فصلنامه علمی ـ پژوهشی مطالعات مدیریت
صنعتی سال هشتم، شماره ۱۸، پائیز ۸۹
صفحات ۱ تا ۱۳

Motaleat-e modiriat-e sanati
Vol. 8, No.18, Autumn 2010

توسعه یک مدل دو هدفه برای مسئله حداکثر پوشش با محدودیت پارامترهای صف

مهدی سیف برقی *
راضیه فرقانی **
ظریفه راثی ***

چکیده

مسئله مکان یابی حداکثر پوشش (MCLP) سعی در حداکثر نمودن پوشش جمعیتی می‌کند که در یک حداکثر فاصله یا زمان مشخص از یک تجهیز قرار دارند. توسعه‌های بسیاری جهت بهبود کاربردهای این مسئله ارائه شده است که یکی از آنها ترکیب این مسئله با مدلهای صف است. به عنوان مثال مکان یابی محل تعدادی خدمت دهنده با هدف حداکثر نمودن پوشش مشتریان و محدودیت در طول یا زمان انتظار مشتریان در صف. در این مقاله مدل ارائه شده توسط کورآ و لورنا [۳] که به صورت یک مسئله حداکثر پوشش با محدودیت شاخصهای صف

*استادیار دانشگاه الزهرا، دانشکده فنی و مهندسی، M.Seifbarghy@alzahra.ac.ir
**دانشجوی کارشناسی ارشد مهندس صنایع دانشگاه الزهرا، دانشکده فنی و مهندسی، Razieh.Forghani@gmail.com
*** دانشجوی کارشناسی ارشد مهندس صنایع دانشگاه الزهرا، دانشکده فنی و مهندسی، Zarifeh_r1596 @yahoo.com

تاریخ دریافت: ۸۸/۱۰/۲۹ تاریخ پذیرش: ۸۹/۲/۲۸

است، توسعه داده می‌شود. بگونه‌ای که علاوه بر تابع هدف حداکثر پوشش، هدف حداقل نمودن فواصل خدمت دهنده‌ها تا مشتریان نیز در نظر گرفته می‌شود. بدین منظور بر خلاف مدل مقاله اصلی محدودیت خاصی در تخصیص مشتریان به گره‌های خدمت‌دهی ایجاد نگردیده و این خود مدل خواهد بود که نحوه تخصیص را مشخص می‌کند. مدل توسعه داده شده توسط الگوریتم ژنتیک و نرم افزار CPLEX حل و نتایج حاصل نشان دهنده عملکرد مطلوب الگوریتم توسعه داده شده می‌باشد.

واژگان کلیدی: مکان یابی، حداکثر پوشش، صف، الگوریتم ژنتیک، خدمت دهنده.

مقدمه

مسئله مکان یابی حداکثر پوشش[1] به طور گسترده‌ای در ادبیات موضوع مورد مطالعه قرار گرفته است. این مسئله اولین بار توسط چرچ و رولی [۲] معرفی شده است. هدف اصلی این مسئله حداکثر نمودن پوشش جمعیتی از مشتریان می‌باشد که در یک حداکثر فاصله یا زمان مشخصی از یک تجهیز قرار دارند. به عبارت دیگر پوشش جمعیت زمانی انجام می‌شود که آن جمعیت از نظر مکانی در یک حداکثر فاصله یا زمان مشخصی از تجهیزاتی قرار گیرند که به نوعی به آن جمعیت خدمتی ارائه می‌کنند. نکته قابل توجه در مدل مسئله این است که تجهیزات (خدمت دهنده‌ها) بر روی تعدادی از گره‌هایی قرار خواهند گرفت که هم اکنون به عنوان محل استقرار جمعیت مشتریان می‌باشند. هیل و موبرگ [۸]، سرا و ماریانو [۱۳] و گالواو [۶] توسعه و اصلاحاتی را روی این مسئله انجام داده‌اند. در این مسئله نیازی به پوشش تمامی مشتریان یا نقاط تقاضا نیست، لیکن سعی در حداکثر نمودن پوشش با در نظر داشتن منابع موجود دارد.

