فصلنامه علمی – پژوهشی مطالعات مدیریت صنعتی – سال دوازدهم، شماره ۳۳ تابستان ۹۳
صفحات ۱۵۰ - ۱۲۵

توسعه مدل‌های کنترل موجودی (r,Q) و(R,T)

مقصود امیری* - محمد امین نایبی** - اویس زرابادی پور***

(تاریخ دریافت: : ۸۸/۷/۱۳- تاریخ پذیرش: ۹۰/۷/۱۸)

چکیده

در این مقاله مدل‌های سنتی کنترل موجودی (r,Q) و(R,T) به صورت یک مدل چندکالایی با دو هدف کمینه‌سازی هزینه‌ها و سطح خطر و تحت محدودیت‌های بودجه دردسترس، حداقل سطح عملکرد، فضای انبار و تعداد کمبود مجاز توسعه یافته‌اند. تابع توزیع تقاضا نرمال بوده و تقاضا با پس‌افت تأمین می‌گردد. ابتدا مدل قطعی و سپس مدل احتمالی- فازی با پارامترهای بودجه فازی، تعداد کمبود مجاز فازی، و فضای انبار که پارامتری احتمالی –فازی با تابع توزیع نرمال است توسعه می‌یابد. تمام اعداد فازی و از نوع مثلثی[1] هستند. در متدولوژی حل با استفاده از روش نافازی‌سازی محدودیت‌های فازی و روش برنامه‌ریزی محدودیت‌های احتمالی فازی[2]، مدل به یک مسئله قطعی چندهدفه تبدیل شده و سپس از طریق روش فازی حل می‌گردد. در پایان یک مثال عددی جهت توصیف مدل و روش حل آمده که با نرم‌افزار لینگو۸[3] حل شده‌است.

کلمات کلیدی: سیستم‌های سفارش (r,Q) و (R,T)، اعداد فازی[4]، محدودیت‌های فازی[5]، برنامه‌ریزی چندهدفه[6]، برنامه‌ریزی محدودیت‌های احتمالی فازی.

---

* دانشیار گروه مدیریت صنعتی دانشگاه علامه طباطبایی

** دانشگاه آزاد اسلامی، واحد نراق، باشگاه پژوهشگران جوان و نخبگان، نراق، ایران

Amin.Nayebi@gmail.com

*** دانشگاه آزاد اسلامی، واحد قزوین، گروه مدیریت صنعتی، قزوین، ایران

1- Triangular
2- Fuzzy Chance Constrained Programming
3- LINGO.8
4- Fuzzy numbers
5- Fuzzy Constraints
6- Multi Objective Programming

مقدمه

دنیای امروز به سرعت درحال دگرگونی است و این دگرگونی در تمامی بخش‌ها از جمله سازمان‌ها نیز وجود دارد که یکی از مباحث مهم در سازمان‌های تولیدی تصمیمات مرتبط با مدیریت موجودی است که تأثیر بسزایی در فعالیت‌های سازمان دارد. در این بین مدل‌های موجودی از جایگاه ویژه‌ای در این تصمیمات برخوردارند. پس از اینکه هریس مدل EOQ را مطرح نمود تغییرات و پیچیدگی‌های زیادی موجب عدم‌کارایی و لزوم توسعه این مدل‌ها شده‌است (*Manas & Maiti, 2005*). پیچیدگی در مدل‌سازی یک موقعیت واقعی در حوزه کنترل موجودی به علت وجود برخی اطلاعات که قابل تشخیص و شناسایی نیستند افزایش یافته‌است به این مفهوم که مدل‌های سنتی به‌تنهایی قادر به اعمال دقت و قطعیت منطق ریاضی کلاسیک نیستند. درواقع هنگام مدل‌سازی یک موقعیت واقعی، زمانی که نادقیقی [1] و عدم‌قطعیت [2] به دلیل ساخت مدل نادیده‌انگاشته می‌شود، مدل حاصل از واقعیت دور خواهد بود (*Das & et al., 2004*). دو موضوع موردمطالعه در ادبیات موجودی مدل‌های (r,Q) و (R,T) می‌باشند. این دو مدل از ابتدای تئوری موجودی در مکاتب آموزشی و کاربردی شناخته شده‌است و روش‌های محاسباتی متعددی در کتاب‌های درسی و مقالات پژوهشی برای تعیین پارامترهای میزان سفارش و نقطه سفارش مجدد منظورشده‌است(*Das & et al., 2004*). در مدل (r,Q) با توجه به تقاضای احتمالی، هرگاه موجودی به سطح «r» یا کمتر از آن برسد به مقدار ثابت «Q»سفارش داده می‌شود و در مدل (R,T) در هر دوره که موجودی بررسی می‌شود به اندازه فاصله آن تا میزان ثابت R سفارش داده می‌شود (*Tersine, 1994*). بهینه‌سازی یک سیستم موجودی دست‌یابی به سطحی از r و Q است که متوسط هزینه هر دوره را کمینه نماید [۳۱]. اما در دنیای واقعی تصمیم‌گیرنده علاوه بر کاهش هزینه با اهداف دیگری نیز روبروست و در این فرایند تصمیم‌گیری با محدودیت‌های مختلفی مواجه است. از طرف دیگر با ظهور مجموعه‌های فازی استفاده از این منطق در دست‌یابی به یک تصمیم بهینه در مدیریت موجودی بیشتر احساس می‌شود. در ادامه برخی از تحقیقات انجام‌شده در این زمینه به‌طور خلاصه آورده می‌شود. پس از ارائه مدل کلاسیک EOQ توسط هریس تحقیقات

1- Impression
2- Uncertainly

زیادی بر روی این مدل انجام شده‌است که این نتایج در کتاب‌های مرجع و مقالات پژوهشی همچون (*Clark, 1972; Hadely & Whitin ,1963; Naddor, 1986; Raymond 1931*) دردسترس هستند. مطالعاتی چون (*Balkhi & Benkherof ,1998; Bhunia & Maiti, 1997; Goswami & Chaudhuri, 1991; Das & et al., 2004*) مدل‌های موجودی را با نرخ جای‌گذاری[1] متغیر توسعه دادند. مطالعات دیگر همانند (*Cheng, 1989; Cheng ,1991*) به توسعه مدل‌های موجودی درحالی‌که تقاضا و هزینه تولید به یکدیگر وابسته هستند پرداخته و آن را توسط برنامه‌ریزی هندسی حل نمودند. مدل‌های موجودی با محدودیت‌هایی چون فضای انبار، تعداد سفارشات و... در کتاب‌های معروفی همچون (*Hadely & Whitin ,1963; Churchman & et al., 1957; Naddor, 1986; Tersine, 1994*) ارائه شده‌است. (*Ben-daya & Raouf, 1993*) یک مدل موجودی چندکالایی را با تقاضای احتمالی مورد بحث قرارداده و در مطالعه و ابوالعطا و کاتب (*Abou-El-At & Kotb, 1997*) یک مدل موجودی قطعی با دو محدودیت توسعه یافته‌است. مجموعه‌های فازی برای اولین‌بار در سال ۱۹۶۵ بیان شد و زیمرمن این تئوری را برای حل مسائل تصمیم‌گیری به‌کار برد (*Zimmerman, 1996*). نمونه‌هایی از کاربرد مجموعه‌های فازی در کنترل موجودی در مطالعاتی نظیر(سرفراز، ۱۳۸۴؛ *Sarfaraz & et al., 2006*؛ *Yadvalli& et al., 2005*) آمده‌است. در سال ۲۰۰۴ مقاله‌ای با عنوان «مدل‌های کنترل موجودی احتمالی چندکالایی و احتمالی فازی با دومحدودیت» منتشر شد که دو محدودیت بودجه‌ای و فضای انبار به صورت فازی بوده و تنها یک هدف کمینه‌سازی در مورد مجموع هزینه‌ها درنظر گرفته شده‌بود. در این پژوهش مدل‌ها به‌عنوان مسائل احتمالی و غیرخطی مدل شده و برای حل روش محدودیت‌های احتمالی[2] و تکنیک گرادیان[3] به‌کار گرفته شده‌بود(*Das & et al., 2004*). در (*Yauhua, 2005*) دو رویه برای تعیین مقدار بهینه دو پارامتر Q و r در زمانی که هزینه نگهداری غیرشبه محدب بودند ارائه شده‌است. شکل جدیدی از خط‌مشی پس‌افت جزئی با حدود کنترلی پس‌افت دو قسمتی در

