج به نرم افزارهای قوی‌تر بهینه‌سازی است و یا باید برنامه کامپیوتری مخصوص برای آنها تهیه شود.

بخش ۲ این مقاله به مفهوم برنامه‌ریزی زمانی و انواع آن اختصاص یافته است. در بخش ۳ مسئله‌ای که این مقاله قصد مدلسازی آن را دارد تعریف می‌شود و بخش ۴ نیز شامل فرایند مدلسازی به صورت مرحله به مرحله می‌باشد. در این بخش چرایی و چگونگی انتخاب و نوشتن متغیرهای تصمیم، محدودیت‌ها و تابع هدف بیان شده است. در بخش پایانی مقاله، مدل به دست آمده بر روی مساله موردی مربوط به یک موسسه آموزش زبان کوچک اعمال شده و مورد بررسی و تحلیل واقع شده است.

جدول‌بندی زمانی چیست؟

مسائل جدول‌بندی زمانی نوع خاصی از مسائل زمان‌بندی هستند که تمرکز اصلی آنها بر تخصیص رویدادها به بخش‌های زمانی مختلف با توجه به محدودیت‌های مربوطه می‌باشد. ورن (۱۹۹۵) بطور خلاصه اما نسبتاً کامل جدول‌بندی زمانی را به صورت زیر تعریف نموده است:

«جدول‌بندی زمانی تخصیص منابع مشخص به بخش‌هایی از زمان با در نظر گرفتن مجموعه‌ای از محدودیت‌ها است بطوری که نتیجه نهایی تا حد ممکن به هدف‌های مطلوب نزدیک باشد.»

براساس تعریف ارائه شده باید مشخص شود که آیا منابع کافی برای تخصیص رویدادهای معلوم به بخش‌های زمانی مورد نظر وجود دارد یا خیر و منابع باید چگونه تخصیص یابند. هدف نیز بهینه نمودن توابع هدف با توجه به نوع آنها تا حد ممکن است. برای مثال در مسئله جدول‌بندی زمان امتحانات، هدف بهینه نمودن

فاصله بین دو امتحان متوالی یک دانشجو است که باید سعی شود تا حد ممکن در بازه زمانی امتحان‌ها پخش شود. اصطلاحات عمده‌ای که در مسائل جدول‌بندی زمانی استفاده می‌شود عمدتاً به قرار زیر است:

- رویداد (event): فعالیتی که باید زمان‌بندی شود. برای مثال دوره درسی و یا امتحانات.
- بخش زمانی (timeslot): یک فاصله زمانی که رویداد می‌تواند در آن رخ دهد.
- منابع (resource): ابزارها و امکانات ضروری و لازم برای وقوع یک رویداد هستند، برای مثال اتاق درس و یا تجهیزات آموزشی لازم برای ارائه یک درس.
- محدودیت (constraint): مرزها و حد و حدودی که برای زمان‌بندی یک رویداد باید رعایت شوند، برای مثال ظرفیت کلاس.
- تعارض (conflict): برخورد دو حادثه با یکدیگر، برای مثال اگر زمان‌بندی بگونه‌ای طراحی شود که یک فرد هم زمان در دو مکان حضور یابد تعارض رخ داده است.

محدودیت‌ها در جدول‌بندی زمانی را می‌توان به دو دسته کلی تقسیم نمود: محدودیت‌های سخت و محدودیت‌های نرم. محدودیت‌های سخت آن دسته از محدودیت‌ها هستند که نمی‌توان به هیچ عنوان آنها را نقض نمود. محدودیت‌های نرم نیز آنهایی هستند که رعایت آنها ضروری نیست اما در نظر گرفتن آنها منجر به افزایش مطلوبیت و کیفیت جدول‌بندی زمانی تولید شده خواهد شد (دی‌ورا، ۱۹۹۶). راه حلی که همه محدودیت‌های سخت را ارضاء می‌کند، جواب موجه خوانده می‌شود. در موقعیت‌ها و شرایط واقعی، معمولاً برقراری تمام محدودیت‌های نرم غیر ممکن است اما کاهش و حداقل نمودن انحراف ازاین اهداف باعث افزایش کیفیت جدول زمانی خواهد شد.

یک مسئله جدول‌بندی زمانی کلی شامل تخصیص تعدادی از رویدادها مانند دروس، امتحانات، دوره‌ها و ... به تعداد محدودی از کلاس‌ها و بخش‌های زمانی می‌باشد، بطوری که کمترین انحراف از اهداف وجود داشته باشد. در کل در مسئله جدول‌بندی زمانی مجموعه‌ای از رویدادها، E، مجموعه‌ای از بخش‌های زمانی، T و

مجموعه‌ای از محدودیت‌های سخت، C وجود دارد. قصد اولیه مرتب نمودن همه رویدادها و تخصیص آنها به بخش‌های زمانی است بگونه‌ای که هیچ محدودیت سختی نقض نشود و در عین حال یک جواب موجه به دست آید. دو محدودیت سخت همیشگی در مسائل جدول‌بندی زمانی عبارتند از: (۱) هیچ دو رویدادی نمی‌توانند در یک زمان و یک مکان مشابه رخ دهند. (۲) برای زمان‌بندی و تخصیص همه رویدادها به بخش‌های زمانی مورد نظر باید منابع کافی وجود داشته باشد.

شائرف (۱۹۹۹) مسائل جدول‌بندی زمانی آموزشی را در سه دسته مسائل جدول‌بندی زمانی مدرسه‌ای، مسائل جدول‌بندی زمانی دوره‌ای و مسائل جدول‌بندی زمانی امتحانات تقسیم بندی کرده است. خصوصیات کلی در همه این سه نوع مشترک است اما بین آنها تفاوت‌های مهمی نیز وجود دارد. هر کدام از آنها محدودیت‌ها، الزامات و قوانین مربوط به خود را دارند. جزئیات بیشتر در رابطه با مسائل جدول‌بندی زمانی آموزشی را می‌توان در بروک و همکاران (۲۰۰۴) یافت.
مسائل جدول‌بندی زمانی دوره‌ها فرایند اختصاص بخش‌های زمانی و کلاس‌ها را دنبال می‌کند، بطوری که اجتماع بین دروس و دانشجویان امکان‌پذیر باشد. مسائل جدول‌بندی زمانی امتحانات مربوط به امر تخصیص بخش‌های زمانی و کلاس‌ها است بطوری که دانشجویان قادر به امتحان دادن باشند. این دو نوع مسئله شباهت‌های سطحی و ظاهری دارند اما تفاوت‌های عمده‌ای نیز با یکدیگر دارند. برای مثال در مسائل جدول‌بندی زمانی امتحانات چندین امتحان را می‌توان به یک اتاق درس بزرگ و به صورت همزمان اختصاص داد در حالی که این امر در مسائل جدول‌بندی زمانی دوره‌ها امکان پذیر نیست و تنها یک دوره را می‌توان در یک زمان خاص به یک کلاس تخصیص داد. تمرکز مسائل جدول‌بندی زمانی مدرسه‌ای بر روی زمان‌بندی هفتگی همه دروس مدرسه است. مسئله شامل مجموعه‌ای از دبیران، کلاس ها، درس‌ها و ساعات یک هفته است. کارتر و لاپرته (۱۹۹۸) جدول‌بندی زمانی دوره‌ها را به صورت زیر تعریف کرده اند: "مسئله تخصیص چند بعدی که در آن دانشجویان و مدرسین به دوره‌های درسی تخصیص می‌یابند و

