فصلنامه علمی – پژوهشی مطالعات مدیریت صنعتی – سال پانزدهم، شماره ۴۵، تابستان ۹۶
صفحات ۱– ۴۳

نگهداری پیشگیرانه در زمانبندی ماشین‌های موازی نامرتبط با احتساب اثر زوال و زمان آماده‌سازی

محمدباقر فخرزاد*، بهنام رجائی**

تاریخ دریافت: ۹۴/۸/۱۶
تاریخ پذیرش:۹۵/۸/۸

چکیده

در این مقاله، مسأله زمانبندی همزمان کارها و فعالیت‌های نگهداری پیشگیرانه در ماشین‌های موازی نامرتبط با در نظر گرفتن اثر زوال مورد بررسی واقع شده است. با توجه به وجود اثر زوال و تأثیر آن روی زمان کارها، هدف یافتن تعداد و زمان بهینه فعالیت‌های نت و توالی بهینه کارها جهت حداقل‌کردن مجموع زمان اتمام کارها می‌باشد. نظر به فرسودگی ابزار و یا اثر زوال روی ماشین‌ها، ممکن است هر ماشین به چندین فعالیت پیشگیرانه در افق زمانبندی نیاز پیدا کند. پس از هر نگهداری پیشگیرانه، ماشین به شرایط اولیه باز می‌گردد و اثر زوال از سر گرفته می‌شود. در اینجا دو حالت جداگانه تابع اثر زوال وابسته به موقعیت کار در توالی و تابع اثر زوال وابسته به زمان بررسی شده است. همچنین مدت زمان انجام هر فعالیت نگهداری پیشگیرانه نیز تابعی صعودی نسبت به زمان شروع آن می‌باشد. به دلیل پیچیدگی بالای مدل از روش فراابتکاری جهت حل استفاده شده است. بر این اساس با توجه به کاربرد زیاد الگوریتم شبیه‌سازی تبرید در حل مسائل مختلف، این الگوریتم به عنوان رویکرد حل مدل انتخاب شده است. در نهایت، با ارائه مثال عددی و انجام تحلیل پارامترهای زوال به ارزیابی مدل و مقایسه عملکرد روش حل پیشنهادی پرداخته شده است.

واژگان کلیدی: توالی عملیات، ماشینهای موازی نامرتبط، نگهداری پیشگیرانه، فعالیت

---

* دانشیار دانشکده مهندسی صنایع، صفائیه، دانشگاه یزد؛ (نویسنده مسئول) ، mfakhrzad@yazd.ac.ir
** کارشناسی ارشد، مهندسی صنایع –صنایع، دانشگاه یزد.

مقدمه

در صنایع و سیستم‌های تولیدی، زمان در دسترس بودن ماشین‌ها به دلیل عواملی چون انجام فعالیت‌های نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه و اضطراری، تعویض ابزار، خرابی‌های نامعین، همپوشانی افق‌های برنامه‌ریزی و غیره محدود می‌شود. بنابراین در دنیای واقعی ماشین‌ها به طور پیوسته در دسترس نمی‌باشند. خرابی‌های نامعین باعث کاهش میزان قطعیت در برنامه‌ریزی کارگاه شده و بدین ترتیب از کارایی و اثربخشی سیستم تولید می‌کاهند. نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه، تعویض به موقع ابزار و بازرسی‌های دوره‌ای میزان این خرابی‌ها را کاهش داده و بدین ترتیب اتلاف زمان در سیستم تولید را کاهش می‌دهد. همچنین به دلیل عدم زمانبندی همزمان کارها و فعالیتهای مربوط به نگهداری و تعمیرات، گاهاً ماشین‌ها در انتظار انجام بازرسی و نگهداری و تعمیرات بوده و یک سری از کارها در صف انتظار برای پردازش توسط این ماشینها قرار دارند. بنابراین برای نزدیکتر شدن به شرایط واقعی تولید، در نظر گرفتن محدودیت دسترسی به عنوان یکی از محدودیت‌های مسائل زمانبندی از اهمیت بالایی برخوردار است. در یک مسأله زمانبندی با محدودیت دسترسی انعطاف‌پذیر و اثر زوال که در آن به علت زوال و فرسودگی ماشین‌ها یا هر عواملی که کارایی تولید را به نحوی پایین می‌آورد و باعث افزایش زمان واقعی پردازش کارها می‌شود، می‌توان جهت بهبود تابع هدف، در عوض افزایش مدت زمان دوره عدم دسترسی جهت انجام فعالیت‌های اصلاحی یا تعمیراتی روی ماشین، از افزایش زمان واقعی پردازش کارها جلوگیری کرد. بدین ترتیب تعداد و مدت زمان بهینه فعالیت‌های نگهداری و تعمیرات را به گونه‌ای پیدا کرد که تابع هدف اصلی مسأله بهینه شود.

پیشینه تحقیق

در کاربردهای واقعی مانند زمانبندی فعالیت‌های نت، تمیز کاری، تولید فولاد و فعالیت‌های مربوط به ایمنی و آتش‌نشانی و غیره، هر گونه تأخیر در انجام یک کار، منجر به نیاز به تلاش بیشتر برای انجام آن کار خواهد شد. این پدیده در مرور ادبیات به عنوان اثر زوال وابسته به

زمان شناخته شده است. بدین ترتیب، زمان پردازش واقعی یک کار تابعی افزایشی از زمان شروع آن کار است. بررسی‌های گسترده‌ای در این باب انجام گرفته است (Fakhrzad, et al., 2012),(Gawiejnowicz, 2008). همچنین زمان واقعی پردازش یک کار ممکن است بر اساس موقعیت یک کار در توالی تغییر کند. در زمانبندی با اثر زوال وابسته به موقعیت کار در توالی، زمان مورد نیاز انجام آن کار با افزایش جایگاه آن در توالی افزایش خواهد یافت,(Fakhrzad, Esfahani,2013) (Bachman, and Janiak, 2004). اخیراً رویز تورس[1] (Ruiz-Torres, 2013) الگوی جدید از اثر زوال را ارائه کرده‌اند. در این تحقیق، زوال هر ماشین تابعی از توالی کارهای پردازش شده روی ماشین می‌باشد، بعبارتی اثر زوال بستگی به نوع کارهایی دارد که قبلاً انجام شده است(Zhang, 2014). در شرایط واقعی تولید، در نظر گرفتن محدودیت دسترسی به علت زوال و فرسودگی ماشین به عنوان یکی از محدودیت‌های مسائل زمانبندی از اهمیت بالایی برخوردار است. تحقیقات انجام شده بیشتر بر محیط تک ماشین متمرکز بوده‌اند. یانگ[2] مسأله زمانبندی کارها همزمان با فعالیت اصلاح نرخ روی تک ماشین را مورد بررسی قرار داده‌اند(Yang and Yang, 2013). کارها از نوع کارهای زوال‌پذیر است که پس از فعالیت اصلاح نرخ، زمان پردازش کارهای بعد، تحت تأثیر زمان این فعالیت قرار می‌گیرد و مشمول اثر زوال وابسته به کار و موقعیت کار در توالی می‌باشد. همچنین (Haddad, 2014)، (Yu, and Zhang, 2014)، (Ebrahimy Zade, Fakhrzad, 2013)، (Zarook, et al., 2014)، (Yang, et al., 2012)، در رابطه با مسأله زمانبندی کارها و فعالیت‌های نت با احتساب اثر زوال روی تک ماشین، زمانبندی تک ماشین با هدف کمینه‌کردن دامنه عملیات، زمانبندی تک ماشین با احتساب اثر زوال و فعالیت نت چندگانه با توابع چند جداگانه، زمانبندی تک ماشین با احتساب اثر زوال و نت چندگانه با فرض پردازش دسته‌ای کارها با هدف کمینه‌کردن دامنه،

1 - Ruiz-Torres et al
2 - Yang and Yang

حل چندجمله‌ای برای زمانبندی کارها و فعالیت‌های نت چندگانه روی ماشین‌های موازی نامرتبط با احتساب اثر زوال وابسته به کار و بصورت جداگانه را مورد بررسی قرار داده اند.
ماشینهای موازی به سه دسته کلی تقسیم می‌شوند: در ماشینهای موازی یکسان[1] کلیه ماشینها دارای یک مشخصه با کارکرد کاملا یکسان در یک مساله m ماشین وجود دارد. در ماشینهای موازی با سرعت‌های متفاوت[2] m ماشین به صورت موازی با سرعت‌های متفاوت قابلیت انجام سفارشات را برعهده دارند. این محیط تحت عنوان ماشین‌های یکنواخت[3] خوانده می‌شود. اگر سرعت پردازش ماشین i ام برابر با v_i باشد انگاه زمان پردازش کار j بر روی این ماشین برابر با $p_{ij} = p_j/v_i$ است، فرض می‌شود p_j زمان انجام کار بر روی ماشینی با سرعت واحد باشد. ماشینهای موازی نامرتبط[4] زمانی پیش می‌آید که m ماشین مختلف به صورت موازی وجود داشته باشد، بطوریکه ماشین i کار j را با سرعت v_{ij} انجام دهد. در این حالت زمان پردازش کار j بر روی ماشین i برابر با $P_{ij} = P_j/V_{ij}$ محاسبه می‌شود. p_j زمان انجام این کار بر روی ماشینی با سرعت واحد است.
از جهت دیگر در اکثر تحقیقات انجام شده، مدت زمان نت ثابت فرض شده است. این در حالی است که در برخی شرایط تولید واقعی مدت زمان نت ماشین‌ها به مدت زمان کارکرد بستگی دارد. این نوع نت می‌تواند بعنوان فعالیتی رو به زوال بررسی گردد (Fakhrzad and Heydari,2008, Fan, and Zhao, 2014). مسأله تخصیص زمان تحویل و زمانبندی همزمان کارها و فعالیت نت را با تابع زوال وابسته به موقعیت کار مورد بررسی قرار داده اند. جی و همکاران[5] در دو مقاله نیز مسأله همزمان زمانبندی کارها و نت با تخصیص زمان تحویل برای کارها با هدف کمینه‌کردن مجموع هزینه‌های زودکرد و دیرکرد و حد مجاز جریان کارها تا زمان تحویل را مورد بررسی قرار داده‌اند(Ji, et al.,2013, 2014).