1- Replenishment
2- Chance Constrained Programming
3- Gradient Technique

(*Chu & et al., 1999*) ارائـه شـده اسـت. در مطالعـه (*Manas & Maiti, 2005*) یـک مـدل موجودی فازی با دو انبار تحت محدودیت‌های احتمالی ارائه و توسـط روش برنامـه‌ریـزی آرمـانی و الگوریتم ژنتیک حل شـده‌اسـت. یـک مـدل موجـودی احتمـالی در (*Ouyang & et al., 2003*) مورد بحث و بررسی قرار گرفته و در آن سعی شده‌است مفهوم مجموعه فازی مرتبط بـا عـدم‌قطعیـت با تقاضای پس‌افت یا فروش از دست‌رفته نشان داده‌شود. در (*Hariga, 1999*) یک مـدل احتمـالی کنترل موجودی مرور دائمی (r,Q) ارائه‌شده و یک روش تعاملی برای تعیـین مقـدار بهینـه اقتصـادی سفارش توسعه داده شده‌است. یک سیستم مرور دوره‌ای با تقاضای احتمـالی و هزینـه‌هـای متغیـر در پژوهش (*Eynan & Kropp, 2006*) آورده شده که از بسط سـری تیلـور بـرای تقریـب بخشـی از تابع هزینه‌ها استفاده شده‌است. نمونه‌های دیگری از توسعه مـدل‌هـای احتمـالی کنتـرل موجـودی در تحقیقـاتی همچـون (*Nielsen & Larsen, 2004*؛ *Ouayang & Chang, 2001*؛ *Wu, 2001*) آورده شده‌است. امروزه وجود یک محیط ترکیبی یا همراهی عدم دقـت و عـدم‌قطعیـت در یک مدل موجودی پدیده‌ای واقعی اسـت (*Das & et al., 2004*). بـه‌همـین منظـور در ایـن مقالـه مدل‌های کنترل موجودی (r,Q) و (R,T) بـا دو هـدف بهینـه‌سـازی هزینـه و سـطح خطـر بـه همـراه محدودیت‌های سطح عملکرد، میزان بودجه دردسترس، تعداد کمبود و یـک محـدودیت احتمـالی- فازی فضای انبار توسعه یافته‌است. هزینه‌هـای موجـودی وابسـته بـه مقـدار اسـت. کمبـود مجـاز و بـا پس‌افت تأمین‌شده و منجر به هزینه‌های کمبود می‌گـردد. میـزان بودجـه دردسـترس و تعـداد کمبـود مجاز فازی بوده و فضای انبـار نیـز یـک پـارامتر احتمـالی بـا میـانگین و انحـراف معیـار فـازی اسـت. محدودیت فضای انبار به‌صورت احتمالی ارضاءشده و حداقل احتمال مجـاز محـدودیت یـک عـدد فازی و تعریف شده‌است. تمامی پارامترهای تصادفی مستقل بوده و از توزیع نرمـال پیـروی مـی‌کننـد و تمامی اعداد فازی مثلثی‌انـد. در ایـن مقالـه مـدل‌هـای احتمـالی-فـازی توسـعه‌یافتـه ابتـدا از طریـق نافازی‌سازی بـه یـک مـدل قطعـی تبـدیل‌شـده و محـدودیت احتمـالی-فـازی فضـای انبـار توسـط برنامه‌ریزی محدودیت‌های احتمالی فازی به یک محدودیت قطعی تبـدیل یافتـه و مـدل حاصـله کـه یک مدل برنامه‌ریزی چندهدفه قطعی است از طریق تکنیـک منطـق فـازی حـل مـی‌گـردد. در انتهـا یک مثال عددی جهت توصیف مدل و روش حل آمده‌است که با نرم‌افزار لینگو۸ حـل شـده‌اسـت.

این مقاله به‌صورت زیر سازماندهی می‌شود: در بخش اول نمادها وعلائم بیان می‌شـود در بخـش دوم مدل و مفروضات آن ذکر مـی گـردد، در بخـش سـوم بـه توسـعه مـدل پرداختـه، در بخـش چهـارم متدلوژی حل مطرح خواهد گردید ودر بخش پنجم یک مثـال عـددی آورده مـی‌شـود و در بخـش نهایی نتیجه‌گیری وتحقیقات آتی بیان می گردد.

نمادها وعلائم

نمادها

n: تعداد کالاها، A: فضای دردسترس انبار، B: میزان بودجه در دسترس و ~: نماد فازی.

متغیرهای تصمیم و پارامترها

متغیرهای تصمیم و پارامترها برای کالای iام ($i=1,2,..,n$) به قرار زیر است:

h_i:هزینه نگهداری سالیانه هر واحد از کالای iام.	SS_i: موجودی اطمینان بهینه کالای iام.
μ_{Li}: میـانگین تقاضـای کـالای iام در طـی مـدت تحویل L.	r_i: نقطه سفارش کالای iام.
σ_{Li}: انحراف ازمیـانگین تقاضـای کـالای iام در طی مدت تحویل L..	$\bar{b}(r_i)$: متوسط کمبود کالای iام.
$\tilde{P}_A$: حداقل احتمال مجاز محدودیت انبار	T_i: طول دوره کالای iام.
D_i: متوسط تقاضای سالیانه کالای iام.	N_i: حداکثر کمبود مجاز کالای iام.
J_i: هزینه جمع آوری اطلاعات کالای iام.	a_i: فضای اشغالی توسط کالای iام.
I_{maxi}: بیشینه موجودی کالای iام.	$\bar{I}_i$: متوسط موجودی کالای iام.
$P(D_{Li} \le r_i)$: سطح عملکرد کالای iام.	π_i: هزینه کمبود سالیانه کالای iام.
$P(D_{Li} > r_i)$: سطح خطر کالای iام.	$C(r)$: تابع هزینه سیستم (r,Q).
P_{0i}: حداقل سطح عملکرد مجاز کالای iام.	$K(R,T)$: تابع هزینه سیستم (R,T).
A'_i: هزینه سفارش‌دهی کالای iام.	Q_i: مقدار سفارش کالای iام.
PC_i:هزینه خرید هر واحد کالای iام.	