رویدادها (اجتماع مدرسین، دانشجویان و دوره‌های درسی) نیز به کلاس‌های درس و بخش‌های زمانی اختصاص می‌یابند." در مسائل جدول‌بندی زمانی دوره‌ها (که در برخی موارد به آن مسائل جدول‌بندی زمانی مدرس/کلاس نیز می‌گویند)، مجموعه‌ای از دوره‌های درسی به کلاس‌های درس و ساعات هفته اختصاص می‌یابند و به طور همزمان دانشجویان و مدرسین نیز به این دوره‌های درسی تخصیص می‌یابند. چندین مدل ترکیبی برای مسائل ساده جدول‌بندی زمانی دوره‌های درسی بوسیله دی‌ورا (۱۹۹۶) ارائه شده است. مسائل جدول‌بندی زمانی دوره‌ها نیز مانند انواع دیگر این مسائل دارای محدودیت‌های سخت و نرم می‌باشند. مثال‌هایی از محدودیت‌های سخت برای مسئله مسائل جدول‌بندی زمانی دوره‌ها عبارتند از:

- یک دانشجو و یک مدرس نمی‌توانند در یک زمان در دو مکان حضور داشته باشند.
- تنها یک دوره درسی باید به یک بخش زمانی در هر کلاس اختصاص یابد.
- ظرفیت کلاس باید برابر یا بزرگتر از تعداد دانشجویانی که در آن کلاس دوره‌ای را می گذرانند باشد.
- کلاسی که به یک دوره درسی اختصاص می‌یابد باید امکانات لازم برای آن دوره را داشته باشد.

برخی از محدودیت‌های نرمی نیز که می‌توان در این مسائل مطرح نمود توسط سوشا و همکاران (۲۰۰۲) به صورت زیر بیان شده است:

- دانشجو نباید در یک روز تنها یک کلاس داشته باشد.
- دانشجو نباید در یک روز بیش از دو دوره درسی متوالی داشته باشد.
- دانشجو نباید در آخرین ساعت روز دوره درسی داشته باشد.

کارتر و لاپرته مسئله زمان‌بندی دوره‌ها را به ۵ زیر مسئله به صورت زمان‌بندی درس ها، زمان‌بندی کلاس/ مدرس، زمان‌بندی دانشجویان، تخصیص مدرسین و تخصیص کلاس‌ها تجزیه کرده‌اند. رودوا و مورای (۲۰۰۳) مسئله زمان‌بندی دوره‌های دانشگاهی را با محدودیت‌های نرم برای دانشگاه Purdue ارائه کردند. مثالی برای یک زمان‌بندی دوره‌های درسی جامع و مدل‌های آن برای برخی از مسائل

جدول‌بندی زمانی دوره‌ها را می‌توان در تحقیقات کارتر و دی ورا یافت.

تعریف مسئله

تقریباً همه موسسات آموزشی از جمله دانشگاه ها، دانشکده ها، موسسات فنی و حرفه‌ای و آموزشگاه‌های مختلف همیشه در شروع ترم‌های تحصیلی خود با مسئله چگونگی تخصیص مدرسین، کلاس‌ها و دیگر امکانات به موضوعات درسی روبرو هستند. در این مقاله سعی شده است برای اینگونه مسائل مدلی ریاضی ساخته شود. مسلماً در نظر گرفتن همه واقعیات و محدودیت‌ها و شرایط حاکم بر مسئله واقعی و بررسی آنها در یک مقاله امری دشوار و شاید غیر ممکن است. بنابراین با در نظر گرفتن فرضیاتی ساده کننده و در عین حال نه چندان دور از واقعیت، سعی شده است مسئله‌ای مناسب و ممکن طراحی و بررسی شود. برای مثال این فرض که در تمام ساعات هفته همه کلاس‌ها در دسترس هستند، فرضی ساده کننده است که شاید در واقعیت این فرض همیشه درست نباشد اما چندان دور از واقعیت نیز نمی‌باشد.

مسئله بررسی شده در این مقاله مسئله تخصیص مدرسین، کلاس‌ها و ساعات هفته به دوره های آموزشی است و به تخصیص دانشجویان به این ترکیب نمی‌پردازد زیرا فرض می‌شود که روال کار بدین شرح است که پس از مشخص شدن جدول زمانی دوره‌ها و تعیین کلاس و مدرس برای هر دوره، دانشجویان دوره‌های مورد نیاز خود را با توجه به اطلاعات زمانی و مدرس آن دوره انتخاب می کنند که در اصطلاح دانشگاهی به آن انتخاب واحد می گویند. البته لازم به ذکر است که در این امر نیز محدودیت‌هایی نظیر محدودیت ظرفیت و یا برخورد ساعات دو دوره مختلف که مورد درخواست دانشجو است، وجود خواهد داشت.

مسئله یافتن بهترین جدول زمانی ممکن در چهارچوب زیر می‌باشد:

- تعدادی بخش زمانی وجود دارد.
- در همه بخش‌های زمانی تعدادی کلاس در دسترس است.
- هر کلاس دارای ظرفیت معینی است که برابر است با بیشترین تعداد

دانشجویانی که در آن کلاس می‌توانند دوره‌ای را بگذرانند.

- مجموعه‌ای از مدرسین وجود دارند که هر کدام تنها یک یا چند دوره را تدریس می‌نمایند و هر کدام ساعات خاصی از هفته را در دانشکده حضور دارند.
- مجموعه‌ای از رویدادها (دوره‌های درسی به علاوه مدرس مربوطه) مطرح هستند که در پایان جدول‌بندی ممکن است اتفاق بیفتند.
- مجموعه‌ای از تجهیزات و امکانات کلاسی مطرح است که هر کلاس برخی از این تجهیزات را دارا می‌باشد و هر رویداد به برخی از آنها احتیاج دارد.