1- Identical Machines in Parallel
2- Machines in Parallel with Different Speeds
3- Uniform
4 -Unrelated Machines in Parallel
5- Ji, et al

وانگ و وی[1] مسأله زمانبندی ماشین‌های موازی مشابه را همزمان با یک فعالیت نت با دو تابع هدف جداگانه کمینه‌کردن مجموع قدرمطلق اختلاف زمان اتمام کارها و مجموع قدرمطلق اختلاف در زمان مورد انتظار بررسی کرده‌اند(Wang, and Wei, 2014).وانگ و همکاران[2] مسأله زمانبندی ماشین‌های موازی نامرتبط همراه با نت با هدف کمینه‌کردن مجموع زمان اتمام کارها را مورد بررسی قرار داده‌اند (Wang, et al., 2012). در تحقیق آنها هر ماشین تنها مجاز است یک نت در افق زمانبندی داشته باشد. چنگ[3] یک مدل ریاضی برای مسأله زمانبندی کارها و فعالیت نت زوال‌پذیر در ماشین‌های موازی مشابه با توابع هدف حداقل‌کردن مجموع زمان اتمام کارها و حداقل‌کردن زمان بارگذاری ماشین‌ها بطور جداگانه بررسی کرده‌اند(Cheng, 2011).هسو و همکاران[4] همین مسأله را با همین توابع هدف برای ماشین‌های موازی نامرتبط بطور جداگانه با توابع زوال وابسته به کار، وابسته به جایگاه و وابسته به زمان بررسی کرده‌اند (Hsu, et al., 2013). یانگ[5] نیز برای محیط ماشین‌های موازی نامرتبط، مسأله یافتن همزمان تعداد نت، موقعیت هر نت و توالی بهینه کارهای زوال پذیر را بررسی کرده‌اند(Yang, , 2013).

در مقاله حاضر، با هدف نزدیکتر کردن مسأله زمانبندی ماشین‌های موازی به شرایط واقعی، فعالیت نت ماشین‌ها از نظر تعداد و زمان شروع آن به عنوان یک متغیر تصمیم تعریف شده است. همچنین فعالیت نت جهت خنثی کردن اثر زوال و فرسودگی ماشین‌ها در نظر گرفته شده است، بطوریکه زمان و تعداد آن به عنوان یک متغیر تصمیم محاسبه گردیده و مقدار آن با توجه به بهینگی تابع هدف تعیین می‌شود. با توجه به اینکه زمان آماده‌سازی وابسته به توالی در مسائل زمانبندی واقعی شایع و اجتناب ناپذیر است،. در این تحقیق این مهم در نظر گرفته شده است، بطوریکه وجود زمان آماده‌سازی وابسته به توالی علاوه بر ایجاد حالت مختلف در الگوی زوال وابسته به زمان، باعث افزایش پیچیدگی زمان حل مسأله می‌شود.

1 - Wang, and Wei
2 - Wang et al
3 - Cheng
4 - Hsu et al
5 - Yang

روش تحقیق

در این پژوهش مسأله زمانبندی همزمان کارها و فعالیت‌های نت در ماشین‌های موازی نامرتبط با در نظر گرفتن اثر زوال و زمان آماده‌سازی وابسته به توالی و ماشین مورد بررسی واقع شده است.مفروضات مسأله بصورت زیر است:

n کار مستقل با دسترسی در زمان صفر روی m ماشین موازی نامرتبط تخصیص و زمانبندی می‌شوند. زمان پردازش هر کار روی هر ماشین می‌تواند متفاوت باشد. هر کار تنها توسط یک ماشین و هر ماشین در هر لحظه تنها می‌تواند یک کار را پردازش کند. برای هر کار زمان آماده‌سازی وابسته به توالی و ماشین در نظر گرفته شده است، کارها از نوع زوال پذیر بوده که با تعویق زمان پردازش زمان واقعی نیز بیشتر می‌شود. این رویه می‌تواند به دلیل فرسودگی ابزار یا ماشین و یا دلایل دیگری باشد. در این مقاله دو الگوی اثر زوال بررسی شده است. الگوی اول مربوط به تابع اثر زوال وابسته به کار و موقعیت کار در توالی و الگوی دوم به تابع اثر زوال وابسته به زمان مربوط می‌شود که خود به سه حالت مختلف تقسیم بندی شود می‌شود. به دلیل تأثیر زوال در افزایش زمان پردازش و خرابی ماشین‌ها، هر ماشین به چندین فعالیت نت در افق زمانبندی نیاز داشته که دارای شرایط زیر می‌باشد:

۱- به دلیل محدودیت بودجه نت، حد بالایی برای تعداد کل فعالیت‌های نت ماشین‌ها در نظر گرفته می‌شود.

۲- هر فعالیت نت بلافاصله پس از اتمام پردازش هر کار انجام گرفته و وقفه یا قطع فرایند پردازش مجاز نمی‌باشد.بین کارها و فعالیت‌های نت زمان آماده‌سازی وجود نداشته و پس از فعالیت نت، ماشین برای انجام کار بعد آماده می‌باشد.

۳- پس از انجام هر فعالیت نت، ماشین به شرایط اولیه باز گشته و اثر زوال از سر گرفته می‌شود. در اصل فعالیت نت جهت خنثی کردن اثر زوال ماشین‌ها و از بین بردن تأثیر آن بر زمان پردازش کارها(بهبود کارایی تولید) انجام می‌پذیرد.

۴- مدت زمان هر فعالیت نت برای هر ماشین تابعی خطی از زمان کارکرد آن ماشین می‌باشد. چرا که فعالیت نت با افزایش زمان کارکرد ماشین یا به تعویق افتادن آن بیشتر خواهد شد. مدت زمان نت i روی ماشین l از رابطه (۱) بدست می‌آید:

$$ma_{il} = \alpha_l + \beta_l \cdot t_{il} \quad ; \quad l = 1,2,\dots,m \quad , \quad i = 1,2,\dots,k_l \qquad (۱)$$

بطوریکه α_l و β_l به ترتیب مدت زمان ثابت و فاکتور زوال نت برای ماشین l می‌باشد. t_{il} مدت زمان کارکرد ماشین بعد از آخرین نگهداری پیشگیرانه، بین نت $i-1$ و i ، می‌باشد. k_l تعداد نت روی ماشین l می‌باشد. اگر n_l تعداد کارهای تخصیص یافته به ماشین M_l باشد بطوریکه $\sum_{l=1}^{m} n_l = n$ و ماشین M_l به k_l فعالیت نت نیاز داشته باشد، در نتیجه $k_l + 1$ گروه کاری (G_{il}) روی ماشین M_l خواهیم داشت. اگر n_{il} را برابر تعداد کارهای تخصیص یافته به گروه کاری G_{il} قرار دهیم. آنگاه به ازای $l = 1,\dots,m$ ، $n_{il} \geq 1$ و $\sum_{i=1}^{k_l+1} n_{il} = n_l$. همچنین روشن است که $m < n$ و نیز $0 \leq k_l \leq n_l - 1$ و $k \leq n - 1$ بطوریکه $\sum_{l=1}^{m} k_l \leq k.$ دقت شود که تعداد نت مورد نیاز هر ماشین (k_l) یک متغیر تصمیم است.

برای یک زمانبندی داده شده TC بیانگر مجموع زمان اتمام کارهاست. با فرض مشخص بودن حد بالای تعداد کل فعالیت‌های نت، $\sum_{l=1}^{m} k_l \leq k$ ، هدف مسأله یافتن همزمان تعداد و موقعیت بهینه هر فعالیت نت و توالی بهینه کارها روی هر ماشین جهت حداقل‌کردن مجموع زمان اتمام کارهاست. براساس رابطه (۱) مدت زمان فعالیت نت تابعی خطی از مدت زمان کارکرد ماشین می‌باشد. بدین ترتیب نمادگذاری مسأله به صورت $\langle R_m | P_{jlr}, s_{j'jl}, \widetilde{ma}(t), k_{ma} \leq k \,| TC \rangle$ است.

اندیسها، پارامترها و متغیرهای مسأله:

j اندیس کارها

j' اندیس کار قبل از کار j

l	اندیس ماشین‌ها
i	اندیس گروه کاری(کارهای بین دو نت متوالی تشکیل گروه می‌دهند).
r	اندیس موقعیت کارها
m	تعداد ماشین‌ها
M_l	ماشین l. $l = 1,2, \dots, m$
n	تعداد کل کارها
k	حدبالای کل تعداد نت روی کل ماشین‌ها
k_l	تعداد نت روی ماشین l و $\sum_{l=1}^{m} k_l \leq k$
n_l	تعداد کارهای تخصیص یافته به ماشین l و $\sum_{l=1}^{m} n_l = n$
G_{il}	i امین گروه کاری روی ماشین l. $l = 1,2, \dots, m; i = 1,2, \dots, k_{l+1}$
n_{il}	تعداد کارهای تخصیص یافته به گروه G_{il}. بطوریکه $\sum_{i=1}^{k_{l+1}} n_{il} = n_l$ و $l = 1,2, \dots, m; i = 1,2, \dots, k_{l+1}$
k_{ma}	تعداد کل نت
$S_{j'jl}$	زمان آماده‌سازی بین کار j' و j روی ماشین l. بطوریکه $S_{0jl} = 0$
α_l	زمان نت اولیه(پایه) برای ماشین l و $\alpha_l > 0$
β_l	فاکتور زوال نت روی ماشین l، $\beta_l \geq 1$
t_{il}	فاصله زمانی تعمیرات i-1 تا تعمیرات iام. مدت زمان گروه G_{il}
ma_{il}	مدت زمان i امین نت روی ماشین l. $ma_{il} = \alpha_l + \beta_l . t_{il}$ و $l = 1,2, \dots, m; i = 1,2, \dots, k_{l+1}$
p_{jl}	زمان پردازش کار j روی ماشین l.
p_{jlr}	زمان واقعی پردازش کار j روی ماشین l در نوبت توالی r. $r = 1, \dots, n_l$
$f_{jl}(r)$	فاکتور زوال برای تابع زوال وابسته به موقعیت و کار برای کار j روی ماشین l در نوبت توالی r. بطوریکه $f_{jl}(r) = r^{a_{jl}}$.
$g(r)$	تابع تأثیر زمان آماده‌سازی در مدل. بطوریکه $g(1) = 0$، در غیر اینصورت

$g(r) = (r-1)^0 \; .g(r) = 1$

c_l فاکتور زوال در تابع زوال وابسته به زمان. $c_l > 0 \; ; \; l = 1,2,\dots,m$

$x_{j'jlr}$ متغیر تصمیم. اگر کار j بعد از کار 'j روی ماشین l و در نوبت توالی r انجام شود مقدار یک، در غیر اینصورت مقدار صفر.