در بسیاری از تحقیقات صورت گرفته فاصله یا زمان بین نقاط تقاضا و تجهیزاتی که نقش خدمت دهنده را برای نقاط تقاضا بازی می‌کنند از اهمیت بالایی از نظر کیفیت خدمت برای مشتریان برخوردار است. به عنوان مثال در مکان یابی

1 - Maximal Covering Location Problem

دستگاههای عابر بانک فاصله بین مشتریان تا محل نصب این تجهیزات از اهمیت زیادی در مراجعه مشتریان به این خدمت دهنده‌ها بر خوردار است. در تحقیق صورت گرفته توسط کورآ و لورنا [۳] این مورد در محدودیتها در نظر گرفته شده است به گونه‌ای که از ابتدا بر اساس یک فاصله ماکسیمم مشخص، مشتریان یا نقاط تقاضایی که می‌توانند به هر تجهیز (خدمت دهنده) جدید تخصیص یابند مشخص شده و مدل صرفاً مشخص می‌کند که کدامی ک از این مشتریان به آن تجهیز اختصاص یابند. در این مقاله محدودیت تخصیص مشتریانی خاص به هر تجهیز حذف و بر اساس مدل هر یک از مشتریان می‌توانند به کلیه تجهیزات تخصیص یابند. لیکن هدف حداقل نمودن کل فواصل حمل و نقل از مشتریان تا تجهیزات تخصیص یافته به آنها به مدل اضافه می‌شود. سایر محدودیتهای مدل نظیر محدودیت تعداد تجهیزات جدید و محدودیت مربوط به شاخص طول صف در خدمت دهنده‌ها همچنان به قوت خود پایدار است.

با توجه به اینکه مدل مسئله مربوط به مکان یابی تعدادی خدمت دهنده جهت ارائه خدمت به مشتریانی با تقاضای احتمالی است، لذا نوعی صف در برابر هر خدمت دهنده به وجود می‌آید. به منظور ایجاد رضایت بیشتر در مشتریان معمولاً محدودیتهایی روی شاخصهای مختلف صف نظیر طول صف و زمان انتظار مشتریان تعریف می‌شود که به طور سنتی در مقالات مرتبط ارائه شده است (ماریانو و سرا [۱۰] و [۱۱]). در این مقاله از محدودیت طول صف استفاده شده به گونه‌ای که احتمال اینکه تعداد افراد موجود در صف از عدد مشخصی بیشتر باشد، عدد کوچکی فرض شده است (به طور عکس می‌توان فرض کرد احتمال وجود کمتر از یک تعداد مشخصی در صف عدد بزرگی باشد). در مقاله دیگری از شوندی و محلوجی [۱۴] یک مدل مکان یابی ـ تخصیص ارائه شده که در آن تعدادی گره تقاضا وجود دارد و قرار است تعدادی خدمت دهنده به گره‌ها اختصاص داده شود به گونه‌ای که بیشترین پوشش گره‌های تقاضا صورت می‌گیرد. در این مدل محدودیتی در خصوص پارامترهای حساس مربوط به صف نظیر زمان انتظار مشتری به صورت فازی در نظر گرفته و از یک الگوریتم ژنتیک جهت حل استفاده می‌شود.

سیستم صف مورد نظر در این تحقیق نظیر کورآ و لورنا [۳] به صورت M/M/1 بوده و پس از مدلسازی مساله از یک الگوریتم ژنتیک ساده و همچنین نرم افزار CPLEX برای حل مدل و مقایسه استفاده شده است. در بخش دوم مقاله پارامترهای مدل معرفی می‌گردد. مدل مسئله در بخش سوم ارائه می‌شود. در بخش چهارم تعدادی مثال عددی ارائه و مدل توسط الگوریتم ژنتیک و بسته نرم افزاری CPLEX حل می‌گردد و در بخش پنجم نتیجه گیری و تحقیقات آتی ارائه می‌شود.