بنابراین با توجه به چارچوب ارائه شده در بالا، هدف مسئله یافتن بهترین و مناسب ترین کلاس درس و بخش زمانی برای رویدادها است. مسلما تعدادی محدودیت سخت و تعدادی محدودیت نرم نیز وجود دارند که محدودیت‌های سخت لازم الاجرا و تقریباً مشخص هستند و محدودیت‌های نرم اغلب سلیقه‌ای و بستگی به تعریف مطلوبیت از دید برنامه‌ریزان دارند. محدودیت‌های سختی که در این مسئله باید رعایت شوند به شرح زیر می‌باشند:

۱. یک مدرس نمی‌تواند هم زمان در دو مکان حضور داشته باشد.
۲. مدرسین در ساعات عدم حضور در مکان، کلاس نداشته باشند.
۳. مدرسین تنها باید دروس تخصصی خود را تدریس کنند.
۴. دروس حتماً باید در کلاس‌هایی برگزار شوند که ظرفیت آنها برابر یا بیشتر از ظرفیت درخواستی درس مورد نظر باشند.
۵. امکانات مورد نیاز ارائه هر درس در کلاسی که به آن تخصیص یافته است، وجود داشته باشد.
۶. همه دروس حتماً باید به تعداد مورد نیاز در طول هفته ارائه شوند و در هر بار باید دارای مدرس و کلاس یکسان باشند. همچنین زمان ارائه دروسی که بیش از یک بار در هفته باید در برنامه وجود داشته باشند، نباید همگی در یک روز باشند.

با بررسی مقالات گوناگون و مطالعه موردهای واقعی و گفتگو با چند تن از

مدرسین، مسئولین و همچنین دانشجویان یک موسسه آموزشی، تعدادی محدودیت نرم، به شرح زیر انتخاب شده است:

۱. همه مدرسین درسی را برای ارائه داشته باشند.
۲. در ساعات پایانی روز کلاسی برگزار نشود.
۳. برنامه تدریس مدرسین بگونه‌ای تنظیم شود که در طی روزهایی که تدریس دارند بیش از یک درس داشته باشند.
۴. برخی از دروس مشخص بهتر است در ساعات قبل از ظهر برگزار شوند.
۵. برنامه بگونه‌ای تنظیم شود که کمترین تعطیلی ممکن در اثر تعطیلات رسمی با دروس برخورد داشته باشد.

جهت فرموله کردن مسئله که در بخش بعد به آن پرداخته خواهد شد، اطلاعاتی لازم است که این اطلاعات به کمک اسناد، مشاهدات و فرم‌هایی که توسط مدرسین و امور آموزش هر موسسه تکمیل می‌شوند و مورد استفاده قرار می گیرند، به دست می آید.

مدلسازی مسئله

برای مدلسازی این مسئله احتیاج به تعریف متغیرهای تصمیم، تعیین روابط ریاضی، محدودیت‌های سخت و نرم و در نهایت مشخص نمودن ترکیب تابع هدف مدل است. قبل از وارد شدن به این سه بخش لازم است مطالبی برای باز شدن ایده حل این مسئله عنوان شود.

همانطور که عنوان شد و همچنین در بخش مربوط به تعریف متغیر تصمیم نیز قابل مشاهده است، متغیری که در این مقاله در نظر گرفته شده است یک متغیر باینری (صفر و یک) با چهار بعد (دوره درسی، مدرس، بخش زمانی و کلاس درس) است که به صورت چهار زیرنویس نشان داده می‌شوند. به کمک مجموعه‌های مجزای مفیدی که از داده‌های اولیه مسئله حاصل می‌شود و در ادامه معرفی خواهند شد و همچنین متغیرهای تصمیم، می‌توان روابطی را نوشت که محدودیت‌های سخت مسئله را الزامی نمایند. در رابطه با محدودیت‌های نرم باید بگونه‌ای عمل شود که

روابط نوشته شده سعی در رعایت آنها داشته باشند اما در صورتی که با رعایت آنها مسئله از حالت موجه خارج شود از رعایت آن بگذرد و به عبارت دیگر این رعایت الزامی و ضروری نباشد. نکته دیگر در رابطه با محدودیت‌های نرم آن است که این محدودیت‌ها و به عبارت صحیح‌تر میزان رعایت این محدودیت ها، معیاری برای میزان بهینگی مدل است. به شیوه‌ای که در این مقاله تشریح شده است، این معیار استخراج و در تابع هدف مسئله استفاده شده است. ابتدا به تعریف متغیر تصمیم می‌پردازیم:

٤-١. متغیر تصمیم

$$X_{ijkt} = \begin{cases} 1 & \text{دوره درسی } i \text{ام، توسط استاد } j \text{ام، در کلاس } k \text{ام، در بخش زمانی } t \text{ام برگزار می شود} \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

همانطور که قبلا نیز ذکر شد متغیر این مسئله دارای ۴ بعد است که عبارتند از دوره درسی (با زیرنویس i)، شخص مدرس (با زیر نویس j)، کلاس درس (با زیر نویس k) و بخش زمانی (با زیر نویس t).

دو متغیر صفر و یک دیگر نیز به نام‌های Y_{ij} و Y_{iK} در مدل وجود دارند که برای نوشتن محدودیت مربوط به دروسی که در یک هفته بیش از یک بار ارائه می‌شوند و باید مدرس و کلاس مشابه داشته باشند، مورد استفاده قرار می گیرند.

$$y_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{اگر دوره درسی } i \text{ام، توسط استاد } j \text{ام ارائه شود} \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

$$y_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{اگر دوره درسی } i \text{ام، در کلاس } k \text{ام ارائه شود} \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

$$y_{jd_s} = \begin{cases} 1 & \text{اگر استاد } j \text{ام، در روز } d_s \text{ام کلاس داشته باشد} \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

٤-٢. محدودیت ها

قبل از وارد شدن به بحث محدودیت‌ها، مجموعه‌های مختلفی که در نوشتن محدودیت‌های سخت و نرم کمک خواهند کرد به شرح زیر معرفی می شود و سپس به محدودیت‌های سخت و بعد از آن به محدودیت‌های پرداخته شده است.