مدل و مفروضات (*Tersine, 1994*)

دو مدل (r,Q) و (R,T) با توابع هزینه‌ای زیر مدنظر است:

تابع هزینه(r,Q) $= C(r) = h.ss + \pi.\frac{D}{Q}\bar{b}(r)$ (۱)

تابع هزینه(R,T) $= K(R,T) = \frac{1}{T}A' + \frac{1}{T}j + h\bar{I} + \frac{\pi}{T}\bar{b}(R)$ (۲)

و مفروضات موردنظر شامل موارد ذیل است:

۱.تقاضا تابعی نرمال با میانگین و انحراف از استاندارد مشخص می‌باشد.

$N \sim D^{(\mu_L,\sigma^2)}$ (۳)

۲. r و Q مستقل از یکدیگر هستند.

۳. تقاضای مازاد با پس‌افت[1] تأمین می‌گردد (و منجر به هزینه‌های کمبود می‌شود)

۴. برخی روابط سیستم‌های موجودی موردنظر در جدول شماره ۱ آمده‌است.

جدول شماره۱: روابط سیستم‌های موجودی (r,Q) و (R,T) (*Tersine, 1994*)

سیستم سفارش‌دهی (r,Q)	سیستم سفارش‌دهی (R,T)
در حالت نرمال $SS = K.\sigma_L$	درحالت نرمال$SS = K.\sigma_{L+T}$
در حالت نرمال $\bar{b}(R) = \sigma_L.G_U(K)$	در حالت نرمال$\bar{b}(R) = \sigma_{L+T}.G_U(K)$
$I_{\max i} = r_i - \mu_{Li} + Q_i$	$I_{\max i} = R_i - \mu_{(L+T)i}$
$\bar{I} = SS + \frac{Q}{2}$	$\bar{I} = SS + \frac{D\ T}{2}$

توسعه مدل

به‌دلیل شباهت دو سیستم و تمایز تنها در تابع هزینه ابتدا مدل (r,Q) توسعه‌یافته و سپس مدل (R,T) توسعه می‌یابد.

1- Backlogging

اهداف مدل: شامل دو هدف کمینه‌کردن هزینه و کمینه‌کردن سطح خطر است در مورد مدل(r,Q) هدف هزینه همان رابطه (۱) است که در حالت تقاضای پس‌افت و به‌صورت چندکالایی به‌صورت ذیل خواهد بود:

$$Z_1 : \sum_{i=1}^{n} h_i .SS_i + \frac{\pi_i .D_i}{Q_i} \bar{b}(r_i) \tag{۴}$$

جایی‌که:

$$SS_i = r_i - \mu_{Li} \tag{۵}$$

در مورد هدف دوم با درنظرگرفتن این مفهوم که در یک سیستم موجودی سطح خطر زمانی بیش از صفر است که تقاضای کالا فراتر از نقطه سفارش باشد، داریم:

$$Min : P(D_L > r) = P(\frac{D_L - \mu_l}{\sigma_L} > \frac{r - \mu_L}{\sigma_L}) \tag{۶}$$

محدودیت‌های مدل: مدل توسعه‌یافته دارای چهار محدودیت ذیل است:

۱,۲,۴.بودجه دردسترس برای ذخیره اطمینان ذخیره اطمینان تفاضل نقطه سفارش و میانگین تقاضا می‌باشد و نیز ارتباط مستقیم با نقطه سفارش دارد. این محدودیت شامل حداکثر بودجه‌ای است که جهت نگهداری ذخیره اطمینان موردنظر است و به‌صورت زیر نشان داده می‌شود:

$$\sum_{i=1}^{n} SS_i .PC_i \le B \tag{۷}$$

تعداد کمبود مجاز: در این محدودیت مدیریت براساس تجارب قبلی و نیز میزان عرضه هر نوع کالا و یا قدرت تأمین، به یک مقدار مشخصی از آن کالا رسیده‌است که کمبود نباید فراتر از آن رود. این رابطه با توجه به احتمالی بودن تقاضا براساس میانگین کمبود درنظرگرفته می‌شود که به‌صورت روبروست.

$$\bar{b_i} \le N_i \tag{۸}$$

فضای انبار: با توجه به اینکه فضای انبار در هر کارخانه بـا محـدودیت روبروسـت، در این محدودیت این فضا با نماد A نشان داده‌شده و براساس میزان فضای اشغال توسط هر کالا در حالت بیشینه موجودی به‌شکل زیر بیان می‌شود:

$$\sum_{i=1}^{n} a_i I_{\max_i} \leq A \tag{۹}$$

حداقل سطح عملکرد: سطح عملکرد یا خدمت، احتمالی است که میزان تقاضا بیشتر از نقطه سفارش نباشد و یا به‌عبارتی‌دیگر کمتر و مساوی آن باشد. برای این محدودیت یـک مقدار حداقل درنظرگرفته شده‌است که احتمال عملکرد باید بیشـتر از آن باشـد و بـه‌صـورت زیر است:

$$P(D_{Li} \leq r_i) \geq P_{0i} \tag{۱۰}$$

(۱۱)

$$\begin{aligned}
&Min: Z_1 : \sum_{i=1}^{n} h_i .SS_i + \frac{\pi_i .D_i}{Q_i} \bar{b}(r_i) \\
&Min: Z_2 : P_i(D_{Li} > r_i) \\
&Subject\ \ to: \\
&\sum_{i=1}^{n} SS_i .PC_i \leq B \\
&\bar{b_i} \leq N_i \\
&\sum_{i=1}^{n} a_i .I_{\max i} \leq A \\
&P(D_{Li} \leq r_i) \geq P_{0i}, \quad r_i \geq 0
\end{aligned}$$

با توجه به اهداف و محـدودیت‌هـای ذکـرشـده، ابتـدا مـدل قطعـی چنـدکـالایی (r,Q) به‌صورت روبرو خواهد بود. با توجه به مدل حاصل‌شده، نمی‌توان این مدل را به‌طور مسـتقیم استفاده نمود به‌طوری که با توجه به اینکه تابع تقاضا نرمال است می‌بایسـتی تغییراتـی در ایـن

مدل صورت پذیرد و روابطی دیگر برای تسهیل محاسبه جایگزین گردد به‌طوری‌که میـزان کمبود و نیز سطح خطر فرموله گردد. بدین منظور پیمودن دو گام زیر ضروری است:

گام۱

ازآنجاکه متوسط میزان کمبود حاصل‌ضرب انحراف معیار و انتگرال تابع چگالی نرمـال در بـــازه $[k,+\infty]$ اســـت: (۱۲) $\overline{b}(r)=\sigma.G_u(k)$ در جـــایی‌کـــه : (۱۳) $k=\dfrac{r-\mu}{\sigma}$ و انتگرال موردنظر برابر:

$$G_u(k)=\int_k^{+\infty}(u-k).\frac{1}{\sqrt{2\pi}}.\exp(\frac{-u^2}{2}).du \tag{۱۴}$$