تابع اثر زوال وابسته به کار و موقعیت کار در توالی

در این حالت زمان پردازش یک کار می‌تواند بر اساس موقعیت یک کار در توالی تغییر کند. بنا براین مقدارتابع با افزایش موقعیت کار در توالی افزایش خواهد یافت. این تابع ممکن است علاوه بر موقعیت کار، به خود کار(جنس کار) نیز وابسته باشد (Yang, 2013).

اگر کار j در موقعیت r از ماشین M_l پردازش شود، زمان پردازش واقعی آن(p_{jlr}) از رابطه (۲) بدست خواهد آمد:

$$p_{jlr} = p_{jl} \cdot f_{jl}(r) \; ; \; l = 1,2,\dots,m \,, j = 1,2,\dots,n \,, r = 1,\dots,n_l \qquad (۲)$$

بطوریکه $f_{jl}(r)$ فاکتور زوال کار پردازش شده در موقعیت r می‌باشد و مقدار آن می‌تواند از هر تابع افزایشی که وابسته به r باشد، بطوریکه $f_{jl}(1) = 1$ و $f_{jl}(r) \geq 1$ بدست آید. همچنین پارامترهای این تابع می‌تواند به ازای هر کار یا ماشین متفاوت در نظر گرفته شوند.

با تعریف $p_{l[r]}^{(i)}$ ، $f_l^{(i)}(r)$ و $C_{l[r]}^{(i)}$ و $S_{l[r-1][r]}^{(i)}$ به ترتیب بعنوان زمان پردازش اسمی، فاکتور اثر زوال وابسته به موقعیت کار و زمان اتمام کار و زمان آماده‌سازی وابسته به توالی کار پردازش شده در موقعیت r از گروه کاری G_{il} مربوط به ماشین M_l، بطوریکه $l = 1,2,\dots,m \;\; , i = 1,2,\dots,k_l + 1 \;\; , \; r = 1,\dots,n_l$.

آنگاه به ازای بردار داده شده $P(n,m) = (n_1, n_2, \dots, n_m)$ و $Q(n_l, k_l + 1) = \left(n_{1l}, n_{2l}, \dots, n_{k_l+1,l}\right)$ برای $l = 1,2,\dots,m$ تابع هدف مسأله فوق می‌تواند بصورت (۳) فرموله شود:

$$TC = \sum_{l=1}^{m}\sum_{i=1}^{k_l}\left(n_l - \sum_{d=1}^{i} n_{dl}\right)\alpha_l + \sum_{l=1}^{m}\sum_{i=1}^{k_l+1}\sum_{r=1}^{n_{il}}\left[\left(n_l - \sum_{d=1}^{i} n_{dl} + n_{il} - r + 1\right) + \left(n_l - \sum_{d=1}^{i} n_{dl}\right)\beta_l\right] \cdot \left(p_{l[r]}^{(i)} . f_l^{(i)}(r) + g(r) . S_{l[r-1][r]}^{(i)}\right) \quad (۳)$$

اثبات: اثبات تابع هدف در پیوست الف، قابل مشاهده است.

متغیر تصمیم باینری $x_{j'jlr}$ تعریف می‌شود، بطوریکه اگر کار j پس از کار j' و در موقعیت r ماشین l پردازش شود $x_{j'jlr} = 1$ و در غیر اینصورت $x_{j'jlr} = 0$.

آنگاه به ازای بردار داده شده $P(n,m) = (n_1, n_2, \dots, n_m)$ و $Q(n_l, k_l + 1) = (n_{1l}, n_{2l}, \dots, n_{k_l+1,l})$ برای $l = 1,2,\dots,m$، بطوریکه شرایط زیر برقرار باشد:

$z_{il} = \sum_{d=1}^{i} n_{dl}$ ، $\sum_{i=1}^{k_{l+1}} n_{il} = n_l$ ، $\sum_{l=1}^{m} n_l = n$ ، $\sum_{l=1}^{m} k_l \le k$

با حل مدل زیر می‌توان مینیمم تابع هدف فوق را بدست آورد:

$$Min\ \ TC = \sum_{l=1}^{m}\sum_{i=1}^{k_l}(n_l - z_{il})\alpha_l + \sum_{j'=0}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sum_{l=1}^{m}\sum_{i=1}^{k_l+1}\sum_{r=1+z_{(i-1),l}}^{z_{il}}[(n_l - r + 1) + (n_l - z_{il})\beta_l].\left(p_{jl}.f_{jl}\left(r - z_{(i-1),l}\right) + g\left(r - z_{(i-1),l}\right).S_{j'jl}\right).x_{j'jlr} \quad (۴)$$

Subject to:

$$\sum_{j=1}^{n} x_{j'jlr} = 1 \;\; ; \;\; \forall\, j' \neq j = 1, \dots, n \;\; , \forall\, l = 1, \dots, m \;\; , \forall\, r = 2, \dots, n_l \qquad (۵)$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{0jl1} = 1 \; ; \; \forall\, l = 1, \dots, m \qquad (۶)$$

$$\sum_{j'=0}^{n} \sum_{l=1}^{m} \sum_{r=1}^{n_l} x_{j'jlr} = 1 \;\; ; \;\; \forall j \neq j' = 1, \dots, n \qquad (۷)$$

$$x_{j'jlr} \in \{0,1\} \; ; \; \forall j' = 1, \dots, n \,, \forall j = 1, \dots, n \,, \forall l = 1, \dots, m \;\; , \forall r = 1, \dots, n_l \qquad (۸)$$

بطوریکه برای $\mathrm{i} = 1,2, \dots, \mathrm{k_l} + 1 \;\; , \;\; \mathrm{l} = 1,2, \dots, \mathrm{m}$ مقدار $z_{il} = \sum_{d=1}^{i} n_{dl}$ و $z_{0l} = 0$ و نیز به ازای $\forall j = 1, \dots, n \,, \forall l = 1, \dots, m$ مقدار $S_{0jl} = 0$ می‌باشد. محدودیت‌های (۵) و (۶) به ترتیب نشان می‌دهدکه هر جایگاه از ماشین M_l نیز تنها می‌تواند به یک کار اختصاص پیدا کند و قبل از اولین کار، کاری وجود ندارد، محدودیت (۷) نشان می‌دهد که هر کار تنها می‌تواند یکبار پردازش شود. عبارت (۸) بیانگر باینری بودن متغیر مدل است.

تابع اثر زوال وابسته به زمان

در این حالت تابع زوال وابسته به زمان است. زمان پردازش واقعی یک کار تابعی افزایشی نسبت به زمان دارد و در بیشتر مواقع تابعی از زمان شروع آن کار است. بطورکلی در این حالت هر گونه تأخیر در برآوردن یک کارمنجر به نیاز به تلاش بیشتر برای انجام آن کار خواهد شد(Gawiejnowicz, 2008). در این مقاله به دلیل وجود زمان آماده‌سازی برای کارها، دو حالت تابع زوال وابسته زمان در نظر گرفته شده است. حالت اول تابع زوالی است که کل زمان، یعنی مجموع زمان‌های پردازش و زمان آماده‌سازی را در بر می‌گیرد و حالت دیگر تنها متأثر از زمان‌های صرف شده برای پردازش است. در برخی تحقیقات نیز تابع زوال متأثر از زمان نرمال پردازش کارهاست(Liu, et al., 2013). البته این نوع تابع زوال بیشتر

در کنار توابع ترکیبی اثر زوال و اثر یادگیری بکار رفته است. در این تحقیق نیز این حالت به عنوان حالت سوم تابع زوال وابسته به زمان لحاظ شده است.

۲-۲-۱- تابع اثر زوال وابسته به کل زمان سپری شده:

در این حالت با توجه به تأثیر کل زمان سپری شده بر زمان پردازش واقعی آن(P_{jlr}) از رابطه (۹) بدست خواهد آمد:

$$P_{jlr} = p_{jl} + c_l \cdot ST_{lr} \qquad (۹)$$

بطوریکه $\mathrm{ST_{lr}}$ زمان شروع کار انجام شده در موقعیت r از ماشین $\mathrm{M_l}$ است.

با تعریف $\mathrm{p}_{\mathrm{l[r]}}^{(\mathrm{i})}$ ، $\mathrm{C}_{\mathrm{l[r]}}^{(\mathrm{i})}$ و $\mathrm{S}_{\mathrm{l[r-1][r]}}^{(\mathrm{i})}$به ترتیب بعنوان زمان پردازش اسمی، زمان اتمام کار و زمان آماده‌سازی وابسته به توالی کار پردازش شده در موقعیت r از گروه کاری G_{il} مربوط به ماشین M_l، بطوریکه $\mathrm{l = 1,2, \dots, m,\ \ i = 1,2, \dots, k_l + 1 \ \ , \ \ r = 1, \dots, n_l}$ باشد. آنگاه به ازای بردار داده شده $\mathrm{P(n, m) = (n_1, n_2, \dots, n_m)}$ و $\mathrm{Q(n_l, k_l + 1) = \left(n_{1l}, n_{2l}, \dots, n_{k_l+1,l}\right)}$ برای $l = 1,2, \dots, \mathrm{m}$، تابع هدف مسأله فوق می‌تواند بصورت (۱۰) فرموله شود:

$$\begin{aligned} TC = {} & \sum_{l=1}^{m}\sum_{i=1}^{k_l}\left(n_l - \sum_{d=1}^{i} n_{dl}\right)\alpha_l \\ & + \sum_{l=1}^{m}\sum_{i=1}^{k_l+1}\sum_{r=1}^{n_{il}}\Bigg[(1+\beta_l)\Bigg(n_l \\ & - \sum_{d=1}^{i} n_{dl}\Bigg)(1+c_l)^{(n_{il}-r)} + \sum_{u=0}^{n_{il}-r}(1+c_l)^u\Bigg].p_{l[r]}^{(i)} \\ & + \Bigg[(1+\beta_l)\left(n_l - \sum_{d=1}^{i} n_{dl}\right)(1+c_l)^{(n_{il}-r+1)} \\ & + \sum_{u=1}^{n_{il}-r+1}(1+c_l)^u\Bigg].g(r).S_{l[r-1][r]}^{(i)} \end{aligned} \qquad (۱۰)$$

اثبات: اثبات تابع هدف در پیوست ب، قابل مشاهده است.