٤-٢-١. مجموعه ها

Tset: مجموعه بخش‌های زمانی

TFset: مجموعه بخش‌های زمانی پایان روز

T1set: مجموعه بخش‌های زمانی روز اول هفته (شنبه=d1)

T2set: مجموعه بخش‌های زمانی روز دوم هفته (یکشنبه=d2)

T3set: مجموعه بخش‌های زمانی روز سوم هفته (دوشنبه=d3)

T4set: مجموعه بخش‌های زمانی روز چهارم هفته (سه شنبه=d4)

T5set: مجموعه بخش‌های زمانی روز پنجم هفته (چهارشنبه=d5)

TMset: مجموعه بخش‌های زمانی بعد از ظهر در طول هفته

Pset: مجموعه مدرسین

Aset: مجموعه دروس

AMset: مجموعه دروسی که بهتر است در بخش‌های زمانی قبل از ظهر برگزار شوند.

Kset: مجموعه کلاس ها

TPj: مجموعه ساعات عدم حضور مدرس jام

APj: مجموعه دروس غیر تخصصی مدرس jام

ZKk: ظرفیت کلاس kام

ZAi : ظرفیت مورد نیاز درس iام

CA: مجموعه دوره‌های آموزشی که برای ارائه به کامپیوتر نیاز دارند

CK: مجموعه کلاس‌هایی که دارای کامپیوتر نیستند.

RA: مجموعه دوره‌های آموزشی که برای ارائه به پروژکتور نیاز دارند.

RK: مجموعه کلاس‌هایی که دارای پروژکتور نیستند.

MA: مجموعه دوره‌های آموزشی که برای ارائه به میز کنفرانس نیاز دارند.
MK: مجموعه کلاس‌هایی که دارای میز کنفرانس نیستند.

٤-٢-٢. محدودیت‌های سخت

در این قسمت به کمک متغیرهای تصمیم و مجموعه‌های تعریف شده در بالا، محدودیت‌های سخت مورد نظر مسئله که در قسمت تعریف مسئله شده است، بررسی میشوند.

۱ـ یک مدرس نمی‌تواند هم زمان در دو مکان حضور داشته باشد.

این محدودیت عنوان می‌کند که برای مثال مدرس ژام نمی‌تواند همزمان در دو کلاس و یا بیشتر حضور داشته باشد. در نتیجه محدودیت مربوطه به صورت زیر نوشته می شود. مدرس اول در نظر بگیرید:

برای p1:

$$\sum_{i=1}^{A} \sum_{k=1}^{K} X_{i1k1} \leq 1$$

$$\sum_{i=1}^{A} \sum_{k=1}^{K} X_{i1k2} \leq 1$$

$$\sum_{i=1}^{A} \sum_{k=1}^{K} X_{i1k3} \leq 1$$

...

$$\sum_{i=1}^{A} \sum_{k=1}^{K} X_{i1kT} \leq 1$$

برای p2:

$$\sum_{i=1}^{A} \sum_{k=1}^{K} X_{i2k1} \leq 1$$

$$\sum_{i=1}^{A} \sum_{k=1}^{K} X_{i2k2} \leq 1$$

$$\sum_{i=1}^{A} \sum_{k=1}^{K} X_{i2k3} \leq 1$$

...

$$\sum_{i=1}^{A} \sum_{k=1}^{K} X_{i2kT} \leq 1$$

و به این صورت می‌توان برای هر یک از مدرسین به تعداد بخش‌های زمانی یک محدودیت نوشت.

۲ـ مدرسین در ساعات عدم حضور در دانشکده کلاس نداشته باشند.

هر مدرسی مجموعه‌ای از زمان‌ها را ارائه می‌دهد که در در این ساعات نمی‌تواند در دانشکده حضور داشته باشد و در نتیجه نباید در این ساعات برای او کلاس درسی در نظر گرفته شود. این محدودیت‌ها به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\sum_{i=1}^{A} \sum_{k=1}^{K} \sum_{t \in TP_1} X_{i1kt} = 0$$

$$\sum_{i=1}^{A} \sum_{k=1}^{K} \sum_{t \in TP_2} X_{i2kt} = 0$$

...

$$\sum_{i=1}^{A} \sum_{k=1}^{K} \sum_{t \in TP_p} X_{iPkt} = 0$$

۳ـ مدرسین تنها باید دروس تخصصی خود را تدریس کنند.

این محدودیت را نیز به کمک مجموعه دروس غیر تخصصی مدرسین می‌توان به صورت زیر نوشت.

$$\sum_{i \in AP_1} \sum_{k=1}^{K} \sum_{t=1}^{T} X_{i1kt} = 0$$

$$\sum_{i \in AP_2} \sum_{k=1}^{K} \sum_{t=1}^{T} X_{i2kt} = 0$$

...

$$\sum_{i \in AP_p} \sum_{k=1}^{K} \sum_{t=1}^{T} X_{iPkt} = 0$$

۴ـ دروس حتماً باید در کلاس‌هایی برگزار شوند که ظرفیت آنها برابر یا بیشتر از ظرفیت درخواستی درس مورد نظر باشند.

مسلماً هر کلاسی دارای ظرفیت محدودی است و تنها می‌توان دروسی را در آن برگزار کرد که تعداد دانشجویان آن درس از ظرفیت کلاس بیشتر نباشند. در نتیجه

می‌توان نوشت:

$$X_{ijkt}.ZK_i \leq ZK_k \qquad \forall \quad i \in Aset \;, j \in Pset \;, k \in Kset \;, t \in Tset$$

طبق رابطه بالا چون متغیر تصمیم، متغیری باینری است تنها زمانی می‌تواند یک باشد که ZK_i یعنی ظرفیت مورد نیاز درس iام کوچکتر- مساوی ZK_k ، ظرفیت کلاس kام باشد، یعنی تنها در این حالت درس مورد نظر در این کلاس برگزار می‌شود و در غیرای ن صورت متغیر تصمیم مقدار صفر را اختیار می‌کند و در نتیجه امکان برگزاری درس در این کلاس وجود ندارد.

۵ـ امکانات مورد نیاز ارائه هر درس در کلاسی که به آن تخصیص یافته است وجود داشته باشد.

