Industrial - Management Studies
Vol. 6, `.17, autumn 2008

فصلنامه علمی ـ پژوهشی مطالعات مدیریت
صنعتی سال ششم، شماره ۱۷، پائیز ۸۶
صفحات ۱۳۵ تا ۱۵۱

ارائه مدلی در تحلیل پوششی داده‌ها برای بدست آوردن وزن‌های مشترک با استفاده از منطق فازی

مقصود امیری *
امیر علیمی **
سیدحسین ابطحی ***

چکیده

مدل تحلیل پوششی داده‌ها مدلی برای محاسبه کارایی واحدهای تصمیم‌گیری است. در مدل‌های قبلی ارائه شده ضعف‌هایی وجود دارد که مهم‌ترین آنها تغییر وزن ورودی‌ها و خروجی‌ها در مدل است که باعث می‌شود کارایی واحدهای تصمیم‌گیری با وزن‌های مختلف سنجیده شوند. مسئله مهم این است که چگونه کلیه واحدهای تصمیم‌گیری با یک وزن سنجیده شوند و همزمان کارایی آنها بهینه شود.

---

* استادیار دانشکده مدیریت و حسابداری دانشگاه علامه طباطباییMg-amiri@yahoo.com
** دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مالی دانشگاه رجاء قزوین
*** کارشناسی ارشد مدیریت دولتی دانشگاه علامه طباطبایی

در این پژوهش سعی شده است با ارائه مدلی جدید، نقاط ضعف مدل‌های گذشته برطرف شود. مدل ارائه شده بر مبنای مدل‌های تصمیم‌گیری چند هدفه طراحی شده است که این مدل با روش حل مسائل چند هدفه به کمک تئوری فازی حل شده و منجر به ایجاد وزن‌های مشترک می‌شود. با بهره‌گیری از این مدل هدف اصلی تحقیق یعنی رتبه بندی بهتر واحدهای تصمیم‌گیری نسبت به مدل‌های پایه محقق شده که این موضوع با حل مدل روی یک مثال عددی نشان داده شده است.

واژگان کلیدی: تحلیل پوششی داده‌ها[1]، تصمیم‌گیری چند هدفه، منطق فازی، واحدهای تصمیم‌گیری، کارایی.

مقدمه

سنجش کارایی واحدهای تصمیم‌گیری در طول سالیان گذشته همیشه مورد توجه بوده است. اغلب سازمان‌ها درصددند تا واحدهای خود را با شاخص‌های مشخص با یکدیگر قیاس کنند. مدل تحلیل پوششی داده‌ها یکی از راه‌های سنجش کارایی واحدهای تصمیم‌گیری است. مدل تحلیل پوششی داده‌ها در سالیان اخیر با ورود به حوزه‌های مختلف گسترش زیادی یافته است. بطور مثال در حوزه کیفیت، گارسیا و همکارانش [۶] در مورد تجزیه و تحلیل نرخ شکست[2] و راماناتان و یان فنگ [۱۴] در مورد گسترش کارکرد کیفیت[3] از این مدل استفاده کرده‌اند. در حوزه تصمیم‌گیری، یان و همکاران [۱۸] از ترکیب این مدل با مسائل تصمیم‌گیری چند معیاره و ارتی و همکاران [۳] از ترکیب این مدل با فرآیند تحلیل سلسله مراتبی[4] استفاده کرده‌اند. در مورد ارزیابی عملکرد نهادهای مختلف که کاربرد اصلی این مدل است نیز تحقیقات عملی و پژوهش‌های بسیاری صورت گرفته است: برای نمونه منندهار و تانگ [۱۳] در مورد سنجش کارایی شعب بانک، ویتنر و همکاران (۲۰۰۶) در مورد سنجش کارایی پروژه‌های مختلف، هوانگ و چانگ[5] (۲۰۰۳) در

1- Data Envelopement Analysisi(DEA)
2- Failure Mode and Effects Analysis (FMEA)
3- Quality Function Deployment (QFD)
4- Analytic Hierarchy Process (AHP)
5- Hwang,S.N., Chang,T.Y

مورد سنجش کارایی هتل‌ها، شث و همکاران[1] [۱۶] در مورد ارزیابی عملکرد مسیرهای اتوبوس و فاندل[2] [۷] در مورد سنجش کارایی دانشگاه‌ها پژوهش‌هایی را انجام داده‌اند.

مدل تحلیل پوششی داده‌ها به شکل مورد بحث امروزی نخستین بار توسط چارنز و همکاران [۱] تحت عنوان مدل CCR مطرح شد. تا پیش از این زمان برای ارزیابی عملکرد و سنجش کارایی از مدل‌های کسری (مانند مدل فارل [۴] استفاده می‌شد که همگی نتیجه‌ای از رابطه زیر بود:

مجموع وزنی ورودی ها / مجموع وزنی خروجی ها= کارایی

در این سال دانشمندان مذکور با اعمال تغییراتی در مدل‌های قبلی، مدل‌های کسری را به شکل مدل‌های برنامه‌ریزی خطی تبدیل کردند. از آنجایی که راه‌حل‌ها و نرم افزارهای گوناگونی برای حل مدل‌های برنامه‌ریزی خطی وجود دارد، استفاده از مدل‌های CCR به سرعت گسترش یافت. در مدل‌های پایه CCR چند ورودی و چند خروجی فرض شده و مدل به صورت تک هدفه نوشته می‌شود. دو شکل عمده ورودی گرا و خروجی گرا برای این مدل وجود دارد. مدل‌های ورودی گرا با فرض ثابت بودن ورودی واحد تصمیم‌گیری مورد نظر، به دنبال بیشینه کردن خروجی این واحد هستند و مدل‌های خروجی‌گرا با ثابت فرض کردن خروجی واحد تصمیم‌گیری مورد نظر به دنبال کمینه کردن ورودی این واحد می‌باشند. نکته قابل ذکر آنکه برای کلیه واحدهای تصمیم‌گیری[3] باید مدل را مجدداً با اعمال تغییرات مورد نظر بازنویسی کرد. با انجام این کار، ایراد همیشه مطرح مدل تحلیل پوششی داده‌ها به وجود می‌آید که تغییر وزن هر ورودی و هر خروجی در هر بار نوشتن مدل است. این سوال پیش می‌آید که از میان وزن های مختلف موجود (که به تعداد واحدهای تصمیم‌گیری هستند) کدام وزن مناسب‌تر است؟ و یا اگر هدف مقایسه کارایی واحدهای تصمیم‌گیری با یک وزن برای هر ورودی و خروجی باشد، کدام وزن‌ها مناسب‌تر خواهند بود؟ به دلیل وجود این مشکلات و قادر نبودن مدل‌های

1- Sheth,C.,Triantis,K.,Teodorovic,D
2- Gunter Fandel
3- Decision Making Unit

پایه به پاسخگویی آنها، مسئله محاسبه وزن‌های مشترک در سالیان اخیر مورد توجه قرار گرفته است.

ایده وزن‌های مشترک برای اولین بار توسط کوک وهمکاران [۲] مطرح و سپس توسط رول و همکاران [۱۵] تکمیل شد. پس از آن نیز تاکنون دانشمندان زیادی برای بدست آوردن وزن‌های مشترک به روش‌های گوناگون و ایجاد تغییرات در مدل‌های پایه اقدام کرده‌اند. جهانشاهلو و همکاران [۹] با نوشتن نوعی مدل چند هدفه به شکل ماکسی مین و حل آن وزن‌های مشترک را بدست آورده و رتبه‌بندی را انجام داده‌اند. فرانکلین لیو و هائو پنگ [۵] به کمک خط محک سطح الگوبرداری مشترک[۱] با شیب ۱ و تعیین فاصله هر نقطه تا این خط مفروض این کار را انجام داده است. ماکویی و همکاران (۲۰۰۸) نیز با استفاده از مدل برنامه‌ریزی آرمانی وزن‌های مشترک را به دست آورده‌اند.

در این پژوهش در بخش ۲ مدل پایه تحلیل پوششی داده‌ها ارائه و عوامل آن مشخص می شوند. در بخش ۳ چگونگی حل مسائل چند هدفه به کمک تئوری فازی شرح داده می‌شود. در بخش ۴ مدل پیشنهادی ارائه و روش حل آن بررسی می‌شود. با ارائه این مدل چند هدفه، علاوه بر تعیین وزن‌های مشترک می‌توان کارایی واحدهای تصمیم‌گیری را با هم به حالت بهینه خود نزدیک کرد. در بخش ۵ یک مثال عددی بررسی و از نظر هم بستگی با روش‌های قبلی مقایسه می‌شود.

تحلیل پوششی داده‌ها

تحلیل پوششی داده‌ها یک مدل ریاضی است که کارایی مجموعه‌ای از واحدهای تصمیم‌گیری با چند ورودی و چند خروجی را اندازه‌گیری می‌کند. مدل پایه تحلیل پوششی داده‌ها به شکل قابل حل توسط روش‌های برنامه‌ریزی خطی، نخستین بار توسط چارنز و همکاران [۱] به صورت زیر ارائه شد که به مدل CCR معروف است:

1- Common Benchmark Level (CBL)

$$\begin{array}{ll} \max \sum_{r=1}^{s} u_r y_{r0} & \\ \sum_{i=1}^{m} v_i x_{i0} = 1 & \\ \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} \leq 0 & j = 1,2,\ldots,n \\ u_r \geq 0, v_i \geq 0 & r = 1,2,\ldots,s, i = 1,2,\ldots,m \end{array} \quad (1)$$

در مدل (۱)، v_i وزن خروجی i ام، u_r وزن ورودی r ام، n تعداد واحدهای تصمیم‌گیری، x_{ij} مقدار خروجی i ام در واحد تصمیم‌گیری j ام و y_{rj} مقدار ورودی r ام در واحد تصمیم‌گیری j ام است. لازم به ذکر است که این مدل یک مدل ورودی گرا بوده و برای واحد تصمیم‌گیری ۰ نوشته شده است. این مدل باید برای واحدهای دیگر هم نوشته شود که تنها تابع هدف و محدودیت اول آن تغییر می‌کند. با حل این مدل‌ها در نرم افزارهای برنامه‌ریزی خطی، کارایی واحدهای تصمیم‌گیری بدست می‌آید. اگر کارایی یکی از واحدها عدد ۱ باشد، این واحد کارا در نظر گرفته می‌شود.