متغیر تصمیم باینری $x_{j'jlr}$ تعریف می‌شود، بطوریکه اگر کار j پس از کار j' و در موقعیت r ماشین l پردازش شود $\mathrm{x_{j'jlr}} = 1$ و در غیر اینصورت $\mathrm{x_{j'jlr}} = 0$.

آنگاه به ازای بردار داده شده $P(n,m) = (n_1, n_2, \dots, n_m)$ و $Q(n_l, k_l + 1) = \left(n_{1l}, n_{2l}, \dots, n_{k_l+1,l}\right)$ برای $l = 1,2, \dots, m$، بطوریکه شرایط زیر برقرار باشد:

$z_{il} = \sum_{d=1}^{i} n_{dl}$ ، $\sum_{i=1}^{k_l+1} n_{il} = n_l$ ، $\sum_{l=1}^{m} n_l = n$ ، $\sum_{l=1}^{m} k_l \leq k$

با حل مدل زیر می‌توان مینیمم تابع هدف فوق را بدست آورد:

$$TC = \sum_{l=1}^{m}\sum_{i=1}^{k_l}(n_l - z_{il})\alpha_l + \sum_{j'=0}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sum_{l=1}^{m}\sum_{i=1}^{k_l+1}\sum_{r=1+z_{(i-1),l}}^{z_{il}}\left[\left[(1+\beta_l)(n_l - z_{il})(1+c_l)^{(z_{il}-r)} + \sum_{u=0}^{z_{il}-r}(1+c_l)^u\right].p_{jl} + \left[(1+\beta_l)(n_l - z_{il})(1+c_l)^{(z_{il}-r+1)} + \sum_{u=1}^{z_{il}-r+1}(1+c_l)^u\right].g\big(r - z_{(i-1),l}\big).S_{j'jl}\right].x_{j'jlr} \tag{۱۱}$$

Subject to:

$$\sum_{j=1}^{n} x_{j'jlr} = 1 \ \ ; \ \ \forall\, j' \neq j = 1, \dots, n \ \ , \forall\, l = 1, \dots, m \ \ , \forall\, r = 2, \dots, n_l \tag{۱۲}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{0jl1} = 1 \ ; \ \forall\, l = 1, \dots, m \tag{۱۳}$$

$$\sum_{j'=0}^{n}\sum_{l=1}^{m}\sum_{r=1}^{n_l} x_{j'jlr} = 1 \quad ; \quad \forall j \neq j' = 1, \dots, n \tag{۱۴}$$

$$x_{j'jlr} \in \{0,1\} \; ; \; \forall j' = 1, \dots, n \,, \forall j = 1, \dots, n \,, \forall l = 1, \dots, m \;\,, \forall r = 1, \dots, n_l \tag{۱۵}$$

بطوریکه برای $l = 1,2, \dots, m \;,\; i = 1,2, \dots, k_l + 1$ مقدار $z_{il} = \sum_{d=1}^{i} n_{dl}$ و $z_{0l} = 0$ و نیز به ازای $\forall j = 1, \dots, n \,, \forall l = 1, \dots, m$ مقدار $S_{0jl} = 0$ می‌باشد. محدودیت‌های (۱۲) و (۱۳) به ترتیب نشان می‌دهدکه هر جایگاه از ماشین M_l نیز تنها می‌تواند به یک کار اختصاص پیدا کند وقبل از اولین کار، کاری وجود ندارد، محدودیت (۱۴) نشان می‌دهد که هر کار تنها می‌تواند یکبار پردازش شود. عبارت (۱۵) بیانگر باینری بودن متغیر مدل است.

۲-۲-۲- تابع اثر زوال وابسته به زمان صرف شده برای پردازش:

در این حالت زمان پردازش واقعی آن(P_{jlr}) از رابطه (۱۶) بدست خواهد آمد:

$$P_{jlr} = p_{jl} + c_l \cdot \sum_{v=1}^{r-1} P_{[v]lv} = ST_{lr} - \left(\sum_{v=1}^{r} (1 + c_l)^{r-v} \cdot S_{[v-1][v]} \right) \tag{۱۶}$$

بدین ترتیب تابع هدف مسأله فوق می‌تواند بصورت زیر فرموله شود:

$$TC = \sum_{l=1}^{m}\sum_{i=1}^{k_l}\left(n_l - \sum_{d=1}^{i} n_{dl}\right)\alpha_l + \sum_{l=1}^{m}\sum_{i=1}^{k_l+1}\sum_{r=1}^{n_{il}}\left[(1+\beta_l)\left(n_l - \sum_{d=1}^{i} n_{dl}\right) \cdot (1+c_l)^{(n_{il}-r)} + \sum_{u=0}^{n_{il}-r}(1+c_l)^u\right]\cdot p_{l[r]}^{(i)} + \left[\left(n_l - \sum_{d=1}^{i} n_{dl} + n_{il} - r + 1\right) + \left(n_l - \sum_{d=1}^{i} n_{dl}\right)\beta_l\right]\cdot g(r).S_{l[r-1][r]}^{(i)} \quad (۱۷)$$

اثبات: اثبات تابع هدف در پیوست ج، قابل مشاهده است.

متغیر تصمیم باینری $\mathrm{x_{j'jlr}}$ تعریف می‌شود، بطوریکه اگر کار j پس از کار j' و در موقعیت r ماشین l پردازش شود $\mathrm{x_{j'jlr}} = 1$ و در غیر اینصورت $\mathrm{x_{j'jlr}} = 0$.

آنگاه به ازای بردار داده شده $P(n,m) = (n_1, n_2, \dots, n_m)$ و $\mathrm{Q(n_l, k_l+1)} = \left(\mathrm{n_{1l}, n_{2l}, \dots, n_{k_l+1,l}}\right)$ برای $l = 1,2,\dots,m$، بطوریکه شرایط زیر برقرار باشد:

$z_{il} = \sum_{d=1}^{i} n_{dl}$ ، $\sum_{i=1}^{k_{l+1}} n_{il} = n_l$ ، $\sum_{l=1}^{m} n_l = n$ ، $\sum_{l=1}^{m} k_l \leq k$

با حل مدل زیر می‌توان مینیمم تابع هدف فوق را بدست آورد:

$$TC = \sum_{l=1}^{m}\sum_{i=1}^{k_l}(n_l - z_{il})\alpha_l + \sum_{j'=0}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sum_{l=1}^{m}\sum_{i=1}^{k_l+1}\sum_{r=1+z_{(i-1),l}}^{z_{il}}\left[\left[(1+\beta_l)(n_l - z_{il})(1+c_l)^{(z_{il}-r)} + \sum_{u=0}^{z_{il}-r}(1+c_l)^u\right].p_{jl} + [(n_l - r + 1) + (n_l - z_{il})\beta_l].g\left(r - z_{(i-1),l}\right).S_{j'jl}\right].x_{j'jlr} \quad (۱۸)$$

Subject to:

$$\sum_{j=1}^{n} x_{j'jlr} = 1 \;\; ; \;\; \forall\, j' \neq j = 1,\dots,n \;\; ,\forall\, l = 1,\dots,m \;\; ,\forall\, r = 2,\dots,n_l \quad (۱۹)$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{0jl1} = 1 \;\; ; \;\; \forall\, l = 1,\dots,m \quad (۲۰)$$

$$\sum_{j'=0}^{n}\sum_{l=1}^{m}\sum_{r=1}^{n_l} x_{j'jlr} = 1 \;\; ; \;\; \forall j \neq j' = 1,\dots,n \quad (۲۱)$$

$$x_{j'jlr} \in \{0,1\} \; ; \; \forall j' = 1,\dots,n \,, \forall j = 1,\dots,n \,, \forall l = 1,\dots,m \;\; ,\forall r = 1,\dots,n_l \quad (۲۲)$$

بطوریکه برای $l = 1,2,\dots,m \;,\; i = 1,2,\dots,k_l + 1$ مقدار $z_{il} = \sum_{d=1}^{i} n_{dl}$ و $z_{0l} = 0$ و نیز به ازای $\forall j = 1,\dots,n \,, \forall l = 1,\dots,m$ مقدار $S_{0jl} = 0$ می‌باشد.

محدودیت‌های (۱۹) و (۲۰) به ترتیب نشان می‌دهدکه هر جایگاه از ماشین M_l نیز تنها می‌تواند به یک کار اختصاص پیدا کند وقبل از اولین کار، کاری وجود ندارد، محدودیت

(۲۱) نشان می‌دهد که هر کار تنها می‌تواند یکبار پردازش شود. عبارت (۲۲) بیانگر باینری بودن متغیر مدل است.

تابع اثر زوال وابسته به مجموع زمان‌های نرمال پردازش شده:

در این حالت زمان پردازش واقعی آن(P_{jlr}) از رابطه (۲۳) بدست خواهد آمد:

$$P_{jlr} = p_{jl} + c_l \cdot \sum_{v=1}^{r-1} p_{[v]l} \qquad (۲۳)$$

بطوریکه $p_{[v]l}$ برابر زمان اسمی پردازش برای کار پردازش شده در موقعیت v توالی باشد. با تعریف $p_{l[r]}^{(i)}$ ، $C_{l[r]}^{(i)}$ و $S_{l[r-1][r]}^{(i)}$به ترتیب بعنوان زمان پردازش اسمی، زمان اتمام کار و زمان آماده‌سازی وابسته به توالی کار پردازش شده در موقعیت r از گروه کاری G_{il} مربوط به ماشین M_l، بطوریکه $l = 1,2, \dots, m\ ,\ i = 1,2, \dots, k_l + 1\ , r = 1, \dots, n_l$ باشد.