تعاریف و نمادها

پارامترهای مسئله را به صورت زیر می‌توان معرفی کرد.

n: تعداد گره‌های تقاضا یا مشتریان

a_i: جمعیت مشتریان واقع در منطقه i

z_i : نرخ مراجعه مشتریان منطقه i جهت دریافت خدمت از خدمت دهنده مربوطه (در این مقاله این پارامتر به صورت نسبت ثابتی از جمعیت منطقه در نظر گرفته شده است)

d_{ij}: فاصله بین منطقه i و j $(i, j = 1,...,n)$

μ: نرخ خدمت‌دهی به مشتریان در هر خدمت دهنده

b: حداکثر تعداد افراد موجود در صف

φ: حداقل احتمالی که تعداد افراد موجود در صف حداکثر معادل b باشد.

p : تعداد تجهیزات (خدمت دهنده) جدید قابل استقرار در محل مشتریان

همچنین دو متغیر تصمیم مدل y_j و x_{ij} می‌باشند که به صورت صفر و یک تعریف می‌شوند. متغیر اول زمانی یک است که یک خدمت دهنده در منطقه j قرار گیرد و متغیر دوم زمانی مقدار یک به خود می‌گیرد که مشتریان واقع در منطقه i به خدمت دهنده واقع در منطقه j تخصیص یابند.

مدل ریاضی مسئله

با توجه به نکات بیان شده در بخش اول در خصوص ویژگیهای مدل مسئله، مدل

دو هدفه مربوطه را می‌توان به صورت زیر ارائه نمود.

$$Max\, Z_1 = \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n} a_i x_{ij} \qquad (1)$$

$$Min\, Z_2 = \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n} d_{ij} x_{ij} \qquad (2)$$

Subject to:

$$x_{ij} \le y_j \qquad \forall i, j = 1,...,n \qquad (3)$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \le 1 \qquad \forall i = 1,...,n \qquad (4)$$

$$\sum_{j=1}^{n} y_j = p \qquad (5)$$

$$\sum_{i=1}^{n} z_i x_{ij} \le \mu.^{b+2}\sqrt{1-\varphi} \qquad (6)$$

$$y_j, x_{ij} \in \{0,1\} \qquad \forall i, j = 1,...,n \qquad (7)$$

تابع هدف اول، رابطه (۱)، کل جمعیت پوشش داده شده را حداکثر می‌کند. تابع هدف دوم، رابطه (۲)، مجموع فواصل حمل و نقل از محل‌های تقاضا تا خدمت دهنده‌های اختصاص یافته به آنها را حداقل می‌کند. محدودیت (۳) نشان دهنده این است که صرفاً زمانی یک محل تقاضای i به یک تجهیز در محل j اختصاص می‌یابد که در آن محل واقعاً یک تجهیز قرار گرفته باشد. محدودیت (۴) تضمین می‌کند که هر محل تقاضا حداکثر به یک تجهیز تخصیص داده شود. محدودیت (۵) مربوط به محدودیت منابع یا همان تعداد تجهیزات در دسترس جهت استقرار است. محدودیت (۶) نیز مربوط به صف تشکیل شده در مقابل هر تجهیز بوده و تضمین می‌کند که با احتمال حداقل φ هر تجهیز یا خدمت دهنده بیشتر از b نفر در صف نداشته باشد [۱]. محدودیت (۷) نیز مربوط به صفر و یک بودن متغیرهای مدل است. در رابطه با محدودیت (۶) ذکر این نکته ضروری است که فرض شده تقاضای مشتریان مناطق از توزیع پوآسون برخوردار است. با توجه به اینکه نرخ مراجعه مشتریان منطقه i معادل z_i فرض گردیده است، لذا مراجعه مشتریان به هر خدمت

دهنده j بر اساس یک فرایند پوآسون با نرخ $\sum_{i=1}^{n} z_i x_{ij}$ صورت می‌گیرد.

مدل فوق یک مدل خطی با متغیرهای عدد صحیح است و حل آن خصوصاً در ابعاد بزرگ بسیار زمان‌بر خواهد بود. همچنین ساده شده آن که مسئله MCLP است یک مسئله NP-Complete می‌باشد [۲].