حل مسائل چند هدفه به کمک تئوری فازی

تصمیم‌گیری چند هدفه یکی از شاخه‌های تصمیم‌گیری چند معیاره است. مسائل تصمیم‌گیری چند هدفه همزمان به دنبال بهینه کردن چندین هدف با وجود محدودیت‌های مختلف می‌باشند. شکل کلی این گونه مسائل به صورت زیر است:

$$\begin{array}{l} Max f(x) = Cx \\ S.T. \\ Ax \leq b \\ x \geq 0 \end{array} \quad (2)$$

در مدل(۲) ، C یک ماتریس با ابعاد $k \times n$ از اهداف و A یک ماتریس $m \times n$ از ضرایب متغیرها در محدودیت‌ها است و b بردار ضرایب سمت راست محدودیت‌ها و x بردار متغیرهای تصمیم هستند. در مسائل یک هدفه، محدودیت‌ها همگی در جهتی حرکت می‌کنند تا تابع هدف را بهینه سازند اما در مسائل چند هدفه هر یک از توابع هدف درصدد هستند تا محدودیت‌ها را به جهت دلخواه خود حرکت دهند

و این تضاد سر منشا مشکلات حل مسائل چند هدفه است. برای مثال، هنگامی که هدف تنها حداکثر کردن سود باشد، محدودیت‌ها در جهت حداکثر کردن متغیرهای تصمیم پیش می‌روند اما زمانی که هدف حداقل کردن هزینه نیز اضافه شود تضاد پیش می‌آید. مسائل چند هدفه همواره به دنبال بهترین جوابی هستند که هر یک از اهداف تا حد ممکن برآورده شوند، اما بهینگی همزمان کلیه اهداف امری غیر ممکن به نظر می‌رسد. برای حل مسائل چند هدفه راه حل‌های بسیاری ارائه شده است که از میان آنها حل فازی مسائل چند هدفه در ادامه تشریح می‌شود.

فرض کنید مدل (۲) به صورت زیر بازنویسی شود (کهرمان[1] (۲۰۰۸)):

(۳)

$$
\begin{aligned}
& Max\tilde{f}(x)=\tilde{C}x \\
& S.T. \\
& \tilde{A}x \le \tilde{b} \\
& x \ge 0
\end{aligned}
$$

در مدل (۳)، ضرایب به صورت فازی نوشته شده‌اند. لازم به ذکر است چنانچه ضرایب قطعی باشند نیز خللی در کار ایجاد نمی‌شود، زیرا اعداد قطعی زیر مجموعه‌ای از اعداد فازی هستند. ممکن است توابع هدف و تمام ضرایب قطعی باشند که با بسط مدل، فازی کردن آنها شرح داده می‌شود. مسئله‌ای با دو تابع هدف i=۱و۲ را به صورت زیر در نظر بگیرید:

(۴)

$$
\begin{aligned}
& Maxf_1(x)=C_1x \\
& Maxf_2(x)=C_2x \\
& S.T. \\
& A_1x \le b_1 \\
& A_2x \le b_2 \\
& x \ge 0
\end{aligned}
$$

مدل (۴) یک مدل با دو تابع هدف و دو محدودیت است (اگر تعداد توابع هدف

1- Kahraman

بیشتر باشد نیز روش حل به همین ترتیب است). برای حل مدلی به شکل مدل (۴)، حدود هر یک از توابع هدف محاسبه می‌شود. بدین منظور هر یک از توابع هدف یک بار به صورت حداکثر سازی و یک بار به صورت حداقل سازی نوشته و با وجود تمامی محدودیت‌های مسئله حل می‌شوند. برای مثال، حدود بالا و پائین مدل (۴) می‌تواند به ترتیب توسط مدل‌های (۵) و (۶) تعیین شود:

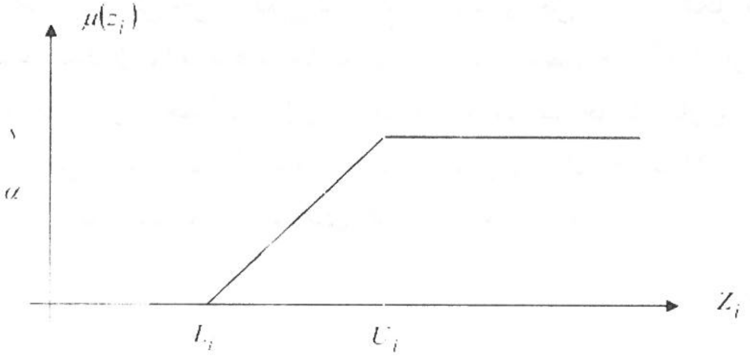
(۵)

$$Max f_۱(x) = C_۱ x$$
$$S.T.$$
$$A_۱ x \leq b_۱$$
$$A_۲ x \leq b_۲$$
$$x \geq ۰$$

(۶)

$$M\inf_۱(x) = C_۱ x$$
$$S.T.$$
$$A_۱ x \leq b_۱$$
$$A_۲ x \leq b_۲$$
$$x \geq ۰$$

با حل دو مدل یک هدفه (۵) و (۶) حدود تابع هدف اول بدست می‌آید. برای تابع هدف i ام (برای ۲ و ۱=i)، حد بالا را U_i و حد پایین را L_i می‌نامند. حال تابع عضویت تابع هدف i ام (برای ۲و۱=i) مطابق شکل ۱ نوشته می‌شود.