به ازای بردار داده شده $P(n, m) = (n_1, n_2, \dots, n_m)$ و $Q(n_l, k_l + 1) = (n_{1l}, n_{2l}, \dots, n_{k_l+1,l})$ برای $l = 1,2, \dots, m$، تابع هدف مسأله فوق می‌تواند بصورت زیر فرموله شود:

$$
\begin{aligned}
\mathrm{TC} = {} & \sum_{l=1}^{m}\sum_{i=1}^{k_l}\left(n_l-\sum_{d=1}^{i}n_{dl}\right)\alpha_l \\
& + \sum_{l=1}^{m}\sum_{i=1}^{k_l+1}\sum_{r=1}^{n_{il}}\Bigg[(1+\beta_l)\left(n_l-\sum_{d=1}^{i}n_{dl}\right)(1 \\
& + (n_{il}-r)c_l) + \sum_{u=0}^{n_{il}-r}(1+uc_l)\Bigg]\cdot p_{l[r]}^{(i)} \\
& + \Bigg[\left(n_l-\sum_{d=1}^{i}n_{dl}+n_{il}-r+1\right) \\
& + \left(n_l-\sum_{d=1}^{i}n_{dl}\right)\beta_l\Bigg]\cdot g(r).\,S_{l[r-1][r]}^{(i)}
\end{aligned}
\qquad (۲۴)
$$

اثبات: اثبات تابع هدف در پیوست د، قابل مشاهده است.

متغیر تصمیم باینری $x_{j'jlr}$ تعریف می‌شود، بطوریکه اگر کار j پس از کار j' و در موقعیت r ماشین l پردازش شود $x_{j'jlr}=1$ و در غیر اینصورت $x_{j'jlr}=0$.

آنگاه به ازای بردار داده شده $P(n,m)=(n_1,n_2,\dots,n_m)$ و $Q(n_l,k_l+1)=\left(n_{1l},n_{2l},\dots,n_{k_l+1,l}\right)$ برای $l=1,2,\dots,m$، بطوریکه شرایط زیر برقرار باشد:

$z_{il}=\sum_{d=1}^{i}n_{dl}$ ، $\sum_{i=1}^{k_{l+1}}n_{il}=n_l$ ، $\sum_{l=1}^{m}n_l=n$ ، $\sum_{l=1}^{m}k_l\leq k$

با حل مدل زیر می‌توان مینیمم تابع هدف فوق را بدست آورد:

$$TC = \sum_{l=1}^{m}\sum_{i=1}^{k_l}(n_l - z_{il})\alpha_l + \sum_{j'=0}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sum_{l=1}^{m}\sum_{i=1}^{k_l+1}\sum_{r=1+z_{(i-1),l}}^{z_{il}}\left[\left[\left[(1+\beta_l)(n_l - z_{il})(1+(z_{il}-r).c_l) + \sum_{u=0}^{z_{il}-r}(1+u.c_l)\right].p_{jl} + [(n_l - r + 1) + (n_l - z_{il})\beta_l].g\big(r - z_{(i-1),l}\big).S_{j'jl}\right].x_{j'jlr}\right. \tag{۲۵}$$

Subject to:

$$\sum_{j=1}^{n} x_{j'jlr} = 1 \;\; ; \;\; \forall\, j' \neq j = 1, \dots, n \;\; , \forall\, l = 1, \dots, m \;\; , \forall\, r = 2, \dots, n_l \tag{۲۶}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{0jl1} = 1 \; ; \; \forall\, l = 1, \dots, m \tag{۲۷}$$

$$\sum_{j'=0}^{n}\sum_{l=1}^{m}\sum_{r=1}^{n_l} x_{j'jlr} = 1 \;\; ; \;\; \forall j \neq j' = 1, \dots, n \tag{۲۸}$$

$$x_{j'jlr} \in \{0,1\} \; ; \; \forall j' = 1, \dots, n \,, \forall j = 1, \dots, n \,, \forall l = 1, \dots, m \;\, , \forall r = 1, \dots, n_l \tag{۲۹}$$

بطوریکه برای $i = 1,2, \dots, k_l + 1$ ، $l = 1,2, \dots, m$ مقدار $z_{il} = \sum_{d=1}^{i} n_{dl}$ و $z_{0l} = 0$ و نیز به ازای $\forall l = 1, \dots, m$ ، $\forall j = 1, \dots, n$ مقدار $S_{0jl} = 0$ می‌باشد. محدودیت‌های (۲۶) و (۲۷) به ترتیب نشان می‌دهدکه هر جایگاه از ماشین M_l نیز تنها

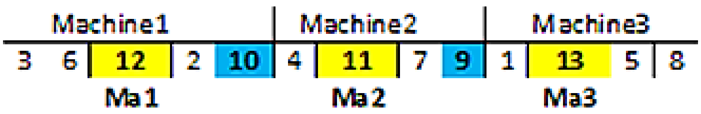
می‌تواند به یک کار اختصاص پیدا کند وقبل از اولین کار، کاری وجود ندارد، محدودیت (۲۸) نشان می‌دهد که هر کار تنها می‌تواند یکبار پردازش شود. عبارت (۲۹) بیانگر باینری بودن متغیر مدل است.

روش حل

این مسأله در حالت قطعی، بدون زمان آماده‌سازی وابسته به توالی دارای پیچیدگی $O\left(n^{\mathrm{m+k+2}}\right)$ می‌باشد. از طرفی وجود زمان آماده‌سازی وابسته به توالی برای حالت دو ماشین موازی با هر تابع هدف، $\mathrm{NP-Hard}$ است(Behnamian, 2009). لذا در این مقاله از الگوریتم فراابتکاری شبیه‌سازی تبرید برای حل مسأله در مقیاس بزرگ استفاده شده است.

علامت گذاری

برای مسأله مورد بررسی با n کار و m ماشین و k فعالیت نت، متغیر جواب یک بردار سطری و یک جایگشت از اعداد بهم ریخته $n+m+k-1$ درایه می‌باشد. اعداد کوچکتر از n، شماره کارها و اعداد بین n+1 تا n+m-1 جدا کننده شماره ماشینها و اعداد n+m تا پایان نشان دهنده شماره نت می‌باشد. شکل(۱) نمونه جواب برای 8 کار، 3 ماشین و 3 فعالیت نت متفاوت است:



شکل(۱): نمونه‌ای از نمایش جواب

الگوریتم شبیه‌سازی تبرید

ویژگی بارز این الگوریتم تابع احتمال انتخاب است که ممکن است در طول اجرای الگوریتم از افتادن الگوریتم در یک جواب بهینه محلی جلوگیری می‌کند(Ji, et al., 2014). تابع

احتمال پذیرش یک جواب غیر بهینه از رابطه $Ps_i = e^{-\frac{\Delta f}{T_i}}$ بدست می‌آید. بطوریکه Ps_i احتمال پذیرش یک جواب بدتر در تکرار iبرای الگوریتم SA می‌باشد، Δfمیزان بدتر شدن تابع هدف و T_i نشان‌دهنده میزان دما در تکرار i می‌باشد که در هر تکرار با ضرب در مقدار ثابت α کاهش می‌یابد ($T_{i+1}=\alpha\times T_i$)، به این ترتیب احتمال پذیرش جواب بدتر در طول اجرای الگوریتم کاهش می‌یابد، لذا در ابتدای اجرای الگوریتم احتمال پذیرش جواب بدتر بیشتر است که این یک فرصت و رویکردی برای فرار ار نقاط بهینه محلی است اما در تکرارهای پایانی تنها جوابهای بهتر مورد پذیرش است(Behnamian, 2009) و (Bank, et al. 2012).

مثال و نتایج محاسباتی

جهت نشان دادن کارایی الگوریتم، ۱۲مسئله با ابعاد مختلف به صورت تصادفی برای حالت تابع زوال وابسته به کار و موقعیت کار در توالی و ۱۲ مسئله با ابعاد مختلف به صورت تصادفی برای حالت زوال وابسته به زمان تولید شده‌اند. در این مقاله از روش تاگوچی برای تنظیم معیارها استفاده شده است. هدف پیدا کردن ترکیب بهینه مقدار فاکتورهای قابل کنترل است. برای الگوریتم شبیه‌سازی تبرید پیشنهادی، پارامترهای دمای اولیه(T_0)، نرخ کاهش دما(α) و احتمال عملگرهای جستجوی همسایگی(P_n) باید تنظیم شوند. جدول(۱) سطوح انتخابی پارامترهای الگوریتم را نشان می‌دهد.

جدول (۱): پارامترها و سطوح در نظر گرفته شده برای طراح آزمایش

SA Parameters	*Level ۱*	*Level ۲*	*Level ۳*	*Level ۴*
T_0	۵۰	۱۰۰	۲۰۰	۳۰۰
α	۰/۹۳	۰/۹۵	۰/۹۷	۰/۹۹
P_n	$(\frac{۱}{۳}, \frac{۱}{۳}, \frac{۱}{۳})$	(%۴۰,%۳۰,%۳۰)	(%۳۰,%۴۰,%۳۰)	(%۳۰,%۳۰,%۴۰)

بر اساس جدول استاندارد تاگوچی، از طرح L16 استفاده شده است. لذا در نهایت آزمایشات برای مدل‌های مشابه اجرا گردیده و سپس نتایج توابع هدف برای آزمایشهای مختلف بدست آمده است. جدول(۲) مقدار میانگین تابع هدف به ازای هر یک از آزمایش‌های انجام شده را نشان می‌دهد. شکل‌های (۲) و (۳) به ترتیب نشان‌دهنده‌ی میانگین پاسخ و استواری جواب برای هر ترکیب می‌باشد. با توجه به معیار تابع هدف که حداقل‌کردن می‌باشد، گزینه "کوچک‌تر بهتر است" برای بررسی سطوح متغیر پاسخ انتخاب می‌شود. به این ترتیب ترکیبی از پایین‌ترین سطوح عوامل مختلف به عنوان ترکیب مطلوب انتخاب می‌شود که این مقدار برابر T_0=200، α=0.97 و احتمال عملگرهای جستجوی همسایگی برابر (%30,%30,%40)در نظر گرفته می‌شود.