حل پیشنهادی برای مسئله

الگوریتم ژنتیک روشی مناسب برای بهینه‌سازی می‌باشد که در سالهای اخیر در مسائل زیادی به کار گرفته شده است. ایده اساسی این الگوریتم انتقال خصوصیات موروثی توسط ژن‌ها است. الگوریتم ژنتیک به طور جدی توسط گلدبرگ [۷] مطرح گردید. لورنا و فرتادو [۹] از یک الگوریتم ژنتیک ساختاری برای مسئله خوشه‌بندی استفاده نمودند. دیبل و دنشام [۴] از الگوریتم ژنتیک برای مسائل جانمایی چند معیاره استفاده کردند. ارکات و همکاران [۵] یک GA کارا برای مسائل p- میانه توسعه دادند و ثابت کردند این الگوریتم نسبت به نسخ قبلی از کارایی بیشتری برخوردار است. صالحی و گامال [۱۲] پارامترهای الگوریتم ژنتیک قبلی را بار دیگر توسعه دادند. آنها برای هر کدام از مراحل الگوریتم، ایده‌های جدیدی مطرح و جوابهای خود را با نسخه‌های قبلی الگوریتم مقایسه کرده و به جوابهای بهتری رسیدند. الگوریتم ژنتیک به جای کار بر روی پارامترها یا متغیرهای مسئله با شکل کد شده آنها به طور مناسب کار می‌کند. در مدل پیشنهادی این مقاله با توجه به صفر و یک بودن متغیرهای مسئله از روش کددهی باینری استفاده شده است.

رشته یا دنباله‌ای از بیت‌ها که به عنوان شکل کد شده یک جواب ممکن (مناسب یا نا مناسب) از مسئله مورد نظر باشد را کروموزوم می‌گویند. در حقیقت بیتهای یک کروموزوم، نقش ژن‌ها را در طبیعت بازی می‌کنند. هر بیت، متغیری گسسته است که از یک مجموعه Q عضوی انتخاب می‌شود. چنانچه از کدگذاری دودویی استفاده شود، هر بیت یکی از دو مقدار ۰ یا ۱ را می‌پذیرد.

مجموعه‌ای از کروموزومها را یک جمعیت می‌گویند. یکی از ویژگیهای

الگوریتم ژنتیک این است که به جای تمرکز بر روی یک نقطه از فضای جستجو یا یک کروموزوم، بر روی جمعیتی از کروموزومها کار می‌کند. هر جمعیت، معرف تعداد کروموزومهای موجود در جمعیت یا یک نسل است. باید توجه نمود که با بزرگ شدن اندازه جمعیت تعداد ارزیابیهای تابع برازندگی یا صلاحیت (که عموماً همان تابع هدف مسئله است) و در نتیجه هزینه و زمان محاسبات افزایش می‌یابد. بر اساس تحقیقات انجام شده، جمعیتهای با اندازه مناسب حدود ۲۰ تا ۳۰ کروموزوم دارند. بعضی تحقیقات نیز نشان می‌دهد که اندازه جمعیت باید بر اساس نوع مسئله و کد گذاری آن تعریف شود و افزایش بیشتر آن بی فایده خواهد بود و هرگز به حل سریعتر مسئله کمک نمی‌کند.

تابع صلاحیت از تبدیل مناسب تابع هدف به دست می‌آید و کیفیت هر رشته را با استفاده از یک مقدار عددی ارزیابی می‌کند. هر چه کیفیت رشته بهتر باشد، میزان صلاحیت آن بیشتر خواهد بود و رشته‌های با صلاحیت بالاتر، احتمال بیشتری برای انتخاب شدن به عنوان پدر و مادر برای نسل بعدی خواهند داشت.

عملگرهای اصلی الگوریتم که منجر به تغییر و بهبود کروموزومها و یا حفظ کروموزومهای موجود مناسب می‌شوند، شامل انتخاب (تکثیر)، تقاطع و جهش می‌باشند.

عملگر انتخاب بر اساس انتخاب داروین عمل می‌کند. بدین صورت که اعضای با صلاحیت بالا در مقایسه با اعضای کم صلاحیت از شانس بیشتری برای بقا برخوردار هستند. از اینرو رشته‌ها مطابق میزان صلاحیت به عنوان والدین به منظور تولید مثل و به وجود آوردن نسل جدید، انتخاب و تکثیر می‌شوند. بر این اساس، بهترین اعضای جمعیت تعداد بیشتری تولید مثل می‌کنند، عضوهای متوسط در جمعیت باقی می‌مانند و اعضای بدتر از بین می‌روند. عملگر انتخاب با روشهای گوناگونی انجام می‌پذیرد. در این تحقیق از روش چرخ رولت استفاده می‌شود.