شکل۱. تابع عضویت تابع هدف i ام (برای ۲و۱=i)

برای شکل ۱ می‌توان تابع عضویتی به شکل زیر نوشت:

$$\mu(Z_i)=\begin{cases} ۰ & Z_i \le L_i \\ (Z_i - L_i)/(U_i - L_i) & L_i \le Z_i \le U_i \\ ۱ & Z_i \ge U_i \end{cases}$$

حال توابع هدف به شکل فازی با تابع عضویت مشخص نوشته شده‌اند که هر چه به مقدار بهینه خود نزدیکتر شوند، مطلوبیت بیشتری دارند. برای ایجاد تغییرات در مدل، α_i (برای ۲و۱=i) به صورت درصدی که تابع هدف i به مقدار بهینه خود نزدیک شده است، تعریف می‌شود. در واقع α_i مقدار کمترین تابع عضویت تابع هدف است.

$\alpha_i = \min(Z_i)$ (برای ۲و۱=i)

$\alpha_i \le \mu(Z_i)$ (برای ۲و۱=i)

در طول فرآیند حل مسئله سعی می‌شود تا مقدار α_i به حداکثر مقدار خود برسد. یعنی هر یک از توابع هدف تا حد ممکن به مقدار بهینه خود نزدیک شوند. در نتیجه رابطه بالا به صورت زیر بازنویسی می‌شود.

(۷)

$$\max \sum_{i=1}^{2} w_i \alpha_i$$
$$S.T.$$
$$\alpha_i \le (Z_i - L_i)/(U_i - L_i) \text{ و } i = 1,2$$
$$A_1 x \le b_1$$
$$A_2 x \le b_2$$
$$\alpha_i \ge 0$$
$$x \ge 0$$

در مدل (۷)، w_i وزن اعمال شده برای تابع هدف i ام است که باید مشخص باشد و در غیر این صورت برابر ۱ فرض می‌شود. حال مدل (۷) به شکلی که در ادامه مورد استفاده قرار می گیرد، می‌تواند بازنویسی شود:

(۸)

$$\max \sum_{i=1}^{2} w_i \alpha_i$$
$$S.T.$$
$$Z_i \ge U_i - (U_i - L_i)/(1-\alpha), i = 1,2$$
$$A_1 x \le b_1$$
$$A_2 x \le b_2$$
$$\alpha_i \ge 0 \text{ و } i = 1,2$$
$$x \ge 0$$

همان طور که ملاحظه می‌شود فرم یک مسئله چند هدفه به شکل مسئله‌ای تک هدفه و دارای جواب بهینه و قابل حل توسط نرم افزارهای برنامه‌ریزی خطی تبدیل شد اما وجود α_i نشان می‌دهد توابع هدف همچنان به مقدار بهینه خود نمی‌رسند و این امر تا حدودی حاصل می گردد.

مدل پیشنهادی

همان‌طور که ذکر شد پژوهش حاضر به دنبال ارائه مدلی برای مقایسه کارایی واحدهای مختلف است. در مدل‌های پایه برای هر یک از واحدهای تصمیم گیری به صورت جداگانه کارایی بهینه می‌شود، اما همان‌طور که در مدل (۹) مشاهده می‌شود کارایی کلیه واحدها با یکدیگر سنجیده می‌شود. با این روش مقایسه کارایی واحدها با یکدیگر امکان پذیر است زیرا همگی با هم در نظر گرفته شده‌اند. در مدل‌های

پایه هر یک از واحدهای تصمیم‌گیری با وزن‌های متفاوت برای ورودی‌ها و خروجی‌ها سنجیده می‌شوند. برای مثال، اگر کارایی واحدی ۱ و کارایی واحدی ۰/۵ بود، این دو عدد با وزن‌های متفاوت بدست آمده‌اند و اگر وزن‌های واحد اول برای واحد دوم اعمال شود، عدد ۰/۵ حاصل نمی‌شود و اگر وزن‌های واحد دوم برای واحد اول اعمال شود نیز ممکن است عدد ۱ حاصل نشود.

(۹)

$$
\begin{aligned}
&\max \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} && j=1,2,\ldots,n\\
&S.T.\\
&\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} \le 1 && j=1,2,\ldots,n\\
&\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} - \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} \le 0 && j=1,2,\ldots,n\\
&u_r \ge 0, v_i \ge 0
\end{aligned}
$$

مدل (۹) بر اساس مدل‌های ورودی گرا نوشته شده که همزمان جمع وزنی خروجی‌های هر واحد تصمیم‌گیری حداکثر و جمع وزنی ورودی‌ها هر واحد تصمیم‌گیری کوچکتر یا مساوی ۱ در نظر گرفته می‌شود. علت این که جمع وزنی ورودی‌ها کوچکتر یا مساوی ۱ در نظر گرفته شده این است که شاید در نظر گرفتن علامت تساوی باعث ناموجه شدن جواب مسئله شود و با توجه به اینکه مدل جدیدی ارائه شده انجام این تغییر بلا مانع است. مسئله فوق یک مسئله چند هدفه است که برای حل آن از روش شرح داده شده در بخش ۳ یعنی روش حل فازی مسائل چند هدفه استفاده می‌شود. برای این کار هر یک از توابع هدف با تمامی محدودیت‌ها یک‌بار حداقل و یک‌بار حداکثر می‌شود تا حدود هر یک از توابع هدف تعیین شود:

(۱۰)

$$
\begin{aligned}
&\max \beta_1 = \sum_{i=1}^{m} v_i x_{i1} \\
&S.T. \\
&\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} \le 1 \qquad j = 1,2,\ldots,n \\
&\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} - \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} \le 0 \quad j = 1,2,\ldots,n \\
&u_r \ge 0, v_i \ge 0
\end{aligned}
$$

مدل (۱۰) برای تک تک توابع هدف نوشته می‌شود. پس از حل این مدل و بدست آوردن حدود توابع هدف، مدل نهایی برای حل مسئله به صورت زیر نوشته می‌شود (مدل زیر با آگاهی از این مطلب تنظیم شده است که حداقل هر یک از توابع هدف عدد صفر می‌باشد):

(۱۱)

$$
\begin{aligned}
&\max \sum_{j=1}^{n} w_j \alpha_j \qquad j = 1,2,\ldots,n \\
&S.T. \\
&\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} \ge \beta_j - \beta_j \left(1 - \alpha_j\right) \; j = 1,2,\ldots,n \\
&\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} \le 1 \qquad j = 1,2,\ldots,n \\
&\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} - \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} \le 0 \quad j = 1,2,\ldots,n \\
&u_r \ge 0, v_i \ge 0
\end{aligned}
$$

β_j: تلورانس تغییر توابع هدف

با حل مدل (۱۱) توسط نرم افزارهای برنامه‌ریزی خطی جواب‌های مسئله بدست می‌آید که همان وزن ورودی‌ها و خروجی‌ها است. پس از جایگذاری وزن‌ها در فرمول مربوط به محاسبه کارایی، کارایی هر یک از واحدها بدست می‌آید. شایان ذکر است که مدل ارائه شده از دو منظر قابل بررسی است. اولاً با ارائه مدلی مناسب مدل‌های پیشین وزن‌های مشترک را توسعه و یکی از ایرادهای اساسی مدل‌های قبلی را برطرف می‌کند. مسئله مهم‌تر آنکه همواره در نوشتن مدل‌های جدید سعی بر آن است تا مدل به شکلی چند هدفه نوشته شود تا همزمان کارایی واحدهای

تصمیم‌گیری حداکثر و سنجیده شوند. اما به دلیل دشواری حل مسائل چند هدفه پرداختن به این گونه مدل‌ها رواج چندانی نیافته است. لیکن با ورود مسائل فازی برای حل این گونه مسائل، مدل ۱۱ قابلیت‌های مناسبی می‌یابد.

این گونه مثال عددی

برای درک بهتر موضوع، مثالی از مقاله کائو و هونگ[1] [۱۱] ذکر می‌شود. این مثال مربوط به ۱۷ واحد تصمیم‌گیری از بخش‌های یک جنگل است. ورودی‌ها به ترتیب بودجه (بر حسب دلار)، موجودی اولیه (بر حسب متر مکعب)، نیروی انسانی (بر حسب نفر) و زمین (بر حسب هکتار) هستند. خروجی‌ها به ترتیب محصول اصلی (بر حسب متر مکعب)، خاک حفاظت شده (بر حسب متر مکعب) و گردشگران (بر حسب تعداد بازدید) هستند. داده‌ها در جدول ۱ نشان داده شده است.

با نوشتن مدل (۱۱) برای داده‌های جدول ۱، حدود هر یک از توابع هدف تعیین می‌شود. طبیعتاً حد پایین هر تابع هدف صفر است. پس از تعیین حدود، مدل نهایی تدوین و توسط یکی از نرم افزارهای برنامه‌ریزی خطی حل می‌شود. ذکر این نکته ضروری است که در مدل‌های پایه به این دلیل که مقدار ورودی عدد یک در نظر گرفته می‌شود، عددی که از حل مدل توسط نرم افزار بدست می‌آید همان مقدار کارایی است ولی در مدل فوق باید پس از بدست آوردن وزن خروجی‌ها و ورودی‌ها، این اعداد را در فرمول محاسبه کارایی قرار داد و کارایی را محاسبه کرد. جواب‌های α_j در جدول ۲ نشان داده شده است.