هر درسی برای ارائه مطلوب به برخی امکانات نیاز دارد. این شرایط در رشته‌های فنی و مهندسی و دانشکده‌های پزشکی که دارای دروس آزمایشگاهی، کارگاهی و ... می‌باشند بیشتر مشاهده می‌شود. در برخی از موسسات آموزشی، امکاناتی مانند پروژکتور، میز کنفرانس و کامپیوتر در برخی از کلاسها وجود دارد و در برخی دیگر وجود ندارد. در قسمت مجموعه ها، کل امکانات از لحاظ نوع در مجموعه F گرد هم آمده اند و همچنین مجموعه CK نشان دهنده مجموعه کلاس‌هایی است که دارای کامپیوتر نیستند. همچنین مجموعه CA نیز نشان دهنده دروسی هستند که برای ارائه به کامپیوتر نیاز دارند. در نتیجه با رابطه زیر می‌توان این محدودیت را نشان داد که دروسی که برای ارائه احتیاج به کامپیوتر دارند در کلاس‌های بدون کامپیوتر برگزار نشوند.

$$\sum_{i \in CA} \sum_{j=1}^{P} \sum_{k \in CK} \sum_{t=1}^{T} X_{ijkt} = 0$$

به همین ترتیب مجموعه RK نشان دهنده مجموعه کلاس‌هایی است که دارای پروژکتور نیستند و مجموعه RA نیز نشان دهنده دروسی هستند که برای ارائه به پروژکتور نیاز دارند. مجموعه MK نشان دهنده مجموعه کلاس‌هایی است که دارای میز کنفرانس نیستند و مجموعه MA نیز نشان دهنده دروسی هستند که برای ارائه به میز کنفرانس نیاز دارند. رابطه‌های زیر محدودیت‌های مربوط به برگزاری دروس با نیاز به امکانات خاص را در کلاس‌های مناسب ارضا می‌کنند:

$$\sum_{i \in RA} \sum_{j=1}^{P} \sum_{k \in RK} \sum_{t=1}^{T} X_{ijkt} = 0$$
$$\sum_{i \in MA} \sum_{j=1}^{P} \sum_{k \in MK} \sum_{t=1}^{T} X_{ijkt} = 0$$

۶ـ همه دروس حتماً باید به تعداد مورد نیاز در طول هفته ارائه شوند و در هر بار دارای مدرس و کلاس مشابه باشند.

دروسی که باید در طول یک ترم تحصیلی ارائه شوند، بنا بر نوع درس و ویژگی‌های آن به تعداد بخش‌های زمانی معینی نیاز دارند. برای مثال ممکن است درسی تنها یک بار در هفته ارائه شود و درس دیگری دو بار در هفته. دروس درخواستی دانشجویان همگی باید در یک دوره هفتگی به تعداد مورد نیاز ارائه شوند. مجموعه NA دارای اعضایی به صورت NAi می‌باشد که نشان‌دهنده تعداد دفعات مورد نیاز برای ارائه درس iام است. به همین منظور محدودیت زیر را نوشته می شود:

$$\sum_{j=1}^{P} \sum_{k=1}^{K} \sum_{t=1}^{T} X_{ijkt} = NA_i \qquad \forall \quad i \in Aset$$

نکته دیگری که در اینجا می‌توان به آن اشاره نمود آن است که اگر درسی در هفته باید n بار (n>1) برگزار شود باید هر n بار با یک مدرس و در یک کلاس مشابه برگزار شود. به همین منظور مجموعه روابط زیر به مدل اضافه می‌شوند:

$$\sum_{k=1}^{K} \sum_{t=1}^{T} X_{1,j,k,t} = NA_1 \cdot Y_{1j} \qquad \forall \quad j \in Pset$$
$$\sum_{k=1}^{K} \sum_{t=1}^{T} X_{2,j,k,t} = NA_2 \cdot Y_{2j} \qquad \forall \quad j \in Pset$$

...

$$\sum_{k=1}^{K} \sum_{t=1}^{T} X_{A,j,k,t} = NA_A \cdot Y_{Aj} \qquad \forall \quad j \in Pset$$
$$\sum_{j=1}^{P} \sum_{t=1}^{T} X_{1,j,k,t} = NA_1 \cdot Y_{1k} \qquad \forall \quad k \in Kset$$
$$\sum_{J=1}^{P} \sum_{t=1}^{T} X_{2,j,k,t} = NA_2 \cdot Y_{2k} \qquad \forall \quad k \in Kset$$

...

$$\sum_{J=1}^{P} \sum_{t=1}^{T} X_{A,j,k,t} = NA_A \cdot Y_{Ak} \qquad \forall \quad k \in Kset$$

$$\sum_{j=1}^{P} Y_{ij} = 1 \qquad \forall \quad i \in Aset$$

$$\sum_{k=1}^{K} Y_{ik} = 1 \qquad \forall \quad i \in Aset$$

در ادامه لازم است محدودیت یا محدودیت‌هایی به مدل اضافه شود تا از قرار گرفتن بیش از یک درس مشابه در یک روز جلوگیری کند. برای مثال اگر درسی باید در طول هفته دو بار ارائه شود نباید هر دو بار در یک روز ارائه گردد به همین منظور محدودیت‌های زیر به مدل اضافه می‌شوند:

$$\sum_{j=1}^{P} \sum_{k=1}^{K} \sum_{t \in T1set} X_{ijkt} \leq 1 \qquad \forall \quad i \in Aset$$

$$\sum_{j=1}^{P} \sum_{k=1}^{K} \sum_{t \in T2set} X_{ijkt} \leq 1 \qquad \forall \quad i \in Aset$$

$$\sum_{j=1}^{P} \sum_{k=1}^{K} \sum_{t \in T3set} X_{ijkt} \leq 1 \qquad \forall \quad i \in Aset$$

$$\sum_{j=1}^{P} \sum_{k=1}^{K} \sum_{t \in T4set} X_{ijkt} \leq 1 \qquad \forall \quad i \in Aset$$

$$\sum_{j=1}^{P} \sum_{k=1}^{K} \sum_{t \in T5set} X_{ijkt} \leq 1 \qquad \forall \quad i \in Aset$$

٤-٢-٣. محدودیت‌های نرم

اگر مدلی تنها دارای محدودیت‌های سخت باشد، جواب‌های آن جواب‌های موجه خواهند بود. یعنی در این مثال اگر مدلی با محدودیت‌های ذکر شده تا به حال نوشته شود، جواب‌های مسئله تنها برنامه‌های زمانی را نشان می‌دهند که همه دروس بدون مشکل و یا تعارضی قادر به ارائه در هفته می‌باشند. اما هدف مدل آن است که از بین جواب‌های موجه با توجه به محدودیت‌های نرم، بهترین جواب را بیابد. دراین قسمت به کمک متغیرهای تصمیم و مجموعه‌های تعریف شده در بخش مجموعه‌ها، محدودیت‌های نرم مورد نظر مسئله که در قسمت تعریف مسئله عنوان شد، بررسی می‌شوند.

همه مدرسین درسی را برای ارائه داشته باشند.