عملگر تقاطع بر روی یک جفت از کروموزومها عمل کرده و می‌تواند به صورت تک نقطه‌ای و یکنواخت باشد. عملگر تقاطعی تک نقطه‌ای، دو کروموزوم را به طور تصادفی از یک نقطه شکسته و بخشهای شکسته دو کروموزوم را جابجا

می‌کند که توسط دیویس ارایه شده است. بدین ترتیب دو کروموزوم جدید به دست می‌آید. به کروموزومهای اولیه، کروموزومهای "والد" و به کروموزومهای حاصل شده، کروموزوم "فرزند" می‌گویند. در این مقاله از همین روش برای تقاطع استفاده شده است. این عملگر با احتمال مشخصی بر روی کروموزومهای والد عمل می‌کند. عملگر جهش روی هر یک از کروموزومهای حاصل از عملگر تقاطعی عمل می‌کند. بدین ترتیب که به ازای هر بیت از کروموزوم، یک عدد تصادفی تولید می‌شود. اگر مقدار این عدد تصادفی از مقدار P_M (احتمال انجام جهش) کمتر باشد، در آن بیت عمل جهش انجام می‌شود و در غیر این صورت، در آن بیت عمل جهش انجام نمی‌گیرد. عملگر جهش منجر به تغییر در بیتهای موجود برخی کروموزومهای جمعیت می‌شود. در حالت جهش ساده در هر بیت با تولید عدد تصادفی ۰ یا ۱ و جایگزینی آن به جای بیت مورد نظر، جهش انجام می‌گیرد. در این مقاله نیز از همین روش جهش ساده استفاده شده است. این عملگر نیز با احتمال مشخصی روی بیتها یا همان ژنها صورت می‌گیرد.

همانند الگوریتمهای بهینه‌سازی دیگر در الگوریتم ژنتیک نیز برای توقف الگوریتم از شرط توقف و به عبارت دیگر از معیار همگرایی استفاده می‌گردد. معیار همگرایی تاثیر زیادی بر کارایی و قابلیت اعتماد فرایند بهینه‌سازی دارد. یکی از ساده‌ترین روشهای توقف، انجام الگوریتم تا تعداد تکرار مشخصی می‌باشد که در این مقاله نیز از همین روش استفاده شده است.

مثالهای عددی و مقایسه

قبل از طراحی و ارائه تعدادی مثال عددی به منظور ارزیابی و حل مدل پیشنهادی، ذکر این نکته ضروری است که در مدل دو هدفه فوق از طریق روش وزن‌دهی (وزنهای داده شده مساوی فرض شده‌اند)، دو تابع هدف (۱) و (۲) مطابق رابطه (۸) به یک تابع تبدیل شده‌اند. در هر صورت می‌توان در حلهای بعدی با تغییر وزنهای داده شده نتایج حاصل را مورد بررسی و تحلیل قرار داد. در طراحی مثالهای عددی مقادیر جمعیت مناطق و فواصل مناطق با یکدیگر از بازه (۱۰۰۰ و ۰) انتخاب

شده‌اند تا به نوعی دو تابع هدف معادله (۸) با یکدیگر قابل جمع باشند.

$$Max\, Z_3 = w_1.\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n} a_i x_{ij} + w_2.(-\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n} d_{ij} x_{ij}) \qquad (8)$$

در این قسمت به منظور ارزیابی و حل مدل پیشنهادی ۲۴ مثال عددی طراحی شده است که پارامترهای مربوطه به صورت زیر انتخاب شده‌اند.

تعداد گره‌های تقاضا ۳۰ و ۴۵= n، نرخ خدمت‌دهی به مشتریان در هر خدمت دهنده $\mu = 3$ و نرخ مراجعه مشتریان از هر منطقه به مرکز خدمت‌دهی مربوطه معادل ۰,۰۰۱ جمعیت آن منطقه فرض شده است، یعنی ($z_i = 0.001 a_i$).

جمعیت مناطق ۳۰ گانه یعنی a_i مقادیری تصادفی در بازه (۱۰۰۰ و ۰) در نظر گرفته شده و مطابق ماتریس زیر می‌باشد:

$$a_i = \begin{bmatrix} 610 & 989 & 848 & 888 & 822 & 379 & 344 & 606 & 815 & 156 & 312 & 556 & 539 & 935 & 289 \\ 323 & 347 & 392 & 343 & 947 & 210 & 849 & 805 & 722 & 253 & 886 & 355 & 107 & 499 & 161 \end{bmatrix}$$

در رابطه با ۴۵= n نیز ماتریس بالا به علاوه ۱۵ مقدار تصادفی دیگر در بازه مربوطه در نظر گرفته شده است.