1- Kao, Hung

جدول ۱. داده‌های استخراج شده از مثال عددی

DMUs	ورودی ۱	ورودی ۲	ورودی ۳	ورودی ٤	خروجی ۱	خروجی ۲	خروجی ۳
١	٥١.٦٢	١١.٢٣	٤٩.٢٢	٣٣.٥٢	٤٠.٤٩	١٤.٨٩	۳۱۶۶.۷۱
٢	٨٥.٧٨	١٢٣.٩٨	٥٥.١٣	١٠٨.٤٦	٤٣.٥١	١٧٣.٩٣	٦.٤٥
٣	٦٦.٦٥	١٠٤.١٨	٢٥٧.٠٩	١٣.٦٥	١٣٩.٧٤	١١٥.٩٦	٠
٤	٢٧.٨٧	١٠٧.٦	١٤	١٤٦.٤٣	٢٥.٤٧	١٣١.٧٩	٠
٥	٥١.٢٨	١١٧.٥١	٣٢.٠٧	٨٤.٥	٤٦.٢	١٤٤.٩٩	٠
٦	٣٦.٠٥	١٩٣.٣٢	٥٩.٥٢	٨.٢٣	٤٦.٨٨	١٩٠.٧٧	٨٢٢.٩٢
٧	٢٥.٨٣	١٠٥.٨	٩.٥١	٢٢٧.٢	١٩.٤	١٢٠.٠٩	٠
٨	١٢٣.٠٢	٨٢.٤٤	٨٧.٣٥	٩٨.٨	٤٣.٣٣	١٢٥.٨٤	٤٠٤.٦٩
٩	٦١.٩٥	٩٩.٧٧	٣٣	٨٦.٣٧	٤٥.٤٣	٧٩.٦	١٢٥٢.٦٢
١٠	٨٠.٣٣	١٠٤.٦٥	٥٣.٣	٧٩.٠٦	٢٧.٢٨	١٣٢.٤٩	٤٢.٦٧
١١	٢٠٥.٩٢	١٨٣.٤٩	١٤٤.١٦	٥٩.٦٦	١٤.٠٩	١٩٦.٢٩	١٦.١٥
١٢	٨٢.٠٩	١٠٤.٩٤	٤٦.٥١	١٢٧.٢٨	٤٤.٨٧	١٠٨.٥٣	٠
١٣	٢٠٢.٢١	١٨٧.٧٤	١٤٩.٣٩	٩٣.٦٥	٤٤.٩٧	١٨٤.٧٧	٠
١٤	٦٧.٥٥	٨٢.٨٣	٤٤.٣٧	٦٠.٨٥	٢٦.٠٤	٨٥	٢٣.٩٥
١٥	٧٢.٦	١٣٢.٧٣	٤٤.٦٧	١٧٣.٤٨	٥.٥٥	١٣٥.٦٥	٢٤.١٣
١٦	٨٤.٨٣	١٠٤.٢٨	١٥٩.١٢	١٧١.١١	١١.٥٣	١١٠.٢٢	٤٩.٠٩
١٧	٧١.٧٧	٨٨.١٦	٦٩.١٩	١٢٣.١٤	٤٤.٨٣	٧٤.٥٤	٦.١٤

جدول ۲. درصد نزدیکی توابع هدف به مقدار بهینه

DMUs	α_j	DMUs	α_j
۱	۰.۳۹۲۲۴۹۱	۱۰	۰.۹۹۷۱۷۶۲
۲	۰.۹۹۵۹۷۱۳	۱۱	۰.۹۹۶۱۶۲۳
۳	۰.۴۹۹۷۷۸۰	۱۲	۰.۹۹۵۸۱۴۵
۴	۰.۹۹۵۸۱۴۶	۱۳	۰.۹۹۵۸۱۴۶
۵	۰.۹۹۵۸۱۴۶	۱۴	۰.۹۹۷۰۰۵۷
۶	۱	۱۵	۰.۹۹۶۵۶۶۶
۷	۰.۹۹۵۸۱۴۶	۱۶	۰.۹۹۷۶۹۷۴
۸	۱	۱۷	۰.۸۸۱۹۳۷۸
۹	۰.۹٦٤۱۱۱٦		

برای مثال $\alpha_{۷} = ۰.۹۹۵۸۱٤٦$ به این معنی است که با مدل نوشته شده، تابع هدف هفتم تا ٪۹۹.۵۸۱۴۶ به مقدار بهینه خود نزدیک شده است. همان‌طور که در جدول ۲ ملاحظه می‌شود، اکثر توابع هدف به مقدار بهینه خود بسیار نزدیک هستند و حتی بعضی به مقدار بهینه خود رسیده‌اند. همان‌طور که قبلاً نیز ذکر شد در مدل های چند هدفه همه توابع هدف مسئله به حالت بهینه خود نمی‌رسند و برای رسیدن به بهترین وضعیت باید برخی توابع هدف مقداری از حالت بهینه خود دور شوند. علاوه براین با حل مدل، وزن‌های بدست آمده برای ورودی‌ها و خروجی‌ها در جدول ۳ آمده است:

جدول ۳. جواب های مدل برای وزن ورودی‌ها و خروجی‌ها

وزن خروجی ۳	وزن خروجی ۲	وزن خروجی ۱	وزن ورودی ٤	وزن ورودی ۳	وزن ورودی ۲	وزن ورودی ۱
۰.۰۰۰۰۱۸۳	۰.۰۰۴۳۱	۰.۰۰۰۰۱	۰.۰۰۲۰۴	۰.۰۰۰۱۳۲	۰.۰۰۴۲	۰.۰۰۰۰۱

ممکن است وزن بعضی از ورودی‌ها یا خروجی‌ها صفر شود که این ایراد کلی به کلیه مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها وارد است و برای حل آن می‌توان متغیر مربوط به وزن‌ها را بزرگتر از یک عدد بسیار کوچک در مدل قرار داد. نکته مهم در مورد وزن‌های بدست آمده این‌که باید دقت شود تمامی وزن‌ها کوچک باشند.