می‌باشد. با توجه به اینکه $(u-k)=\dfrac{1}{\sigma}$ و درحالت نرمال $\sigma=1$ می‌باشـد، در نتیجـه $u=k+1$ و اگر $du=dk$ باشد در مورد انتگرال فوق خواهیم داشت:

$$G_u(k)=\int_k^{+\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}.\exp(\frac{-(k+1)^2}{2}).dk \tag{۱۵}$$

چون $G_u(k)$ انتگرال تابع چگالی نرمال در بازه $[k,+\infty]$ بوده و جزء توابعی اسـت کـه پادمشتق‌های‌شان فرمول ساده‌ای ندارنـد مـی‌تـوان بـا اسـتفاده از قواعـد تقریـب میـزان آن‌را به‌صورت تابعی از k به‌دست‌آورد. به‌طوری‌که در حد بالا به جای $(+\infty)$ از یک عدد بـزرگ فرضی با نام E استفاده می‌کنیم تا بتوان از روش‌های تقریب انتگرال‌های معین اسـتفاه نمـود. برای تقریب انتگرال $f(x)$ در بازه $[a,b]$ برابر: (۱۶) $\int_a^b f(x).dx$ است. بـا اسـتفاده از قاعـده سیمپسون (اشپیگل، ۱۳۶۷؛ توماس و فینی، ۱۳۷۸) داریم:

$$S=\frac{h}{3}(y_0+4y_1+2y_2+4y_3+....+2y_{n-2}+4y_{n-1}+y_n) \tag{۱۷}$$

درجایی‌که: (۱۸) $h=\dfrac{b-a}{n}$ و n تعداد بازه هاست که می‌بایست زوج باشد و h طول هر بازه است. در معادله فوق yها مقادیر $y=f(x)$ در در نقاط $[a, x_1=a+h, x_2=a+2h, \ldots, x_{n-1}=a+(n-1)h,\ b]$ هستند. بنابراین تقریب انتگرال موردنظر در بازه $[k,E]$ در حالت کلی به‌صورت زیرخواهد بود:

(۱۹)

$$\begin{aligned} S(r) = \frac{E-k}{3n}\Big(&\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp(-\frac{(k+1)^2}{2}) + 4(\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp(-\frac{(k+h+1)^2}{2})) \\ &+ 2(\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp(-\frac{(k+2h+1)^2}{2})) + \ldots + 2(\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp(-\frac{(k+(n-2)h+1)^2}{2})) \\ &+ 4(\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp(-\frac{(k+(n-1)h+1)^2}{2})) + \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp(-\frac{(E+1)^2}{2})\Big) \end{aligned}$$

درجایی‌که

$$k_i = \frac{r_i - \mu_{li}}{\sigma_{li}} \qquad (۲۰)$$

در نتیجه

$$GU(k) \cong S(r) \Rightarrow \bar{b}(r) = \sigma_L . S(r) \qquad (۲۱)$$

با توجه به اینکه با استفاده از الگوریتم مذکور با هر جفت (E,n) انتخابی نمی‌توان به تقریب مناسب و نزدیکی برای $G_u(k)$ دست یافت؛ لذا با توجه به جدول مقادیر $G_u(k)$ [۲۸] و تولید داده‌های متعدد با استفاده از نرم‌افزار مطلب[1] و به‌کارگیری نرم‌افزار آماری سس[2] به یک رابطه درجه دوم بین E و n (با $R^2=0.94$) دست یافتیم که که تقریب نسبتاً نزدیکی از مقدار $G_u(k)$ را حاصل می‌سازد:

$$E = 8.802453n - 0.1904682n^2 \qquad (۲۲)$$

گام ۲

1- MATLAB
2- SAS

در یک سیستم موجودی که تقاضا احتمالی است، سطح خطر احتمال مواقعی است که میزان تقاضا فراتر از نقطه سفارش باشد؛ بدین مفهوم که ما با کمبود مواجه هستیم به‌عبارت‌دیگر احتمال بروز کمبود در مورد هر کالاست. برای کمینه‌کردن سطح خطر داریم:

$$Min : P(D_L > r) = P(\frac{D_L - \mu_l}{\sigma_L} > \frac{r - \mu_L}{\sigma_L}) \qquad (۲۳)$$

با توجه به اینکه سطح خطر و سطح خدمت یک عدد احتمالی است و این دو مفهوم مکمل یکدیگرند و با یکدیگر رابطه معکوس دارند:

سطح خدمت = (سطح خطر) - ۱

و چون سطح خدمت مساحت زیر منحنی نرمال بوده و رابطه مستقیم با k دارد تابع هدف به‌صورت زیر تبدیل می‌گردد:

$$Max : k_i = \frac{r_i - \mu_{Li}}{\sigma_{Li}} \qquad (۲۴)$$

در نتیجه مدل قطعی (r,Q) با توجه به تغییرات اشاره شده و جایگزینی روابط مذکور به‌صورت زیر خواهد بود.

$$\begin{aligned}
&Min : Z_1 = \sum_{i=1}^{n} h_i (r_i - \mu_{Li}) + \frac{\pi_i . D_i}{Q_i} . \sigma_{Li} . S(r_i) \\
&Max : Z_2 = \sum_{i=1}^{n} k_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{r_i - \mu_{Li}}{\sigma_{Li}} \\
&Subject\ to : \\
&\sum_{i=1}^{n} (r_i - \mu_{Li}).PC_i \le B \qquad (۲۵) \\
&\sigma_{Li} . S(r_i) \le N_i \\
&a_i (r_i - \mu_{Li} + Q_i) \le A \\
&\frac{r_i - \mu_{Li}}{\sigma_{Li}} \ge Z_{P0i} \quad , \quad r_i \ge 0
\end{aligned}$$

مدل احتمالی – فازی

در این بخش برای توسعه مدل در فضای فازی و احتمالی میزان بودجه دردسترس و حداکثر کمبود مجاز به‌صورت یک عدد فازی مثلثی درنظرگرفته‌شده و به‌ترتیب با نمادهای $\tilde{B}$ و $\tilde{N}_i$ نشان داده می‌شود. فضای انبار یک پارامتر احتمالی نرمال با میانگین فازی $\tilde{m}_A$ و واریانس فازی $\tilde{\sigma}_A{}^2$ درنظرگرفته‌شده

$$\tilde{A} \sim N(\tilde{m}_A, \tilde{\sigma}_A{}^2) \qquad (۲۶)$$

و حداقل احتمال مجاز بر آن نیز یک عدد فازی با نماد $\tilde{P}_A$ می‌باشد. با توجه به مفروضات بالا مدل احتمالی- فازی (r,Q) به‌صورت زیر است:

$$\begin{aligned}
&Min: Z_1 = \sum_{i=1}^{n} h_i (r_i - \mu_{Li}) + \frac{\pi_i . D_i}{Q_i} . \sigma_{Li} . S(r_i) \\
&Max: Z_2 = \sum_{i=1}^{n} k_i = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{r_i - \mu_{Li}}{\sigma_{Li}}\right) \\
&St: \\
&\sum_{i=1}^{n} (r_i - \mu_{Li}).PC_i \le \tilde{B} \\
&\sigma_{Li} . S(r_i) \le \tilde{N}_i \\
&\tilde{P}(a_i . (r_i - \mu_{Li} + Q_i) \le \tilde{A} \approx N(\tilde{m}_A, \tilde{\sigma}_A{}^2)) \ge \tilde{P}_A \\
&\frac{r_i - \mu_{Li}}{\sigma_{Li}} \ge Z_{P0i} \quad , \quad r_i \ge 0
\end{aligned} \qquad (۲۷)$$