یکی از معیارهایی که برای بهینه نمودن برنامه زمانی مورد استفاده قرار می‌گیرد آن

است که برنامه بگونه‌ای تنظیم شود که ترجیحاً همه مدرسین موجود در مجموعه Pset، حداقل یک درس برای تدریس داشته باشند. به همین منظور محدودیت زیر را می‌توان نوشت:

$$\sum_{i=1}^{A} \sum_{k=1}^{K} \sum_{t=1}^{T} X_{ijkt} \geq e_1 \qquad \forall \quad j \in Pset$$

در رابطه بالا متغیر e1 برای این منظور شده است که در تابع هدف با حداکثر نمودن آن، این محدودیت نرم تا حد ممکن برآورده شود.

در ساعات پایانی روز کلاسی برگزار نشود.

$$\sum_{i=1}^{A} \sum_{j=1}^{P} \sum_{k=1}^{K} \sum_{t \in TFset} X_{ijkt} \leq e_2$$

با حداقل کردن e2 در رابطه بالا این محدودیت نیز تا حد ممکن رعایت می‌شود.

برنامه تدریس مدرسین بگونه‌ای تنظیم شود که در طی روزهایی که تدریس دارند بیش از یک درس داشته باشند.

این محدودیت به این منظور در نظر گرفته شده است که بیشترین استفاده از حضور مدرسین صورت گیرد و تا حد ممکن از رفت و آمدهای زیاد مدرسین در طی روزهای هفته جلوگیری شود، به این معنی که اگر مدرسی در روزی از هفته برای تدریس درسی در دانشگاه حضور می‌یابد سعی شود در آن روز بیش از یک کلاس درس داشته باشد و تنها برای یک کلاس درس مجبور به حضور در موسسه نباشد. به همین منظور محدودیت زیر بگونه‌ای طراحی شده است که طبق آن یا مدرسی در یک روز کلاسی نداشته باشد و یا اگر دارد بیش از یک کلاس داشته باشد.

$$\sum_{i=1}^{A} \sum_{k=1}^{K} \sum_{t \in T1set} X_{ijkt} \geq e_3 y_{jd_1}$$

$$\sum_{i=1}^{A} \sum_{k=1}^{K} \sum_{t \in T2set} X_{ijkt} \geq e_4 y_{jd_2}$$

$$\sum_{i=1}^{A} \sum_{k=1}^{K} \sum_{t \in T3set} X_{ijkt} \geq e_5 y_{jd_3}$$

$$\sum_{i=1}^{A} \sum_{k=1}^{K} \sum_{t \in T4set} X_{ijkt} \geq e_6 y_{jd_4}$$

$$\sum_{i=1}^{A} \sum_{k=1}^{K} \sum_{t \in T5set} X_{ijkt} \geq e_7 y_{jd_5}$$

اگر مجموع eiها حداکثر شود، آنگاه تعداد کلاس های یک مدرس در روز حداکثر

می‌شوند و متغیر y_{jd_s} نیز همانطور که قبلا در قسمت تعریف متغیرهای تصمیم معرفی نموده‌ایم متغیری باینری است که در صورت صفر بودن، حالت نداشتن هیچ کلاسی در روز ldsام را برای مدرس jام نشان می‌دهد و در صورت یک بودن نیز به کمک متغیرهای e3 تا e7 این روابط سعی در افزایش تعداد کلاس‌های یک مدرس در طول روز می‌نمایند.

دروس مجموعه AMset بهتر است در بخش‌های زمانی قبل از ظهر برگزار شوند.

تجربه و همچنین مطالعات و بررسی‌های انجام شده بر روی برخی از دروس نشان می‌دهد که برخی از دروس اگر در ساعات قبل از ظهر ارائه گردند، کیفیت یادگیری دانشجویان در این دروس مطلوب تر است. در نتیجه محدودیت نرمی در این قسمت ارائه می‌شود تا این شرط را برقرار نماید.

$$\sum_{j=1}^{P} \sum_{k=1}^{K} X_{ijkt} \le e_8 \qquad \forall \quad i \in AMset \quad \& \quad t \in TMset$$

مجموعه TMset همانطور که در قسمت مجموعه‌ها نیز معرفی شده است، بخش‌های زمانی بعدازظهر را در طول روزهای هفته در بردارد و با حداقل نمودن e8 این رابطه سعی می‌کند تا دروس مجموعه AMset ترجیحاً در بخش‌های زمانی بعد از ظهر (TMset) برگزار نگردد.

برنامه بگونه‌ای تنظیم شود که کمترین تعطیلی ممکن در اثر تعطیلات رسمی با دروس برخورد داشته باشد.

مسلماً در طول ترم روزهایی وجود دارند که با تعطیلات رسمی تقویم مصادف می‌گردند و در برخی موارد که این تعطیلات چندین بار به یک روز خاص از هفته برخورد می‌کنند، زمان کافی برای ارائه همه مطالب به صورت کامل و مطلوب توسط مدرسین وجود ندارد. برای رفع این مشکل در این قسمت سعی می‌شود با نوشتن محدودیتی نرم تا حد ممکن از این رویداد اجتناب شود.

برای داشتن چنین مزیتی در مدل لازم است تعداد تعطیلی‌های هر روز هفته در طول ترم مشخص شود و به ترتیب روزهای هفته در مجموعه HTset قرار گیرد، بطوری که HT1 برابر با تعداد روزهای تعطیلی باشد که با روز شنبه مصادف هستند، HT2 برابر با تعداد روزهای تعطیلی که با روز یکشنبه مصادف هستند و به همین ترتیب هر

۵ عضو این مجموعه مشخص شود. سپس با قرار دادن محدودیت‌های زیر در مدل و همچنین حداقل نمودن e9 الی e13 البته با نسبت‌های مطلوب در تابع هدف می‌توان برنامه زمانی داشت که کمترین تعداد تعطیلی ممکن را در برگزاری دروس داشته باشد. چگونگی نوشتن نسبت‌ها در بخش تابع هدف توضیح داده می‌شود.

$$\sum_{i=1}^{A}\sum_{j=1}^{P}\sum_{k=1}^{K}\sum_{t\in T1S} X_{ijkt} \le e_9$$

$$\sum_{i=1}^{A}\sum_{j=1}^{P}\sum_{k=1}^{K}\sum_{t\in T2S} X_{ijkt} \le e_{10}$$

$$\sum_{i=1}^{A}\sum_{j=1}^{P}\sum_{k=1}^{K}\sum_{t\in T3S} X_{ijkt} \le e_{11}$$

$$\sum_{i=1}^{A}\sum_{j=1}^{P}\sum_{k=1}^{K}\sum_{t\in T4S} X_{ijkt} \le e_{12}$$

$$\sum_{i=1}^{A}\sum_{j=1}^{P}\sum_{k=1}^{K}\sum_{t\in T5S} X_{ijkt} \le e_{13}$$