با جایگذاری وزن‌ها در مدل، کارایی واحدها طبق جدول ۴ محاسبه می‌شود که با جواب‌های بدست آمده از روش‌های ذکر شده در پژوهش کائو و هونگ [۱۱] مقایسه شده است.

جدول ٤ . جواب های مدل پیشنهادی و مدل‌های گذشته

DMUs	CCR	MAD	MSE	MAX	روش پیشنهادی
۱	۱(۱)	۱(۱)	۱(۱)	۱(۱)	۱(۱)
۲	۱(۱)	۱(۱)	۱(۱)	۱(۱)	۱(۱)
۳	۱(۱)	۱(۱)	۰.۹۹۸۹(۳)	۰.۷۲۳۱(۱۱)	۱(۱)
۴	۱(۱)	۱(۱)	۰.۹۹۲۷(۴)	۰.۸۹۸۴(۴)	۰.۷۵۴۴(۱۱)
۵	۱(۱)	۰.۹۷۴۷(۵)	۰.۹۸۶۶(۵)	۱(۱)	۰.۹۳۱۸(۷)
۶	۱(۱)	۰.۸۵۲۴(۹)	۰.۹۱۲۳(۶)	۰.۸۶۹۲(۷)	۱(۱)
۷	۱(۱)	۰.۹۲۴۴(۶)	۰.۸۸۴۹(۷)	۰.۷۴۳۲(۹)	۰.۵۶۹۰(۱۶)
۸	۱(۱)	۰.۸۹۵۴(۷)	۰.۸۷۰۷(۹)	۰.۸۹۳۹(۵)	۰.۹۸۲۳(۵)
۹	۱(۱)	۰.۶۶۱۹(۱۴)	۰.۶۶۹۰(۱۴)	۰.۷۲۳۰(۱۲)	۰.۶۱(۱۴)
۱۰	۰.۹۴۰۳(۱۰)	۰.۸۷۲۱(۸)	۰.۸۷۶۸(۸)	۰.۸۷۶۱(۶)	۰.۹۴(۶)
۱۱	۰.۹۳۴۶(۱۱)	۰.۶۳۹۸(۱۵)	۰.۶۵۱۸(۱۵)	۰.۶۵۷۷(۱۳)	۰.۹۲۷۹(۸)
۱۲	۰.۸۲۹۰(۱۲)	۰.۷۴۵۶(۱۰)	۰.۷۲۸۲(۱۰)	۰.۷۵۹۴(۸)	۰.۶۶۱۶(۱۲)
۱۳	۰.۷۹۹۷(۱۳)	۰.۶۲۲۹(۱۷)	۰.۶۲۶۰(۱۶)	۰.۶۴۵۳(۱۴)	۰.۷۹۶۳(۹)
۱۴	۰.۷۷۳۳(۱۴)	۰.۷۱۴۰(۱۲)	۰.۷۱۴۲(۱۲)	۰.۷۴۰۶(۱۰)	۰.۷۶۷(۱۰)
۱۵	۰.۷۶۲۷(۱۵)	۰.۷۲۴۵(۱۱)	۰.۷۲۱۰(۱۱)	۰.۶۴۱۰(۱۵)	۰.۶۳۷۵(۱۳)
۱۶	۰.۷۴۳۵(۱۶)	۰.۶۹۹۶(۱۳)	۰.۶۸۱۱(۱۳)	۰.۴۶۶۵(۱۷)	۰.۵۸۸۶(۱۵)
۱۷	۰.۶۸۷۳(۱۷)	۰.۶۳۱۰(۱۶)	۰.۶۰۶۸(۱۷)	۰.۵۹۰۸(۱۶)	۰.۵۰۹۳(۱۷)
میانگین	۰.۹۱	۰.۸۲۱	۰.۸۱۹	۰.۷۷۸	۰.۸۰۴

یکی از معایب مدل‌های پایه تحلیل پوششی داده‌ها عدم توانایی در افراز واحدهای کارا از یکدیگر و یا به عبارتی وجود عدد یک برای کارایی بسیاری از واحدها است. بنابراین مدل‌های بعدی که ارائه می‌شوند، این هدف را دنبال می کنند تا تعداد اعداد یک را کاهش دهند. همان طور که ملاحظه می‌شود روش پیشنهادی این مهم را تحقق بخشیده است.

در مورد کارایی روش پیشنهادی ذکر این مطلب ضروری است که روش بهینه‌ای برای مقایسه وجود ندارد و افراد مختلف درصدد هستند با ایجاد تغییر در مدل آن را به واقعیت نزدیکتر کنند و طبیعتاً مدل‌های بهتر، جواب‌های بهتری ایجاد خواهند کرد. برای مقایسه روش پیشنهادی با روش‌های پیشین از ماتریس ضرایب همبستگی[1]

1- Correlation Coefficient Matrix

استفاده شده است که در جدول ۵ ملاحظه می‌شود:

جدول ۵. ماتریس ضرایب همبستگی

	CCR	MAD	MSE	MAX	روش پیشنهادی
CCR	۱	۰.۶۸۴۴	۰.۶۴۱۳	۰.۵۷۱۳	۰.۶۲۵۰
MAD	۰.۶۸۴۴	۱	۰.۸۱۵۸	۰.۷۸۵۶	۰.۷۴۱۳
MSE	۰.۶۴۱۳	۰.۸۱۵۸	۱	۰.۹۸۹۶	۰.۷۶۷۵
MAX	۰.۵۷۱۳	۰.۷۸۵۶	۰.۹۸۹۶	۱	۰.۷۳۷۲
روش پیشنهادی	۰.۶۲۵۰	۰.۷۴۱۳	۰.۷۶۷۵	۰.۷۳۷۲	۱

همان‌طور که در جدول ۵ ملاحظه می‌شود، روش پیشنهادی با روش‌های گذشته همبستگی قوی ندارد و بنابراین از اساس متفاوت است نتایج بدست آمده در روش پیشنهادی با نتایج روش MSE همبستگی بیشتری دارد.