با توجه به مراحل فوق که در توسعه مدل (r,Q) به‌کار رفت در توسعه مدل (R,T) تمامی روابط برقرار است فقط r به R ، L به $L+T$ ، $\frac{D}{Q}$ به T، بیشینه موجودی براساس مدل مذکور و تابع هزینه تغییر خواهد یافت. با توجه به اینکه $S(R)$ تقریب متوسط کمبود در مدل موردنظر می‌باشد مدل قطعی (R,T) به‌صورت زیر است:

$$Min: Z_1: \sum_{i=1}^{n} K_i(R,T) = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{T_i}(A_i' + j_i) h_i . \bar{I}_i . \frac{\pi_i}{T_i} . \sigma_{(L+T)i} . S(R_i)$$

$$Max: Z_2 = \sum_{i=1}^{n} k_i = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{R_i - \mu_{(L+T)i}}{\sigma_{(L+T)i}}\right)$$

Subject to:

$$\sum_{i=1}^{n} (R_i - \mu_{(L+T)i}).PC_i \le B \qquad (۲۸)$$

$$\sigma_{li} . S(R_i) \le N_i$$

$$\sum_{i=1}^{n} a_i (R_i - \mu_{(L+T)i} + D_i T_i) \le A$$

$$\frac{R_i - \mu_{(L+T)i}}{\sigma_{(L+T)i}} \ge Z_{P0i} \quad , \quad R_i \ge 0$$

و مدل احتمالی فازی کنترل موجودی (R,T) به شکل زیر است:

$$Min: Z_1: \sum_{i=1}^{n} K_i(R,T) = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{T_i}(A_i' + j_i) h_i . \bar{I}_i . \frac{\pi_i}{T_i} . \sigma_{(L+T)i} . S(R_i)$$

$$Max: Z_2 = \sum_{i=1}^{n} k_i = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{R_i - \mu_{(L+T)i}}{\sigma_{(L+T)i}}\right)$$

Subject to:

$$\sum_{i=1}^{n} (R_i - \mu_{(L+T)i}).PC_i \le \tilde{B} \qquad (۲۹)$$

$$\sigma_{li} . S(R_i) \le \tilde{N}_i$$

$$\tilde{P}(a_i .(R_i - \mu_{(L+T)i} + D_i T_i) \le \tilde{A} \approx N(\tilde{m}_A, \tilde{\sigma}_A^{\,2})) \ge \tilde{P}_A$$

$$\frac{R_i - \mu_{(L+T)i}}{\sigma_{(L+T)i}} \ge Z_{P0i} \quad , \quad R_i \ge 0$$

متدولوژی حل

برای حل مدل‌های احتمالی–فازی توسعه‌یافته ابتدا می‌بایست مدل مذکور به یک مدل قطعی مبدل گشته و سپس با استفاده از یکی از تکنیک‌های حل برنامه‌ریزی چندهدفه حل گردد که مراحل حل مدل به‌صورت زیر است:

گام اول: نافازی‌سازی محدودیت‌های فازی

اگر یک مدل بر نامه‌ریزی به شکل زیر باشد [۱۸]:

$$\begin{aligned} & Max: Z = \sum_{i=1}^{n} c_i x_i \\ & s.t: \sum_{i=1}^{n} (s_{ij}, l_{ij}, r_{ij}) x_{ij} \le (t_i, u_i, v_i) \\ & (j \in N_n), (i \in N_m), x \ge 0 \end{aligned} \quad (۳۰)$$

در جایی‌که در عدد فازی موردنظر از سمت چپ عدد اول عدد میانه با درجه عضویت یک ($\mu = 1$)، عدد دوم فاصله عدد اول تا کران چپ و عدد سوم فاصله عدد اول تا کران راست باشد ، برای حل مدل و نافازی‌سازی محدودیت‌ها داریم:

$$\begin{aligned} & Max: Z = \sum_{i=1}^{n} c_i x_i \\ & s.t: \sum_{i=1, j=1}^{n} s_{ij} x_j \le t_i \\ & \sum_{i=1}^{n} (s_{ij} - l_{ij}) x_{ij} \le t_i - u_i \\ & \sum_{i=1}^{n} (s_{ij} - r_{ij}) x_i \le t_i - v_i \quad , x_i \ge 0 \end{aligned} \quad (۳۱)$$

گام دوم: تبدیل محدودیت احتمالی- فازی به یک محدودیت قطعی

برنامه‌ریزی محدودیت‌های احتمالی فازی [۲۱]

یک مسئله برنامه‌ریزی محدودیت‌های احتمالی (CCP)[1] دقیق نوعی از برنامه‌ریزی احتمالی است که به شکل زیر است:

$$Mininmise \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

Subject to:

$$P(\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i) \ge P_i \qquad (۳۲)$$

$$\sum_{j=1}^{n} b_{kj} x_j \ge h_k , k \ne i$$

$$i = 1,2,...m , k = 1,2,...k , 0 \le P_i \le 1, x_j \in R$$

جایی‌که حداقل یکی از c_j، a_{ij}، b_i ها یک متغیر تصادفی هستند. حالت خاص محدودیت انبار در این مطالعه، حالتی است که b_i ها متغیرهای تصادفی فازی هستند. فرض می‌کنیم مقادیر سمت راست محدودیت iام یک متغیر تصادفی فازی[2] (FRV) است و به‌صورت $\tilde{b}_i$ نشان داده می‌شود. یک متغیر تصادفی فازی یک تابع اندازه‌گیری از فضای احتمالی با مجموعه اعداد فازی است[۲۱]. با توجه به این حالت خاص محدودیت iام این مسئله CCP به‌صورت روبروست:

$$\tilde{P}(\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le \tilde{b}_i) \ge \tilde{P}_i , a_{ij} \in R \qquad (۳۳)$$

$\tilde{b}_i$ یک متغیر تصادفی فازی با توزیع نرمال است، که میانگین و واریانس آن‌ها اعداد فازی $\tilde{m}_{bi}$ و $\tilde{\sigma}_{bi}$ هستند $\alpha-$ برش دو پارامتر مذکور به قرار زیر است:

1 -Chance Constrained Programming

2 -Fuzzy Random Variable

$$\tilde{m}_{bi}[\alpha]=\left[m_{bi*}(\alpha),\tilde{m}_{bi}^{*}(\alpha)\right],\tilde{\sigma}_{bi}^{2}[\alpha] \\ =\left[\sigma^{2}{}_{bi*}(\alpha),\sigma^{2*}{}_{bi}\right],\tilde{P}_{i}[\alpha]=\left[P_{i*}(\alpha),P_{i}^{*}(\alpha)\right] \quad (۳۴)$$

قضیه: اگر $\tilde{b}_i$ یک متغیر تصادفی فازی (FRV) با توزیع نرمال باشد نامساوی مذکور برابر است با:

$$F\left(\frac{\sum_{j=1}^{n}a_{ij}x_{j}-m_{bi*}(\alpha)}{\sigma_{bi*}(\alpha)}\right)\leq 1-P_{i}^{*}(\alpha) \quad (۳۵)$$

برای هر یک از $\alpha\in[0,1]$ ، جایی‌که F تابع توزیع تجمعی نرمال با پارامترهای $N(0.1)$ می‌باشد. در نتیجه CCP دقیق برای هر $\alpha\in[0,1]$ به‌صورت زیر است.

$$\begin{aligned} & Mininmise\sum_{j=1}^{n}c_{j}x_{j} \\ & 1-F\left(\frac{h_{i}-m_{bi*}(\alpha)}{\sigma_{bi*}(\alpha)}\right)\geq P_{i}^{*}(\alpha) \\ & \sum_{j=1}^{n}b_{kj}x_{j}\geq h_{k},k\neq i \\ & i=1,2,...m,k=1,2,...k,0\leq P_{i}\leq 1,x_{j}\in R \end{aligned} \quad (۳۶)$$

این مسئله می‌تواند با به‌کارگیری روش برنامه‌ریزی احتمالی[1] حل گردد.

گام سوم: حل مسئله برنامه‌ریزی چندهدفه قطعی

در این مرحله مدل احتمالی– فازی تبدیل به یک مسئله قطعی چندهدفه شده‌است و باید با استفاده از یکی از روش‌های حل بر نامه‌ریزی چندهدفه به جواب رسید که در اینجا از روش منطق فازی استفاده می گردد.

1 -Stochastic Programming

روش منطق فازی برای حل یک مسئله تصمیم‌گیری چندهدفه($MODM$) [۳۲]
یک مسئله تصمیم‌گیری چندهدفه زیر را درنظر بگیرید:

$$Max : Z = f_i(x_1, x_2 ... x_n), i = 1,2,...k$$
$$\text{Subject to:} \quad (۳۷)$$
$$g_i(x_1, x_2, ... x_n) \le b_i, i = 1,2,...m$$

به‌طوری‌که n تعداد متغییرها ، m تعداد محدودیت‌ها، k تعداد توابع هدف است. بدین جهت ابتدا مقادیر بیشینه و کمینه هریک از اهداف تعیین‌شده را محاسبه کرده جدول ۲ را تشکیل می‌دهیم و سپس با تعیین درجه عضویت هر یک از اهداف میزان α که همان درجه تحقق اهداف است به‌دست می‌آید. سپس جدول ۲ را تشکیل می‌دهیم. در جدول ۲، U_i بهترین مقدار و L_i بدترین مقدار و Δ_i تلورانس تابع iام می‌باشد.

$$\Delta_i = U_i - L_i \quad (۳۸)$$

این مقادیر در مورد هر یک از توابع هدف به صورت شکل ۱ است.

$$\mu(Z_i) = \begin{cases} 0, where : Z_i \le L_i \\ \dfrac{Z_i - L_i}{U_i - L_i}, where : L_i \le Z_i \le U_i \\ 1, where : Z_i \ge U_i \end{cases} \quad (۳۹)$$

$$\alpha = Min\left(\mu(Z_1), \mu(Z_2), ...\mu(Z_k)\right) \quad (۴۰)$$

$$\alpha \le \mu(Z_i), i = 1,2,...k \quad (۴۱)$$

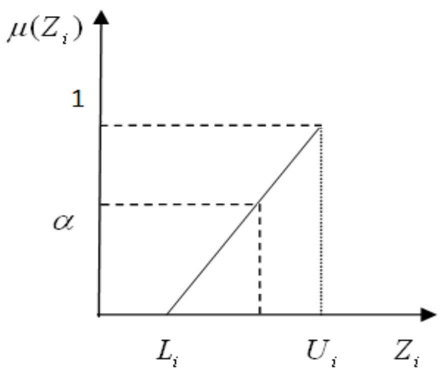
$$\Rightarrow Max : \alpha$$
$$S.t : \alpha \le \mu(Z_i), i = 1,2,...k \quad (۴۲)$$
$$g_i(x_1, x_2, ... x_n) \underset{\ge}{\overset{\le}{}} b_i, i = 1,2,...m$$

$$\Rightarrow \alpha \le \mu(Z_i) = \alpha \le \frac{Z_i - L_i}{U_i - L_i} \quad (۴۳)$$
$$\Rightarrow Z_i \ge U_i - \Delta_i(1 - \alpha)$$

جدول شماره ۲: محاسبه مقادیر و متغیرهای توابع هدف

	Z_1	Z_2 --------------------------..Z_k	$X_1, X_2, \ldots X_n$
$Maz: Z_1$ $Maz: Z_2$ $Maz: Z_k$			
(L_i, U_i)	(L_1, U_1)	(L_2, U_2)__.(L_k, U_k)	

پس از آن درجه عضویت تابع z_i را به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم :



شکل ۱: تابع عضویت (Z_i)

در این روابط α درصدی است که اهداف به حالت بهینه خود رسیده‌اند. درصورتی‌که αها یکسان نباشند خواهیم داشت:

$$Max: \sum \alpha_i$$
$$\alpha_i \leq \mu(Z_i), i = 1, 2, \ldots k \qquad (۴۴)$$

در ادامه به ذکر یک مثال عددی جهت به‌کارگیری مدل وحل آن می‌پردازیم.

مثال عددی

اطلاعات زیر در مورد دو کالا دردسترس است اگر تصمیم‌گیرنده از روش میزان سفارش ثابت (r,Q) استفاده نماید با توجه به دو هدف کمینه‌سازی هزینه وسطح خطر میزان نقطه سفارش در مورد هر کالا چگونه است؟

$P_{01}=0.85$	$D_1=24000$	$D_{L2}\sim N(435,48^2)$	$N_1=(110,125,130)$
$D_{L1}\sim N(5150,170^2)$	$Q_1=4500$	$\tilde{P}_A=(0.83,0.85,1)$	$Q_2=350$
$\pi_1=6.2$	$PC_1=200$	$a_1=85$	$h_1=50$
$a_1=120$	$\tilde{N}_2=(45,50,54)$	$D_2=2500$	$h_2=63$
$\pi_2=6.7$	$PC_2=550$	$\tilde{A}\sim N((750000,800000,875000),(10000,12500,13000)^2)$	
$\tilde{B}=(950000,1000000,1250000)$			