همچنین فاصله مناطق تقاضا با یکدیگر به صورت تصادفی از بازه (۱۰۰۰ و ۰) انتخاب گردیده‌اند که به دلیل بزرگ بودن ماتریسهای مربوطه (۳۰×۳۰ و ۴۵×۴۵) از ارائه آن خودداری می‌شود.

سایر پارامترها یعنی تعداد تجهیزات قابل استقرار p، حداکثر افراد در صف b و همچنین حداقل احتمالی که تعداد افراد موجود در صف حداکثر معادل b باشد، φ در هر مثال عددی مطابق جدول ۱ و ۲ برای ۳۰= n و ۴۵= n در نظر گرفته شده‌اند.

هر یک از این مسائل عددی توسط الگوریتم ژنتیک حل گردیده است. در خصوص الگوریتم ژنتیک پیشنهادی، مقدار بهینه پارامترهای الگوریتم برای هر مثال عددی در جداول ۱ و ۲ ارائه شده است. لازم به ذکر است که نرخ تقاطع در بازه (۰,۶ و ۰,۴)، نرخ جهش در بازه (۰,۰۵ و ۰,۰۱) و جمعیت اولیه در بازه (۵۰۰ و ۱۰۰) در نظر گرفته شده است. هر مثال عددی بر حسب مقادیر مختلف پارامترها به تعداد ۲ به

توان ۳ یعنی ۸ بار اجرا و بهترین جواب برای آن در نظر گرفته شده است و طبعاً مقدار بهینه پارامترها برای هر جواب، مربوط به جواب بهتر می‌باشد. تعداد تکرارهای لازم تا توقف الگوریتم معادل ۱۰۰ تکرار در نظر گرفته شده است. همچنین مسئله با نرم افزار CPLEX حل و جوابها با یکدیگر مقایسه شده‌اند.

جدول ۱. نتایج مثالهای عددی با ۳۰ گره تقاضا ۳۰=n (مقادیر بهینه پارامترهای الگوریتم، جوابها و زمان اجرا)

ردیف	p	b	φ	نرخ تقاطع	نرخ جهش	جمعیت اولیه	GA	زمان حل ثانیه	CPLEX	زمان حل ثانیه	خطای نسبی (٪)
۱	۲	۰	۰.۸۵	۰.۶	۰.۰۵	۵۰۰	۱۶۴۰	۳۹.۷	۱۰۹۵	۰.۴۵	٪ ۵۰
۲	۳	۰	۰.۸۵	۰.۴	۰.۰۱	۵۰۰	۱۷۲۴	۳۳.۲	۱۶۳۶	۰.۴۳	٪ ۵
۳	۲	۱	۰.۸۵	۰.۴	۰.۰۵	۵۰۰	۱۷۵۵	۳۷.۸	۱۴۹۰	۰.۶۷	٪ ۱۸
۴	۳	۱	۰.۸۵	۰.۴	۰.۰۵	۵۰۰	۱۸۱۸	۴۸.۳	۲۲۲۲	۰.۸۴	٪ -۱۸
۵	۲	۲	۰.۸۵	۰.۴	۰.۰۵	۵۰۰	۱۹۲۳	۳۸.۶	۱۷۴۴	۰.۵۶	٪ ۱۰
۶	۳	۲	۰.۸۵	۰.۴	۰.۰۵	۱۰۰	۱۷۵۸	۱۱.۱	۲۶۰۵	۱.۰۴	٪ -۳۲
۷	۵	۰	۰.۹۵	۰.۶	۰.۰۵	۵۰۰	۱۶۹۴	۴۹.۸	۱۴۶۰	۰.۱۲	٪ ۱۶
۸	۶	۰	۰.۹۵	۰.۶	۰.۰۵	۵۰۰	۱۷۸۵	۴۸.۶	۱۷۲۲	۰.۱۲	٪ ۴
۹	۳	۱	۰.۹۵	۰.۴	۰.۰۵	۵۰۰	۱۶۴۰	۴۹.۲	۱۵۶۶	۰.۳۸	٪ ۵
۱۰	۴	۱	۰.۹۵	۰.۶	۰.۰۵	۵۰۰	۱۷۵۵	۵۲.۴	۲۰۶۵	۰.۴۸	٪ -۱۵
۱۱	۲	۲	۰.۹۵	۰.۴	۰.۰۱	۵۰۰	۱۷۲۵	۳۱.۹	۱۳۳۱	۰.۶۵	٪ ۳۰
۱۲	۳	۲	۰.۹۵	۰.۶	۰.۰۵	۵۰۰	۱۷۸۵	۴۶	۱۹۹۳	۰.۵۹	٪ -۱۰
میانگین							۱۷۵۰	۴۰.۵	۱۷۴۴	۰.۵۳	٪ ۵