٤-٣. تابع هدف

همانطور که قبلا نیز عنوان شد هدف مسئله یافتن بهترین و مناسب ترین کلاس درس و بخش زمانی برای رویدادها است. در بخش‌های گذشته تعدادی محدودیت سخت و تعدادی محدودیت نرم معرفی شدند. هر چه محدودیت‌های نرم بیشتر رعایت شوند، مطلوبیت برنامه زمانی بالاتر می رود. در نتیجه با توجه به مطالبی که در بخش مربوط به محدودیت‌های نرم عنوان شد تابع هدف مسئله باید دارای شرایط زیر باشد:

۱. متغیر e1 را حداکثر نماید. (محدودیت نرم ۱)
۲. متغیر e2 را حداقل نماید. (محدودیت نرم ۲)
۳. مجموع متغیرهای e3 الی e7 را حداکثر نماید. (محدودیت نرم ۳)
۴. متغیر e8 را حداقل نماید. (محدودیت نرم ۴)
۵. متغیرهای e9 الی e13 را که باید در تابع هدف دارای ضریب متناسب باشند، حداقل نماید (محدودیت نرم ۵)

منظور از ضریب متناسب در شرط پنجم تابع هدف آن است که مدل سعی کند متغیر

مربوط به روزی که بیشترین تعطیلی را به همراه دارد، بیشتر از متغیرهای مربوط به روزهای دیگر کاهش دهد و به همین منظور باید ضریب بزرگتری داشته باشد و به همین ترتیب این روال برای همه ضرایب رعایت شود. به این منظور نسبت تعداد روزهای تعطیل مصادف با روز dام هفته به بیشترین تعداد روز تعطیل در بین روزها به عنوان ضریب تناسب انتخاب می‌شود. اگر HTmax نشان‌دهنده بیشترین تعداد روز تعطیل در بین این مجموعه باشد، تابع هدف به صورت زیر نوشته خواهد شد:

$$Min \quad Z = - e_1 + e_2 - e_3 - e_4 - e_5 - e_6 - e_7 + e_8 + \frac{HT_1}{HT_{max}} e_9 + \frac{HT_2}{HT_{max}} \times e_{10} + \frac{HT_3}{HT_{max}} \times e_{11} + \frac{HT_4}{HT_{max}} e_{12} + \frac{HT_5}{HT_{max}} \times e_{13}$$

مثال عددی: آموزشگاه زبان

موسسه آموزش زبانی را در نظر بگیرید که قصد یافتن بهترین برنامه زمانی هفتگی را با توجه به اطلاعات زیر دارد:

۱۰ عنوان درسی مختلف با ظرفیت و تعداد تکرار در هفته مربوط باید در این ترم ارائه شوند که عبارتند از:

$$Aset = \{ A1(25,1), A2(34,1), A3(16,1), A4(18,2), A5(29,1), A6(30,2), A7(25,1), A8(40,1), A9(20,1), A10(29,1)\}$$

برای مثال $A4(18,2)$ به این مفهوم است که درس $A4$ باید برای ۱۸ نفر دانشجو و ۲ بار در هفته ارائه شود.

این دروس باید تنها در دو روز از هفته برنامه‌ریزی شوند که هر روز دارای ۵ بخش زمانی است و در نتیجه این ۱۰ بخش زمانی به صورت جدول ۱ هستند:

جدول ۱. بخش‌های زمانی

	۸ الی ۱۰	۱۰ الی ۱۲	۱۳ الی ۱۵	۱۵ الی ۱۷	۱۷ الی ۱۹
روز اول	T1	T2	T3	T4	T5
روز دوم	T6	T7	T8	T9	T10

تعداد روزهای تعطیل مصادف با روز اول و دوم به ترتیب برابر است با مقادیر ۲ و ۴

و همچنین دروس A2 و A4 دروسی هستند که ترجیحاً باید در ساعات صبحگاهی برگزار شوند.

در این موسسه سه کلاس ۱، ۲ و ۳ به ترتیب با ظرفیت‌های ۴۰، ۳۰ و ۲۵ نفر قابل استفاده است. سه مورد امکانات مورد نیاز برای ارائه این دروس عبارتند از کامپیوتر، پروژکتور و ضبط صوت که در عین حال هر کدام از دروس مجموعه Aset برای ارائه به برخی از این امکانات نیاز دارند که در جدول ۲ به آنها اشاره شده است:

جدول ۲. امکانات کلاس‌های و درس‌های نیازمند امکانات

نوع امکانات	کلاس‌هایی که دارای آن هستند	دروسی که برای ارائه به آن نیاز دارند
کامپیوتر	کلاس اول، کلاس دوم	A1, A2, A4, A5, A6, A9
پروژکتور	کلاس اول، کلاس سوم	A1, A4, A8
ضبط صوت	کلاس دوم	A5, A6, A7

همچنین ۴ مدرس مختلف نیز در این موسسه فعالیت دارند که هر کدام دروس خاصی را تدریس می‌نمایند و همچنین در ساعات خاصی نیز امکان حضور در موسسه را ندارند. این اطلاعات در جدول ۳ ارائه شده است:

جدول ۳. برنامه درسی اساتید

نام مدرس	دروس غیر تخصصی	ساعات عدم حضور
مدرس اول	$A1, A9, A10$	$T1, T2, \ldots, T5$
مدرس دوم	$A4, A6$	$T6, T7$
مدرس سوم	$A3, A5, A8$	$T1, T6$
مدرس چهارم	$A2, A7$	$T9, T10$

با توجه به اطلاعات مسئله و همچنین روال کلی ارائه شده در متن، مدل مربوط به این مسئله که دارای نزدیک به ۱۳۰۰ متغیر و ۸۰۰۰ محدودیت است، در نرم افزار LINGO نوشته شد و در جواب بهینه این مسئله، متغیرهایی که مقدار یک را گرفتند به صورت زیر حاصل شدند:

```
X( 1, 2, 1, 8)      1.000000
X( 2, 1, 1, 6)      1.000000
X( 3, 1, 1, 7)      1.000000
```

X(4, 4, 1, 2)	1.000000
X(4, 4, 1, 8)	1.000000
X(5, 4, 2, 6)	1.000000
X(6, 3, 2, 4)	1.000000
X(6, 3, 2, 8)	1.000000
X(7, 1, 2, 8)	1.000000
X(8, 2, 1, 10)	1.000000
X(9, 3, 1, 7)	1.000000
X(10, 2, 1, 9)	1.000000

در متغیر بالا عدد اول نشان دهنده دوره درسی، عدد دوم نشان دهنده مدرس و عدد سوم بیانگر شماره کلاس است و در نهایت عدد چهارم بخش زمانی را مشخص می‌کند. برای نمونه عبارت X(1, 2, 1, 8) = 1 نشان می‌دهد که درس اول (A1) توسط مدرس دوم و در کلاس اول و در بخش زمانی T8 (روز دوم ساعت ۱۳ الی ۱۵) ارائه شود و به همین ترتیب برای بقیه متغیرها این روند قابل استفاده است. با بررسی پاسخ‌ها اینگونه برمی آید که مدل تمام محدودیت‌های سخت را ارضا نموده و تا حد قابل قبولی محدودیت‌های نرم را نیز در نظر گرفته است.