با توجه به اطلاعات مسئله مدل مذکور به‌صورت زیر خواهد بود:

$$Min: Z_1=50(r_1-5150)+63(r_2-435)+\frac{6.2*24000}{4500}*170S_{r1}+\frac{6.7*2500}{350}*48S_{r2}$$

$$Min: Z_2=-(\frac{r_1-5150}{170}+\frac{r_2-435}{48})$$

$$s\,t:$$

$$200(r_1-5150)+550(r_2-435)\le(950000,1000000,1200000)$$

$$170S_{r1}\le(110,125,130)$$

$$48S_{r2}\le(45,50,54)$$

$$\frac{r_1-5150}{170}\ge 1.04$$

$$\frac{r_2-435}{48}\ge 1.28$$

$$\tilde{P}((85(r_1-5150)+\frac{4500}{2})+(120(r_2-435)+\frac{350}{2}))\le\tilde{A}\approx N((750000,800000,875000),$$
$$(10000,12500,13000)^2)\ge(0.83,0.85,1)\quad,\quad r_i\ge 0$$

با استفاده از روش نافازی‌سازی مذکور و روش برنامه‌ریزی محدودیت‌های احتمالی فازی ($FCCP$) مدل به‌صورت قطعی درخواهد آمد. در مورد محدودیت احتمالی- فازی انبار داریم:

$$\tilde{\sigma}_b^{\,2}[\alpha]=[10000+2500\alpha,\quad 13000-500\alpha]$$
$$\tilde{\sigma}_b^{\,2}=(10000,12500,13000)$$
$$\tilde{P}_A[\alpha]=[0.83+0.02\alpha,\quad 1-0.15\alpha]$$
$$h=85r_1+120r_2-277700$$
$$\tilde{P}(h\le\tilde{b})[\alpha]=\left[1-F(\frac{h-m_{b^*}}{\sigma_{b^*}}),1-F(\frac{h-m^*}{\sigma_b^*})\right]$$
$$1-F\frac{(h-m_{b^*})}{\sigma_{b^*}}\ge 1-0.15\alpha$$

اگر $\alpha=0.7$ در نظر بگیریم:

$$1-F\left(\frac{85r_1+120r_2-277700-750000-50000\alpha}{\sqrt{10000+2500\alpha}}\right)\ge 1-0.15\alpha$$
$$1-F\left(\frac{85r_1+120r_2-277700-750000-35000}{\sqrt{10000+1750}}\right)\ge 0.895$$
$$\left(\frac{85r_1+120r_2-277700-750000-35000}{\sqrt{11750}}\right)\le F^{-1}(0.895)$$
$$85r_1+120r_2-1062700\le 1.25\sqrt{11750}$$
$$\Rightarrow 85r_1+120r_2\le 1062835.5$$

در نهایت مدل قطعی چندهدفه به‌صورت زیر خواهد بود:

$$Min: Z_1 = 50(r_1 - 5150) + 63(r_2 - 435) + \frac{6.2*24000}{4500}*170S_{r1} + \frac{6.7*2500}{350}*48S_{r2}$$

$$Min: Z_2 = -(\frac{r_1 - 5150}{170} + \frac{r_2 - 435}{48})$$

$s.t:$

$$200(r_1 - 5150) + 550(r_2 - 435) \le 950000$$
$$200(r_1 - 5150) + 550(r_2 - 435) \le 1000000$$
$$200(r_1 - 5150) + 550(r_2 - 435) \le 1200000$$
$$170S_{r1} \le 110$$
$$170S_{r1} \le 125$$
$$170S_{r2} \le 130$$
$$48S_{r2} \le 45$$
$$48S_{r2} \le 50$$
$$48S_{r2} \le 54$$
$$\frac{r_1 - 5150}{170} \ge 1.04$$
$$\frac{r_2 - 435}{48} \ge 1.28$$
$$85r_1 + 120r_2 \le 1062835.5 \quad , \quad r_i \ge 0$$

حال یک مسئله برنامه‌ریزی چندهدفه قطعی داریم که با استفاده از منطق فازی آن راحل می‌کنیم که محاسبه بیشینه و کمینه هر یک از اهداف در جدول شماره۳ آمده‌است:

جدول شماره ۳- نتایج حل مدل چندهدفه قطعی

	Z1	Z2	r1	r2
Z1	352291	6.45	5709.927	586.5172
Z2	359493.1	8	5830	627

با توجه به جدول فوق توابع عضویت اهداف مورد نظر به‌صورت زیر خواهد بود:

$$\mu(Z_1)=\begin{cases}0, where: Z_1 \geq 359493.1\\ \dfrac{359493.1-Z_1}{359493.1-352291}, \qquad where \qquad 352291 \leq Z_1 \leq 35943.1\\ 1, where: Z_1 \leq 352291\end{cases}$$

$$\mu(Z_1)=\begin{cases}0, where: Z_2 \leq 6.45\\ \dfrac{Z_2-6.45}{8-6.45}, \qquad where \qquad 6.45 \leq Z_2 \leq 8\\ 1, where: Z_2 \geq 8\end{cases}$$

در نتیجه مدل نهایی به‌صورت زیر در خواهد آمد:

$$\begin{aligned}
&Max: \alpha\\
&s.t:\\
&Z_1 \leq 352291+(7202)(1-\alpha)\\
&Z_2 \geq 8-(1.55)(1-\alpha)\\
&200(r_1-5150)+550(r_2-435) \leq 950000\\
&200(r_1-5150)+550(r_2-435) \leq 1000000\\
&200(r_1-5150)+550(r_2-435) \leq 1200000\\
&170S_{r1} \leq 110\\
&170S_{r1} \leq 125\\
&170S_{r2} \leq 130\\
&48S_{r2} \leq 45\\
&48S_{r2} \leq 50\\
&48S_{r2} \leq 54\\
&\frac{r_1-5150}{170} \geq 1.04\\
&\frac{r_2-435}{48} \geq 1.28\\
&85r_1+120r_2 \leq 1062835.5 \qquad , \quad r_i \geq 0
\end{aligned}$$

مدل نهایی با استفاده از نرم‌افزار لینگو۸ حل شد که نتیجه حل مدل فوق به قرار زیر است:

$$\alpha = 63.17\%, \quad r_1 = 5732.691, \quad r_2 = 627$$
$$Z_1 = 354934.1$$
$$Z_2 = 7.429$$
$$K_1 = \frac{5732.961 - 5150}{170} = 3.42 \Rightarrow \Phi(3.42) = 0.9997$$
$$K_2 = \frac{627 - 435}{48} = 4 \Rightarrow \Phi(4) \cong 1$$

در تفسیر جواب‌های حاصل لازم است بیان شود که میزان α برابر ۶۳/۱۷ درصد است بدان معنی که هر دو هدف کمینه‌سازی هزینه و نیز سطح خطر به اندازه ۶۳/۱۷ درصد از بهترین حالت خود تحقق یافته‌اند و نقطه سفارش بهینه در مورد کالای اول و دوم به ترتیب ۵۷۳۲/۶۹۱ و ۶۲۷ واحد است. در مورد متغیر k لازم به توضیح است که براساس عدد حاصل می‌بایستی با استفاده از جدول نرمال به میزان سطح عملکرد برسیم. به‌طوری که در مورد کالای اول سطح عملکرد برابر ۹۹/۹۹ یعنی سطح خطر ۱درصد داریم و در مورد کالای دوم سطح عملکرد به سطح کامل یعنی ۱۰۰درصد رسیده و سطح خطر برابر صفر خواهد بود.