نتیجه‌گیری

همان‌طور که قبلاً ذکر شد مدل تحلیل پوششی داده‌ها کاربردهای بسیار گسترده‌ای یافته است و سالیانه هزاران مقاله در این مورد منتشر می‌شود. مقالاتی که در این زمینه منتشر می‌شوند یا به حل یک نمونه با استفاده از مدل‌های قبلی موجود اختصاص دارد و یا تغییراتی در مدل‌های قبلی ایجاد شده است. علت عمده ارائه مدل‌های جدید در این زمینه ناکارآمدی مدل‌های قبلی است. در پژوهش حاضر سعی بر این بود تا با نگرشی نو به مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها مدلی مناسب ارائه و تشریح حل شود. مدل ارائه شده با بدست آوردن وزن‌های مشترک سعی در بهبود مقایسه واحدهای تصمیم‌گیری با وزن‌های مختلف دارد. مدل پیشنهادی مقاله می‌تواند زمینه‌ساز مطالعات بعدی با استفاده از این مدل و نگرش به مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها به صورت چند هدفه باشد.

منابع و مآخذ

1. Charnes, A., Cooper, W.W., Rhodes, E.L., (1978) "Measuring the efficiency of decision making units". European Journal of Operational Research 2: 429-444
2. Cook,W.,Roll,Y., Kazakov,A.,(1990) "A DEA model for measuring the relative efficiencies of highway maintenance portals". INFOR 28(2): 113-124.
3. Ertay,T.,Ruan, D.,Tuzkaya,U.R., (2006) "Integrating data envelopment analysis and analytic hierarchy for the facility layout design in manufacturing systems". Journal of Information Sciences 176:237-262.
4. Farrell, M.G. , (1957) "The measurement of productive efficiency". Journal of the Royal Statistical Society , Series A , General 120(3) : 253-281.
5. Fuh-Hwa Franklin Liu,Hao Hsuan Peng,(2008) "Ranking of units on the DEA frontier with common weights". Journal of Computers and Operations Research 35:1624-1637.
6. Garcia,P.A.A.,Schirro,R., Frutuoso E Melo,P.F., (2005) " A fuzzy data envelopment analysis approach for FMEA" .Progress in Nuclear Energy 46:359-373.
7. Gunter Fandel, (2007) "On the performance of universities in north Rhine-Westphalia Germany government's redistribution of funds judged using DEA efficiency measures". European journal of operations research 176:521-533.
8. Hwang,S.N., Chang,T.Y., (2003) "Using data envelopment analysis to measure hotel managerial efficiency change in Taiwan". Journal of Tourism Management 24:357-369.
9. Jahanshahloo,G.R.,Memariani,A.,Hosseinzadeh Lotfi,F.,Rezai,H.Z.,(2005) "A note on some of DEA models and finding efficiency and complete ranking using common set of weights" .Journal of Applied Mathematics and Computation 166:265-281.
10. Kahraman,C., (2008) "Fuzzy multi criteria decision making". Springer Optimization and Its Applications, 325-337.
11. Kao,C.,Hung,H-T, (2005) "Data envelopment analysis with common weights :the compromise solution approach" Journal of the Operational Research Society 56:1196-1203.
12. Makui, A., Alinezhad, A., Kiani mavi, R., ZohreHbandian, M., (2008) "A goal programming method for finding common weights in DEA with an improved discriminating power for efficiency". Journal of Industrial and Systems Engineering 4:293-303.
13. Manandhar,R.,Tang,J.C.S., (2002) " The evaluation of bank branch performance using data envelopment analysis: A framework". Journal of High Technology Management Research 13:1-17.
14. Ramanathan,R., Yunfeng,J., (2009) "Incorporating cost and environmental factors in quality function deployment using Data Envelopment Analysis". Omega 37:711-723.
15. Roll,Y.,Cook,W.,Golany,B.,(1991) "Controlling factor weights in data envelopment analysis". IIE Transactions 24:1-9.
16. Sheth,C.,Triantis,K.,Teodorovic,D., (2007) " Performance evaluation of bus routes: A provider and passenger perspective". Journal of Transportation Research Part E 43:453-478.
17. Vitner,G., Rozenes,S.,Spraggett,S., (2006) "Using data envelopment analysis to compare project efficiency in a multi-project environment" . International Journal of Project Management 24:323-329.
18. Yun,Y.B., Nakayama, H., Arakawa, M., (2004) "Multiple criteria decision making with generalized DEA and an aspiration level method". European Journal of Operational Research 158:697-706.