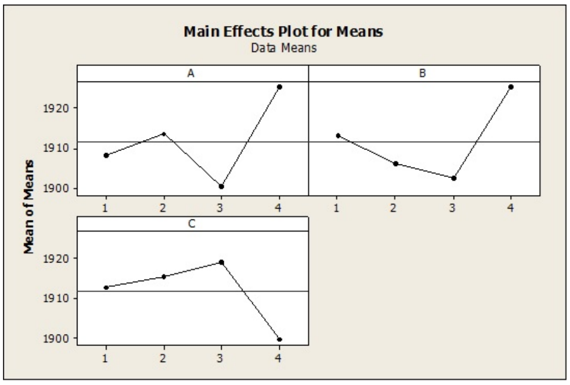
عامل استواری جواب نشان‌دهنده قدرت عوامل در نظر گرفته شده برای حداقل نمودن تغییرپذیری در فرایند با کنترل سایر عوامل غیرقابل کنترل می‌باشد. از این‌رو هر چه میزان استواری یک ترکیب بیشتر باشد، آن ترکیب مناسب‌تر خواهد بود. بر این اساس، ترکیب T_0=200، α =0.97 و سناریوی احتمال عملگرهای جستجوی همسایگی به ترتیب برابر (%30,%30,%40)، به عنوان ترکیب بهینه از لحاظ استواری جواب انتخاب می‌گردد. شرط توقف الگوریتم نیز تعداد ۵۰۰ تکرار با ۵۰ تکرار داخلی در دمای ثابت در نظر گرفته شده است. در نهایت جهت انجام آزمایشات محاسباتی، مقادیر عددی داده‌های ورودی و نحوه تولید و توزیع آماری آنها در جدول (۳) نشان داده شده است. ابعاد مسأله به صورت $n \times m \times k$ مشخص شده است، n، تعداد کارها و m، تعداد ماشین‌ها و k، حداکثر مجاز تعداد فعالیت‌های نت می‌باشد. در هر آزمایش برای هر دو حالت، ۱۲ نمونه مسأله با مدل‌های یکسان ایجاد و با استفاده از GAMS و روش فراابتکاری حل شده است.

جدول (۲): نتایج میانگین و سیگنال به نویز در طراحی آزمایشات تاگوچی

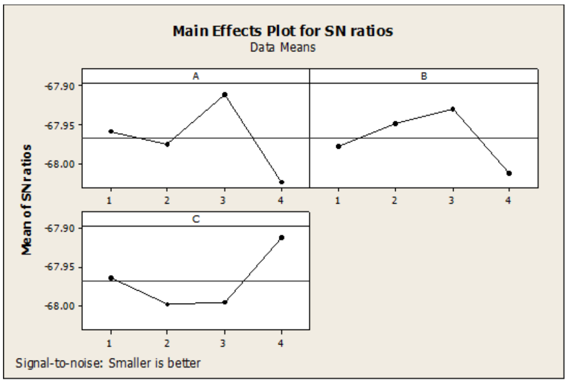
No.	*Levels of Parameters*			*Mean*	*S/N ratio*
۱	۱	۱	۱	۱۹۲۱/۳٤	-٦۸/۰۱۳۸
۲	۲	۲	۱	۱۹۱۱/۱٦	-٦۸/۰۳۸۱
۳	۳	۳	۱	۱۸۹۷/٦٦	-٦۷/۸۹۲۰
٤	٤	٤	۱	۱۹۰۱/۸۹	-٦۷/۸۹۲۷
٥	۲	۱	۲	۱۹۱۱/۳۸	-٦۷/۹٥۰۷
٦	۱	۲	۲	۱۸۹۹/۰۹	-٦۷/۹۰٤٤
۷	٤	۳	۲	۱۹۰۳/۰۳	-٦۷/۹٤۳۳
۸	۳	٤	۲	۱۹٤۱/۷۸	-٦۸/۱۰٤۹
۹	۳	۱	۳	۱۹۱٤/۱۹	-٦۸/۰۰۰۹
۱۰	٤	۲	۳	۱۸۱۹/۲٤	-٦۷/۸٦۷٥
۱۱	۱	۳	۳	۱۸۸٤/۲۳	-٦۷/۸۳۲۰
۱۲	۲	٤	۳	۱۹۱۱/٤٥	-٦۷/۹٤۸۰
۱۳	٤	۱	٤	۱۹۰٥/۱۰	-٦۷/۹٤۸۰
۱٤	۳	۱	٤	۱۹۲۲/۹۳	-٦۷/۹۸٥۱
۱٥	۲	۳	٤	۱۹۲۷/۰۸	-٦۸/۰٥٦٤
۱٦	۱	٤	٤	۱۹٤٥/۷۰	-٦۸/۱۰۷۷

جدول (۳): مقادیر داده‌های مسأله برای تولید مسائل نمونه

پارامترها	*سطوح یا مقادیر*
تعداد کارها(n)	۱۰–۲۰–۵۰–۱۰۰
تعداد ماشین‌ها(m)	۲–۵–۱۰
تعداد نت مجاز(k)	۲–۵–۱۰–۲۰
زمان پردازش(p_{jl})	Random Integer[۱۰،۵۰]
زمان آماده‌سازی($S_{j'jl}$)	Random Integer[۱،۲۰]
ثابت مدت نت(α_l)	Uinform(۱,۰۰،۵,۰۰)
ضریب مدت نت(β_l)	Uinform(۰,۱۰،۰,۲۰)
پارامتر تابع زوال وابسته به موقعیت(a_{jl})	Uinform(۰,۰۵،۰,۲۰)
پارامتر تابع زوال وابسته به زمان(c_l)	Uinform(۰,۰۵،۰,۲۰)



شکل(۲): مقایسه میانگین پاسخ‌ها



شکل(۳): مقایسه استواری پاسخ‌ها

تابع زوال وابسته به کار و موقعیت کار در توالی

در این بخش نتایج حل مسأله در حالت قطعی، با استفاده از دو روش حل الگوریتم فراابتکاری و حل دقیق، آورده شده است. مسأله تولید شده با داده‌های تصادفی، برای تابع زوال وابسته به موقعیت کار در توالی برای حالتهای مختلف کار و ماشین در مقیاس کوچک، متوسط و بزرگ اجرا شده است. برای هر آزمایش ۱۲ مسأله تصادفی تولید و برای الگوریتم فراابتکاری هر مسأله پنج بار اجرا گردیده است. میانگین پاسخ‌ها و بدترین پاسخ الگوریتم فراابتکاری،

میانگین پاسخ حل دقیق، درصد اختلاف میانگین پاسخها و میانگین زمان حل در جدول(۴) نشان داده شده است.

٤-٢- تابع زوال وابسته به زمان

مسأله تولید شده با داده‌های تصادفی، برای تابع زوال وابسته به کل زمان سپری شده در حالتهای مختلف کار و ماشین در اندازه‌های مختلف اجرا شده است. برای هر آزمایش ده مسأله تصادفی تولید و برای الگوریتم فراابتکاری هر مسأله پنج بار اجرا گردیده است. برای ۱۲ مسأله اجرا شده میانگین پاسخ‌ها و میانگین بدترین پاسخ الگوریتم فراابتکاری، میانگین پاسخ حل دقیق، درصد اختلاف میانگین پاسخها و میانگین زمان اجرای حل مدل و الگوریتم پیشنهادی بصورت جداگانه برای تابع زوال وابسته به کل زمان صرف شد در جدول(۵) و برای تابع زوال وابسته به زمان پردازش واقعی در جدول(۶) و نتایج تابع زوال وابسته به زمان پردازش اسمی در جدول(۷) نشان داده شده است.

جدول (۴): نتایج آزمایشات محاسباتی تابع زوال وابسته به کار و موقعیت کار در توالی

Size (n × m × k)	mean Z_{SA}	worst Z_{SA}	Z_{GAMS}	Gap(%)	Time	
					SA	GAMS
١٠ × ٢ × ٢	٣٨٨١/٦٧٧	٦٧٧/٣٨٨١	٦٧٧/٣٨٨١	٠	٢٨/٥٥٦٦٥	١٢/٠٣
٢٠ × ٢ × ٢	٢٦٣٥/٧٠٢	٢٦٣٧/٢٩٤	٢٦٣٣/٠٦٧	٠/١٠٠١	٣٤/٠٧٧	٢٢/٤٢٣٩٢
٢٠ × ٢ × ٥	٢٤٤٩/٣٧٦	٢٤٥٦/٩٥٣	٢٤٣٦/٨٨٤	٠/٥١٢٦١٤	٣٩/٥١٦٧٥	٧١/٧٥٦٥٤
٢٠ × ٥ × ٥	٩٧٢/١٦٤٩	٩٧٩/٧١١٩	٩٥٩/٨١٨٤	١/٢٨٦٣٣٦	٤٩/٣٣٨٢	٢٢٩/٦٢٠٩
٥٠ × ٢ × ٥	١٦١٩٧/٣	١٦٣٣٦/٠٩	١٥٩٧٠/٥٤	١/٤١٩٨٧٨	٥٥/٦١٤٤٥	١٧٧/٦٢٣٣
٥٠ × ٥ × ٥	٥٠٥١/٧٣٨	٥١٠٣/٢٠١	٤٩٦٧/٨٧٩	١/٦٨٨٠٢١	٦٥/٦٤٠٠٥	٤١٩/٠٥٨٢
٥٠ × ٥ × ١٠	٤٩٩٢/٥١٥	٥٠٥٨/٤٠٣	٤٨٨٥/٦٧٥	٢/١٨٦٧٩٧	٧٣/٧٣٣٦	١٠٠٥/٧٤
٥٠ × ١٠ × ١٠	٢٣٨٧/٣٦٩	٢٤٢٧/٨٠٦	٢٣٢٢/١٩٤	٢/٨٠٦٦٢١	٩١/٥٦٩٨	٢٣١٣/٢٠١
١٠٠ × ٥ × ٥	٢١٧٥٣/٥	٢٢٠٩١/٥	٢١٢٠٧/٤٩	٢/٥٧٤٦٢٣	٩٢/٧٦٣٥	٧٢٠/٧٨٠١
١٠٠ × ٥ × ١٠	٢١٢٥٨/٧٥	٢١٦٤٥/٤٦	٢٠٦٣٦/٧١	٣/٠١٤١٩٥	١٠٠/٧٣٩	١١٠٤/٦١٢
١٠٠ × ١٠ × ١٠	٩٦٠٢/٨١٧	٩٨٣٤/٢٤٣	٩٢٣٤/٠٦٩	٣/٩٩٣٣٤٤	١٢٧/٩٦٣٩	١٩٠٤/٧٩٤
۱۰۰ × ۱۰ × ۲۰	۹۴۴۵/۶۳۲	۹۷۲۷/۴۵۷	۹۰۰۰/۶۴۸	۴/۹۴۳۹۰۷	۱۳۳/۱۳۷۲	۲۸۰۵/۶۲۳