جدول ۲. نتایج مثالهای عددی با ٤٥ گره تقاضا n=٤٥ (مقادیر بهینه پارامترهای الگوریتم، جوابها و زمان اجرا)

ردیف	p	b	φ	نرخ تقاطع	نرخ جهش	جمعیت اولیه	GA	زمان حل ثانیه	CPLEX	زمان حل ثانیه	خطای نسبی (٪)
۱	۲	۰	۰,۸۵	۰,٤	۰,۰۱	۵۰۰	۲۹٤۱	۵۲,۲	۲٤۰۹	۳,۲۷	٪ ۲۲
۲	۳	۰	۰,۸۵	۰,٦	۰,۰۵	۵۰۰	۳۲۲٦	٦۰,٤	۲۹۵۹	۳,۵۹	٪ ۹
۳	۲	۱	۰,۸۵	۰,٤	۰,۰۵	۵۰۰	۳۳۳۳	۵۳,۸	۲٦۷٦	۳,۱۸	٪ ۲۵
٤	۳	۱	۰,۸۵	۰,٤	۰,۰۱	۵۰۰	٤۲۵٦	۵۱,٤	۳٤۲۹	٤,۲۲	٪ ۲٤
۵	۲	۲	۰,۸۵	۰,٤	۰,۰۵	۵۰۰	۳٤٤۸	۵۵,۲	۳۰۲٤	۲,۹٦	٪ ۱٤
٦	۳	۲	۰,۸۵	۰,٤	۰,۰۵	۵۰۰	۳۹۰٦	٦۲,۳	۳۹۳۹	۳,٤۲	٪ -۱
۷	۵	۰	۰,۹۵	۰,٤	۰,۰۱	۵۰۰	۲٦۳۱	۵۰,٦	۲٦۸۹	۰,۸۵	٪ -۲
۸	٦	۰	۰,۹۵	۰,٤	۰,۰۱	۵۰۰	۳۳۲۲	۵۰,۷	۲۹۷۲	۰,۲۸	٪ ۱۲
۹	۳	۱	۰,۹۵	۰,٤	۰,۰۵	۵۰۰	۳٤٤۸	٦۳,۲	۲۸۸۹	۳,٤۱	٪ ۱۹
۱۰	٤	۱	۰,۹۵	۰,٦	۰,۰۵	۵۰۰	٤۳۲۲	۷۱,۵	۳٤۱۲	۲,۸۳	٪ ۲۷
۱۱	۲	۲	۰,۹۵	۰,٦	۰,۰۱	۵۰۰	۳۸۲۱	٤۹,۲	۲۵۲٦	۲,٦٦	٪ ۵۱
۱۲	۳	۲	۰,۹۵	۰,٤	۰,۰۱	۵۰۰	۳۷۲٤	۵۰,۹	۳۱۸۹	٤,۲۲	٪ ۱۷
میانگین							۳۷۷۳	۵۰,۱	۲۸۵۸	۳,٤٤	٪ ۱۸

با توجه به نتایج به دست آمده در حالت n=۳۰ میانگین خطای نسبی معادل ۵٪ می‌باشد. همچنین در حالت n=۴۵ میانگین خطای نسبی معادل ۱۸٪ است. از نظر زمان اجرا CPLEX بهتر عمل می‌کند. لیکن همانطور که از مقایسه جداول ۱ و ۲ قابل مشاهده است، اختلاف نسبی زمان حل با افزایش تعداد گره‌ها رو به کاهش است و انتظار می‌رود در مسائل با ابعاد بزرگتر، این کاهش بیشتر نیز باشد. در هر حال حتی نزدیکی جواب الگوریتم ژنتیک به حل کننده CPLEX نیز می‌تواند به خودی خود نشان دهنده عملکرد قابل توجیه الگوریتم پیشنهادی باشد.