نتیجه‌گیری و تحقیقات آتی

در این مقاله دو مدل سنتی کنترل موجودی (r,Q) و (R,T) با دو هدف کمینه‌سازی هزینه‌ها و سطح خطر و محدودیت‌های بودجه‌ای ، فضای انبار، تعداد کمبود مجاز و حداقل سطح عملکرد مجاز توسعه یافت که برخی پارامترها به‌صورت فازی درنظر گرفته شده‌بود. محدودیت انبار در فضای احتمالی– فازی بیان گردید که با استفاده از روش بر نامه‌ریزی محدودیت‌های احتمالی فازی به یک محدودیت قطعی تبدیل یافت و درنهایت مدل چندهدفه قطعی با روش منطق فازی حل گردید. در تحقیقات آتی می‌توان مفروضات متفاوتی را به مسئله اضافه نمود، از توابع دیگری همچون نمایی و... در مورد توزیع تقاضا و فضای انبار استفاده نمود، می‌توان اهداف و محدودیت‌های دیگری را درنظر گرفت، به جای فازی مثلثی از ذوزنقه‌ای استفاده نمود، پارامترهای دیگری را به‌صورت فازی درنظر گرفت، از روش‌های تقریب دیگری همچون ذوزنقه‌ای جهت بر آورد تابع $G_u(k)$ استفاده نمود.

منابع

اشپیگل،ام(۱۳۶۷).*حساب دیفرانسیل و انتگرال پیشرفته*. مترجمین:خلیل پاریاب،حمید کولائی،بیژن شمس.انتشارات مترجم، چاپ اول.

توماس،جورج و فینی،راس(۱۳۷۸).*حساب دیفرانسیل و انتگرال و هندسه تحلیلی* جلد اول. مترجمین: مهدی بهزاد،سیامک کاظمی،علی کافی.مرکز نشر دانشگاهی تهران،چاپ هشتم.

سرفراز، امیر همایون(۱۳۸۴).*توسعه مدل‌های EOQ و EPQ در محیط فازی*. *رساله دکتری تخصصی*، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات.

Abou-El-Ata, MO & Kotb, KAM (1997) ."Multi-item inventory model with varying holding cost under two restrictions : A geometric programming approach ".*production planning and control*.

Balkhi ,Zt & Benkherof , L(1998)."A production lot size inventory model for deteriorating items and arbitrary production and demand rates ". *European journal of operation research*;92:302-9.

Ben-daya,M & Raouf ,A(1993). "On the constrained multi-item single-period inventory problem" .*International journal of general system*; 13:104-12

Bhunia,Ak & Maiti,M (1997) ."Deterministic inventory models for variable production" . *Journal of operational research society* ; 48:221-4.

Cheng ,Tce.(1989)."An Economic Order Quantity model with demand-dependent unit cost". *European journal of operation research*;40:452-6.

Cheng ,Tce. (1991)."An Economic Order Quantity model with demand-dependent unit production cost and imperfect production process". *IIE transactions* ; 23:23-7.

Chu,C.W & Patuwo,B.E & Mehrez,A.Robinowitz(1999)."A dynamic two-segment partial backorder control of (r,Q) inventory system".*Computers & Operation Research*, 28, 935-953.

Churchman ,CW & Ackoff ,RL & Arnoff EL(1957)."*Introduction to operation research*". New York :Wiely,603-8.

Clark , Aj(1972)."An informal survey of multi-echelon inventory theory". *Naval research logistics quarterly* ;19:621-50.

Das,k & Roy,T.K & Maiti,M (2004) ."Multi-item stochastic and fuzzy-stochastic inventory models under two restrictions". *Computer and operation research journal*. 31: 1793-1806.

Eynan,Amit & Kropp,Dean.H(2006)."Effective and simple EOQ-like solutions for stochastic demand periodic review systems". *European Journal of Operation Research* .Article in press.

Goswami,A & Chaudhuri,KS(1991)."An EOQ model for deteriorating items with shortages and a linear trend in demand". *Journal of operational research society* ;42:1105-10.

Hadely , G & Whitin ,T.M(1963). "*Analysis of inventory systems"* . Englewood Cliffs ,NJ:Prentice- Hall.

Hariga,M.A(1999)."A stochastic inventory model with lead time and lot size interaction".*Production planning* & control, vol.10,No.5,434-438.

Kilir,Gorge J & Yuan,Bo (2001)."*Fuzzy sets and fuzzy logic theory and applications*".Prentice,Hall of India . New Dehli .

Manas.Kumar & Maiti,Manoranjan (2005)."Fuzzy inventory model with two warehouses under possibility constraints".*Fuzzy Sets and systems* 157,52-73.

Naddor, E(1986*). "Inventory systems*". New York :Wiely.

Nanda,S & Panda,G & Dash, J.K(2006)."A new solution method for fuzzy chance constrained programming problem".*Fuzzy Optim Decision Making*.5:355-370.

Nielsen,Christina & Larsen,Christian (2004)."An analytical study of Q(s,S) policy applied to the joint replenishment problem".*European Journal of Operation Research* 163,721-732.

Ouayang,Liang-Yuh & Chang,Hung-Chi (2001)."The variable lead time stochastic inventory model with a fuzzy backorder rate".*Jornal of the operation research,Society of japan* ,vol.44,No.1.

Ouyang,Liang-yuh & Wu,Kun-Shan & Ho.Chia-Huei(2003)."Integrated vendor-buyer cooperative models with stochastic demand in controllable lead time".*Int.J.Production Economics* 92., 255-266.

Raymond, Fe (1931) . "*Quality and economic in manufacture"*. New York McGraw-Hill Book Co .

Sarfaraz,A.H & Alizadeh Noghani,S &Sadjadi,S.J & Aryanezhad,M.B(2006)."A multi-objective inventory model for deteriorating items with backorder and cost dependent demand".*Journal of International Engineering International*.Vol.2, No.1, 65-73.

Silver,Ea & Peterson, R(1985*)."Decision systems for inventory management and production planning*". New York :Wiely.

Tersine,R.J (1994*)."Principles of inventory and materials management"*, Prentice Hal publications.

Wu,Kun-Shan (2001)."A mixed inventory model with variable lead time and random supplier capacity".*Production planning & control*, vol.12,No.4,353-361.

Yadvalli, V.s.s & Jeeva.M & Rajalakshmi, Rajagopalan (2005)."Multi Item deterministic Fuzzy inventory Model". *Asia-Pacific Jornal of Operation Reaserch*. Vol.22, No.3 ,287-295.

Yauhua, Frank Chen, (2005). "Fractional programming approach to two stochastic inventory problems “. *European journal of operation research*.

Zimmerman H.J. (1996)."*Fuzzy sets and its applications*". Kluwer.Aacdemic Publisher.3.th edition.