جدول (۵): نتایج آزمایشات محاسباتی تابع زوال وابسته به کار زمان صرف شده

Size (n × m × k)	mean Z_{SA}	worst Z_{SA}	Z_{GAMS}	Gap(%)	Time	
					SA	Model
۱۰ × ۲ × ۲	۶۸۶/۸۶۵۵	۶۸۶/۸۶۵۵	۶۸۶/۸۶۵۵	۰	۳۴/۰۴۸۴	۱۴/۴۳۶
۲۰ × ۲ × ۲	۲۹۶۵/۹۶۵	۲۹۶۷/۹۸۹	۲۹۶۲/۷۸۶	۰/۱۰۷۲۸۵	۵۱/۷۴۵۹۵	۲۶/۹۰۸۷
۲۰ × ۲ × ۵	۲۶۲۲/۵۹	۲۶۳۱/۷۵۷	۲۶۰۸/۲۵۶	۰/۵۴۹۵۷۱	۵۴/۱۸۴۳	۸۶/۱۰۷۸۵
۲۰ × ۵ × ۵	۹۶۶/۸۴۱۱	۹۷۵/۳۲۶۶	۹۵۳/۶۸۱۸	۱/۳۷۹۸۳۹	۶۲/۲۸۷۳۵	۲۷۵/۵۴۵۱
۵۰ × ۲ × ۵	۱۷۹۱۱/۵۹	۱۸۰۸۵/۱۳	۱۷۶۴۲/۸۵	۱/۵۲۳۲۳۴	۱۰۲/۰۸۴۳	۲۰۷/۸۱۹۳
۵۰ × ۵ × ۵	۵۷۷۹/۴۰۴	۵۸۴۵/۹۸۵	۵۶۷۶/۵۸۷	۱/۸۱۱۲۴۴	۱۰۸/۳۶۸۹	۴۹۰/۲۹۸۱
۵۰ × ۵ × ۱۰	۵۳۵۸/۳۶۷	۵۴۳۸/۳۶۷	۵۲۳۵/۴۷۶	۲/۳۴۷۲۷۱	۱۱۲/۹۷۷۴	۱۱۷۶/۷۱۶
۵۰ × ۱۰ × ۱۰	۲۴۳۶/۲۷۹	۲۴۸۲/۹۸۳	۲۳۶۵	۳/۰۱۳۹۲۱	۱۲۵/۶۵۱۱	۲۷۰۶/۴۴۵
۱۰۰ × ۵ × ۵	۳۲۹۵۹/۲۸	۳۳۵۳۸/۷۹	۳۲۰۷۲/۶۸	۲/۷۶۴۳۲۶	۱۸۰/۴	۸۲۸/۸۹۷۱
۱۰۰ × ۵ × ۱۰	۲۷۶۱۲/۰۵	۲۸۱۸۰/۶۱	۲۶۷۴۶/۱۹	۳/۲۳۷۳۱	۱۸۲/۰۵۰۹	۱۲۷۰/۳۰۴
۱۰۰ × ۱۰ × ۱۰	۱۰۶۵۰/۲۱	۱۰۹۳۸/۱۲	۱۰۲۱۶/۰۱	۴/۲۵۰۲۰۶	۱۹۳/۰۳۴۹	۲۱۹۰/۵۱۳
۱۰۰ × ۱۰ × ۲۰	۱۰۰۸۸/۳۶	۱۰۴۲۲/۸۵	۹۵۸۸/۵۲۶	۵/۲۱۲۸۳۱	۱۹۹/۹۶۲۱	۳۲۲۶/۴۶۶

جدول (۶): نتایج آزمایشات محاسباتی تابع زوال وابسته به زمان پردازش واقعی

Size (n × m × k)	mean Z_{SA}	worst Z_{SA}	Z_{GAMS}	Gap(%)	Time	
					SA	Model
۱۰ × ۲ × ۲	۶۸۳/۳۲۵۹	۶۸۳/۳۲۵۹	۶۸۳/۳۲۵۹	۰	۳۱/۱۹۳۱۵	۱۳/۸۳۴۵
۲۰ × ۲ × ۲	۲۸۱۵/۹۳۷	۲۸۱۷/۸۱۵	۲۸۱۲/۹۴	۰/۱۰۶۵۳۳	۴۱/۴۷۳۷۵	۲۵/۷۸۷۵۱
۲۰ × ۲ × ۵	۲۵۷۶/۲۳۶	۲۵۸۵/۰۳۷	۲۵۶۲/۲۵۴	۰/۵۴۵۷۰۳	۴۵/۲۸۰۳	۸۲/۵۲۰۰۲
۲۰ × ۵ × ۵	۹۶۳/۱۱۲۷	۹۷۱/۳۷۳۵	۹۵۰/۰۹۵۹	۱/۳۷۰۰۴۸	۵۳/۴۵۶۹	۲۶۴/۰۶۴
۵۰ × ۲ × ۵	۱۷۴۵۲/۹۲	۱۷۶۱۸/۱۷	۱۷۱۹۲/۸۹	۱/۵۱۲۴۱	۷۶/۱۹۵۶	۱۹۸/۹۳۸۱
۵۰ × ۵ × ۵	۵۵۲۹/۹۷۷	۵۵۹۲/۲۳۶	۵۴۳۲/۲۸۶	۱/۷۹۸۳۳۸	۸۴/۵۴۱۵	۴۶۹/۳۴۵۲
۵۰ × ۵ × ۱۰	۵۲۲۶/۳۶۸	۵۳۰۲/۶۲	۵۱۰۷/۳۴۳	۲/۳۳۰۴۵۷	۸۹/۱۱۴۰۵	۱۱۲۶/۴۲۹
۵۰ × ۱۰ × ۱۰	۲۴۰۸/۶۴۵	۲۴۵۳/۷۶۵	۲۳۳۸/۶۶۷	۲/۹۹۲۱۹۲	۱۰۳/۱۷۷۵	۲۵۹۰/۷۸۵
۱۰۰ × ۵ × ۵	۳۱۹۳۳/۱۷	۳۲۴۸۱/۸۳	۳۱۰۸۰/۱۹	۲/۷۴۴۴۵	۱۳۶/۷۱۷۳	۷۹۶/۴۶۲
۱۰۰ × ۵ × ۱۰	۲۶۲۶۴/۰۲	۲۶۷۹۲/۴۷	۲۵۴۴۶/۲	۳/۲۱۳۹۲	۱۳۹/۹۴۱	۱۲۲۰/۵۹۶
۱۰۰ × ۱۰ × ۱۰	۱۰۳۹۰/۵۱	۱۰۶۶۴/۹۷	۹۹۶۹/۸۶۳	۴/۲۱۹۱۹۹	۱۵۳/۲۲۱۶	۲۱۰۴/۷۹۷
۱۰۰ × ۱۰ × ۲۰	۹۹۳۹/۴۸۸	۱۰۲۶۱/۴۸	۹۴۵۰/۴۷۸	۵/۱۷۴۴۵۴	۱۶۴/۵۴۰۸	۳۱۰۰/۲۱۳

جدول (۷): نتایج آزمایشات محاسباتی تابع زوال وابسته به زمان پردازش اسمی

Size (n × m × k)	mean Z_{SA}	worst Z_{SA}	Z_{GAMS}	Gap(%)	Time	
					SA	Model
۱۰ × ۲ × ۲	۶۸۱/۹۲۰۷	۶۸۱/۹۲۰۷	۶۸۱/۹۲۰۷	۰	۲۸/۳۹۴	۱۳/۵۹۳۹
۲۰ × ۲ × ۲	۲۸۰۴/۴۱۶	۲۸۰۶/۲۴۳	۲۸۰۱/۴۴۷	۰/۱۰۵۹۹۶	۳۵/۰۳۹۳۵	۲۵/۳۳۹۰۳
۲۰ × ۲ × ۵	۲۵۳۰/۲۶۹	۲۵۳۸/۷۱۲	۲۵۱۶/۶۰۶	۰/۵۴۲۹۴	۴۲/۶۶۴۲۵	۸۱/۰۸۴۸۹
۲۰ × ۵ × ۵	۹۶۲/۶۹۱۸	۹۷۰/۷۵۶۲	۹۴۹/۷۴۶۲	۱/۳۶۳۰۵۶	۵۲/۲۶۷۸	۲۵۹/۴۷۱۶
۵۰ × ۲ × ۵	۱۶۸۶۷/۵۶	۱۷۰۲۳/۵۴	۱۶۶۱۷/۵۲	۱/۵۰۴۶۸	۶۳/۴۱۷	۱۹۶/۹۸۴۲
۵۰ × ۵ × ۵	۵۴۴۵/۱۳۹	۵۵۰۵/۰۱۱	۵۳۴۹/۴۳۱	۱/۷۸۹۱۲۱	۷۳/۱۴۲۲	۴۶۴/۷۳۵۵
۵۰ × ۵ × ۱۰	۵۱۸۶/۶۶۱	۵۲۶۰/۵۶۳	۵۰۶۹/۱۳۵	۲/۳۱۸۴۵۱	۸۱/۱۱۳۲	۱۱۱۵/۳۶۶
۵۰ × ۱۰ × ۱۰	۲۳۹۸/۷۰۷	۲۴۴۲/۵۸۸	۲۳۲۹/۳۶۹	۲/۹۷۶۶۷۷	۹۷/۴۳۸۵	۲۵۶۵/۳۴
۱۰۰ × ۵ × ۵	۲۶۷۳۰/۱۸	۲۷۱۷۸/۶۹	۲۶۰۱۹/۷۸	۲/۷۳۰۲۴۹	۱۰۷/۸۱۱	۷۹۰/۶۹۵۸
۱۰۰ × ۵ × ۱۰	۲۴۴۸۵/۰۹	۲۴۹۶۶/۲	۲۳۷۲۶/۵	۳/۱۹۷۲۲	۱۱۶/۱۵۸۶	۱۲۱۱/۷۵۹
۱۰۰ × ۱۰ × ۱۰	۱۰۲۵۲/۸۷	۱۰۵۱۷/۳۳	۹۸۳۹/۸۷۹	۴/۱۹۷۰۶۳	۱۳۴/۱۹۳۸	۲۰۸۹/۵۵۹
۱۰۰ × ۱۰ × ۲۰	۹۷۹۵/۶۸۳	۱۰۱۰۵/۵۴	۹۳۱۶/۱۷۴	۵/۱۴۷۰۵۸	۱۴۸/۱۵۱۲	۳۰۷۷/۷۶۸