نتیجه گیری و تحقیقات آتی

مسئله مکان‌یابی حداکثر پوشش با دو هدف حداکثر نمودن پوشش جمعیتی مشتریان و همچنین حداقل نمودن فواصل مشتریان تا خدمت دهندگان و محدودیت طول صف برای مشتریان در محل هر خدمت دهنده توسط الگوریتم ژنتیک و نرم

افزار CPLEX حل گردید. به منظور ارزیابی عملکرد الگوریتم ژنتیک توسعه داده شده تعدادی مثال عددی طراحی گردید. نتایج حاصل نشان دهنده عملکرد مطلوب الگوریتم توسعه داده شده می‌باشد. بر اساس تحقیق انجام شده دو نوآوری مهم مقاله را می‌توان توسعه مدلی جدید برای مسئله مکان‌یابی حداکثر پوشش همراه با محدودیت صف و همچنین توسعه الگوریتم ژنتیک به منظور حل آن بر شمرد. این تحقیق در ادامه تحقیق انجام شده توسط کورآ و لورنا [۳] می‌باشد. به منظور انجام تحقیقات آتی در این زمینه موارد زیر پیشنهاد می‌شود:

۱ـ استفاده از سایر الگوریتمهای متاهیوریستیک و مقایسه آن با الگوریتم فعلی

۲ـ توسعه الگوریتمهای ابتکاری یا هیبریدی به منظور حل

۳ـ توسعه مدل با فازی در نظر گرفتن برخی محدودیتها و یا پارامترها

۴ـ اضافه نمودن هدفهای جدیدتر به مسئله

۵ـ استفاده از الگوریتمهای ژنتیک چندهدفه برای حل و تولید مجموعه‌های پارتویی از جوابهای مربوطه

منابع و مآخذ

[۱] مدرس یزدی، محمد، **نظریه صف**، مرکز نشر دانشگاهی تهران، چاپ اول، ۱۳۷۰.

[2] Church, R.L., C. ReVelle, 1974. Maximal covering location problem. *Papers of the Regional Science Association*, 32, 101-118.

[3] Correa, F.A., L.A.N. Lorena, 2006. Using Genetic Algorithm for Solving the Probabilistic Maximal Covering Location-Allocation Problem. *Workshop on Computational Intelligence/SBRN.*

[4] Dibble, C., P. J. Densham, 1993. Generating interesting alternatives in GIS and SDSS using genetic algorithm, *GIS/LIS.*

[5] Erkut E., B.Bozkaya and J. Zhang, 2002. An efficient genetic algorithm for the P-median problem in: Drezner, z. , Hamacher, H. ,W. *Facility location :Application and theory*, Springer, Heidelberg, 179-205.

[6] Galv?o, R.D., 2004. Uncapacitated facility location problems: contributions. *Pesquisa Operacional*, 24, 7-38.

[7] Goldberg, D.E. 1989. *Genetic algorithms in search, optimization and machine learning.* Addison-Wesley, Reading, MA.

[8] Hale, T.S., C.R. Moberg, 2003. Location science review. *Annals of Operations Research*, 123, 21-35.

[9] Lorena, L.A.N., J.C. Furtado, 2001. Constructive genetic algorithm for clustering problems. *Evolutionary Computation*, 9(3), 309-327.

[10] Marianov, V., D. Serra. 1998. Probabilistic maximal covering location-allocation models for congested systems. *Journal of Regional Science*, 38(3), 401- 424.

[11] Marianov, V., D. Serra. 2001. Hierarchical location allocation models for congested systems. *European Journal of Operational Research*, 135, 195-208.

[12] Salhi, S., M.D.H. Gamal, 2003. A Genetic Algorithm Based Approch for the Uncapacitated Continuous Location_Allocation problem. *Annals of Operations Research*, 123, 203-222.

[13] Serra, D., V. Marianov, 2004. New trends in public facility location modeling. Universitat Pompeu Fabra, *Economics and Business Working Paper* 755.

[14] Shavandi, H., H. Mahlooji. 2006. A fuzzy queuing location model with a genetic algorithm for congested systems. *Applied Mathematics and Computation*, 181, 440-456.