نتیجه گیری

در این مقاله با توجه به تحقیقاتی که قبلاً بر روی مسئله زمان‌بندی دانشگاهی و آموزشی انجام شده بود، مدلی مناسب نوشته شد که بهینه‌ترین پاسخ ممکن برای این مسئله را با توجه به محدودیت‌های نرمی که برای آن در نظر گرفته شد، ارائه می‌دهد. این مدل را برای مسائل کوچکی مانند آنچه در مثال عددی این مقاله ارائه شد می‌توان توسط نرم افزارهای بهینه سازی مانند LINGO حل نمود. در غیر این صورت احتیاج به الگوریتمی‌است تا تعداد بسیار بالای محدودیت‌ها و متغیرهای زائد را حذف نماید و سپس با اطلاعات باقیمانده به حل آن بپردازد. مزیت این مدل نسبت به اغلب مدل‌های ارائه شده، امکان اعمال تنوع محدودیت‌ها بدون توجه به تضاد و ناهمگونی آنها و همچنین انعطاف پذیری آن با شرایط سیستم های اجتماعی است.

پیشنهادها

از آن جهت که در بسیاری از موسسات بزرگ و کوچک آموزشی و دانشگاهی کشور هر ساله این مسئله به کمک متخصصان امر آموزش و به صورت دستی صورت می‌گیرد، پیشنهاد می‌شود جهت کاهش هزینه‌ها و افزایش بهره‌وری به کمک بهینه نمودن برنامه‌های کلاسی و افزایش مطلوبیت موجود از این مدل و یا مدل‌های مشابه در موسسات کوچک استفاده شود. با توجه به اینکه مطالعه موردی انجام شده یک مسئله نسبتاً کوچک بود، جواب مدل با واقعیت تطبیق پیدا می کند اما برای مسائل بزرگتر لازم است مدل مربوطه مورد آزمایش قرار گیرد تا اعتبار مدل برای مسایل با ابعاد بزرگتر نیز سنجیده شود.

منابع و مآخذ

Abramson D. "Constructing school timetables using simulated annealing: sequential and parallel algorithms", Management Science, vol. 37, no. 1, pp. 98-113, 1991.

Alvarez-Valdes R, Crespo E, Tamarit J. M. "Design and implementation of a course scheduling system using tabu search", European Journal of Operational Research, vol. 137(3), pp. 512-523, 2002.

Burke E.K, Kingston J, de Werra D. "Applications to timetabling. Handbook of Graph Theory", Chapman Hall/CRC Press, pp 445-474., 2004

Carrasco M. P, Pato M. V. "A Multi objective Genetic Algorithm for the class/teacher timetabling problem". Lecture notes in computer science, vol. 2079, springer-verlag, pp 3-17, 2000.

Carter M.W, Laporte G. "Recent developments in practical course timetabling. The Practice and Theory of Automated Timetabling II", 2nd International Conference on the Practice and Theory of Automated Timetabling (PATAT II), Toronto, Canada, Lecture Notes in Computer Science 1408, Springer-Verlag. pp 3-19, 1998.

Cooper T. B, Kingston J. H. "The solution of real instances of the timetabling problem", The Computer Journal, vol. 36, no. 7, pp. 645-653, 1993

Daskalaki S, Birbas T. "Efficient solutions for a university timetabling problem through integer programming". European Journal of operational research, vol. 160 (1), pp. 106-120, 2005.

De Werra D. "Some combinatorial models for course scheduling. The Practice and Theory of Automated Timetabling", 1st International Conference on the Practice and Theory of Automated Timetabling (PATAT I), Edinburgh, UK, Lecture Notes in Computer Science 1153, Springer-Verlag., pp 296-308. 1996.

Gotlieb C. C. "The construction of class-teacher timetables, in IFIP congress 62", C. M. Popplewell, Ed., pp. 73-77, North-Holland .1963

Junginger W. "Timetabling in Germany - a survey", Interfaces, vol. 16, pp. 66-74, 1986.

McCollum B. "PATAT2006 Proceedings of the 6th International Conference on the Practice and Theory of Automated Timetabling", pages 15–35. Masaryk University, 2006.

Muller T. "Constraint-based Timetabling". PhD thesis, Charles University in Prague, Faculty of Mathematics and Physics, 2005.

Ostermann R, de Werra D. "Some experiments with a timetabling system", OR Spectrum, vol. 3, pp. 199-204, 1983.

Petrovic S, Burke E. K. "The Handbook of Scheduling: Algorithms, Models, and Performance Analysis", chapter 45. CRC Press, 2004.

Rudova H, Murray K. "University course timetabling with soft constraints. The Practice and Theory of Automated Timetabling", 4th International Conference on the Practice and Theory of Automated Timetabling (PATAT IV), Gent, Belgium, Lecture Notes in Computer Science 2740, Springer-Verlag, pp 310-328., 2003.

Schaerf. "A survey of automated timetabling", Artificial Intelligence

Review, vol. 13, pp. 87 – 127, 1999
Schmidt G, Strohlein T. "Timetable construction - an annotated bibliography", The Computer Journal, vol. 23, no. 4, pp. 307-316, 1979.
Socha K, Knowles J, Samples M. "A max-min ant system for the university course timetabling problem", the 3rd International Workshop on Ant Algorithms (ANTS 2002), Lecture Notes in Computer science 2463, Springer-Verlag, pp 1-13., 2002
Tripathy. "Computerized decision aid for timetabling – A case analysis", Discrete Applied Mathematics, vol. 35, no. 3, pp. 313-323, 1992.
Wern V. "Scheduling, timetabling and roistering – a special relationship" In: Burke, E.K. and Ross, P. (eds.) Practice and Theory of Automated Timetabling: Selected Papers from the First International Conference 46 – 75. Lecture Notes in Computer Science 1153. Springer-Verlag: Berlin. 1995.
Yoshikawa M, Kaneko K, Yamanouchi T, Watanabe M. "A constraint-based high school scheduling system", IEEE Expert, vol. 11, no. 1, pp. 63-72, 1996.