بحث و نتیجه گیری

در این مقاله به بررسی مسأله زمانبندی همزمان کارها و فعالیت‌های نت با احتساب اثر زوال و زمان آماده‌سازی وابسته به توالی پرداخته شده است. با توجه به وجود اثر زوال و تأثیر آن روی زمان کارها، هدف یافتن تعداد و زمان بهینه فعالیت‌های نت پیشنهادی و توالی بهینه کارها جهت حداقل‌کردن مجموع زمان اتمام می‌باشد. مدل‌سازی مسأله در دو حالت مختلف با تابع زوال وابسته به موقعیت و تابع زوال وابسته به زمان انجام شده است. حالت دوم با توجه به وجود زمان آماده‌سازی خود به دو حالت تابع زوال وابسته به کل زمان و تابع زوال وابسته به زمان‌های پردازش واقعی تقسیم شده است. همچنین تابع زوال وابسته به زمان‌های اسمی پردازش نیز به دلیل اشاره در ادبیات موضوع برای این حالت بررسی شده است. به دلیل پیچیدگی بالای مدل از روش فراابتکاری جهت حل استفاده شده است. بر این اساس با توجه به کاربرد زیاد الگوریتم شبیه‌سازی تبرید در حل مسائل مختلف، این الگوریتم به عنوان

رویکرد حل مدل انتخاب شده است. در نهایت با ارائه‌ی آزمایشات محاسباتی تدوین شده، به بررسی عملکرد و کارایی مدل و روش حل پیشنهادی پرداخته شده و تأثیر تغییرات در پارامترهای زوال، مورد تحلیل قرار گرفته است. با مقایسه نتایج حاصل از حل دقیق مدل و الگوریتم پیشنهادی می‌توان دریافت که با توجه به زمان زیاد حل مدل، الگوریتم شبیه‌سازی تبرید برای حالت تابع زوال وابسته به موقعیت کار، در بدترین شرایط، خطایی کمتر از ۵درصد و برای سه حالت دیگر تابع زوال وابسته به زمان، خطایی کمتر از ۳/ ۵ درصد نسبت به حل دقیق داشته است که کارایی مناسب این الگوریتم در حل مسائل زمانبندی را نشان می‌دهد. در تحلیل حساسیت پارامتر زوال در تابع زوال وابسته به موقعیت کار، بدون انجام فعالیت نگهداری پیشگیرانه، برای حدود در نظر گرفته شده پارامتر، تغییرپذیری تابع هدف می‌تواند تا حدود ۲۶درصد باشد. علاوه بر آن شیب زیاد این روند افزایشی و تقعر رو به بالای آن نشان از افزایش ناگهانی و بیشتر آن برای مقادیر بالاتر این پارامتر دارد. این در حالی است که با انجام نت و با افزایش حد مجاز تعداد نت به اندازه تعداد ماشین‌ها و دو برابر اندازه تعداد ماشین‌ها، به ترتیب مقدار تغییرپذیری تابع به ۱۷ و ۱۳ درصد کاهش یافته است و علاوه بر آن شیب روند افزایش هم کمتر و کنترل شده است. این امر نشان از قدرت مناسب انجام فعالیت‌های نت در تعدیل مقدار تابع هدف در مقادیر بالای اثر زوال دارد. برای پارامتر زوال در توابع زوال وابسته به زمان مشاهده می‌گردد برای تابع زوال وابسته به زمان کل، که بیشترین تغییرپذیری را دارد، بدون انجام فعالیت نگهداری پیشگیرانه، تغییرپذیری تابع می‌تواند در حدود تعیین شده پارامتر زوال تا ۷۲درصد باشد. اما با افزایش تعداد مجاز فعالیت‌های نگهداری پیشگیرانه، مقدار تغییرپذیری تابع هدف در بدترین حالت به ۴۶ و ۳۸ درصد کاهش یافته است. به منظور بالا بردن کارایی و کاربرد مدل مواردی مانند بررسی مسأله در محیطهای ماشینی دیگر مانند جریان کارگاهی یا کار کارگاهی،به کارگیری دیگر تابع هدف مانند حداقل‌کردن هزینه دیرکرد یا بیشینه دیرکرد و یا ترکیبی از هدف‌های مختلف زمانبندی و ارائه مدل در شرایط زمان دسترسی متفاوت و یا مجاز بودن وقفه برای کارهارا به عنوان زمینه‌ای برای تحقیقات آتی مدنظر قرار داد.

مراجع

Bachman, A. and A. Janiak,(2004), *Scheduling jobs with position-dependent processing times.* Journal of the Operational Research Society,. 55(3): p. 257-264.

Bank, M., (2012), *Application of particle swarm optimization and simulated annealing algorithms in flow shop scheduling problem under linear deterioration*, Advances in Engineering Software, No. 47, pp. 1–6.

Behnamian, J., M. Zandieh, and S.M.T. Fatemi Ghomi, (2009), *Parallel-machine scheduling problems with sequence-dependent setup times using an ACO, SA and VNS hybrid algorithm*. Expert Systems with Applications, 36(6): p. 9637-9644.

Cheng, T.C.E., C.-J. Hsu, and D.-L. Yang,(2011), *Unrelated parallel-machine scheduling with deteriorating maintenance activities.* Computers & Industrial Engineering, 60(4): p. 602-605.

Ebrahimy Zade, A., and M.B. Fakhrzad, (2013*), A dynamic genetic algorithm for solving a single machine scheduling problem with periodic maintenance,* ISRN Industrial Engineering 2013.

Fakhrzad, M., A. Sadeghieh, and L Emami, (2012), *A new multi-objective job shop scheduling with setup times using a hybrid genetic algorithm,* International Journal of Engineering-Transactions B: Applications 26 (2), 207.

Fakhrzad, M.B. and A.S. Esfahanib, (2013), *Modeling the time windows vehicle routing problem in cross-docking strategy using two meta-heuristic algorithms,* International Journal of Engineering-Transactions A: Basics 27 (7), 1113.

Fakhrzad, M.B., M. Heydari, (2008), *Flexible flow-lines model at m machine centers with fuzzy total costs*, Journal of applied sciences, 8, 2059-2066.

Fan, Y.-P. and C.-L. Zhao,(2014), *Single machine scheduling with multiple common due date assignment and aging effect under a deteriorating maintenance activity consideration.* Journal of Applied Mathematics and Computing, 46(1-2): p. 51-66.

Gawiejnowicz, S., *Time-dependent scheduling*. (2008): Springer Publishing Company, Incorporated.

Haddad, H.,(2014), *Minimizing Total Weighted Tardiness and Earliness on a Single Machine Production Scheduling Problem with Multi-task Maintenance Policy and Deteriorating Jobs.* Arabian Journal for Science and Engineering,. 39(8): p. 6543-6553.

Hsu, C.-J., et al.,(2013), *Unrelated parallel-machine scheduling problems with aging effects and deteriorating maintenance activities.* Information Sciences, 253: p. 163-169.

Ji, P., et al.,(2014), *Single-machine common flow allowance scheduling with job-dependent aging effects and a deteriorating maintenance activity.* Optimization Letters, 8(4): p. 1389-1400.

Ji, M., et al.,(2013), *Single-machine due-window assignment and scheduling with resource allocation, aging effect, and a deteriorating rate-modifying activity.* Computers & Industrial Engineering, 66(4): p. 952-961.

Lai, P.-J. and W.-C. Lee,(2010), *Single-machine scheduling with a nonlinear deterioration function.* Information Processing Letters, 110(11): p. 455-459.

Liu, P., et al.,(2013), *Scheduling two agents with sum-of-processing-times-based deterioration on a single machine*. Applied Mathematics and Computation, 219(17): p. 8848-8855.

Mosheiov, G.,(2012), *A note: Multi-machine scheduling with general position-based deterioration to minimize total load.* International Journal of Production Economics, 135(1): p. 523-525.

Rudek, R.,(2012), *The strong NP-hardness of the maximum lateness minimization scheduling problem with the processing-time based aging effect.* Applied Mathematics and Computation, 218(11): p. 6498-6510.

Rudek, A. and R. Rudek,(2011), *A note on optimization in deteriorating systems using scheduling problems with the aging effect and resource allocation models.* Computers & Mathematics with Applications, 62(4): p. 1870-1878.

Ruiz-Torres, A.J., G. Paletta, and E. Pérez, (2013), *Parallel machine scheduling to minimize the makespan with sequence dependent deteriorating effects.* Computers & Operations Research, 40(8): p. 2051-2061.

Wang, J.-B. and C.-M. Wei,(2014), *Parallel machine scheduling with a deteriorating maintenance activity and total absolute differences penalties.* Applied Mathematics and Computation, 217(20): p. 8093-8099.

Wang, X.-Y. and J.-J. Wang, (2013), *Scheduling problems with past-sequence-dependent setup times and general effects of deterioration and learnin*g. Applied Mathematical Modelling, 37(7): p. 4905-4914.

Wang, L.-Y., et al.,(2012), *Unrelated parallel-machine scheduling with deteriorating maintenance activities to minimize the total completion time.* Optimization Letters, 8(1): p. 129-134.

Yang, S.-J.,(2013), *Unrelated parallel-machine scheduling with deterioration effects and deteriorating multi-maintenance activities for minimizing the total completion time.* Applied Mathematical Modelling, 37(5): p. 2995-3005.

Yang, S.-J. and D.-L. Yang,(2013), *Note on "A unique integer mathematical model for scheduling deteriorating jobs with rate-modifying activities on a single machine".* The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 64(9-12): p. 1759-1764.

Yang, D.-L.,(2012), *Unrelated parallel-machine scheduling with aging effects and multi-maintenance activities.* Computers & Operations Research, 39(7): p. 1458-1464.

Yu, X. and Y. Zhang,(2014), *Single Machine Scheduling with Aging Effect and Upper-Bounded Actual Processing Times.* Arabian Journal for Science and Engineering,. 39(2): p. 1489-1495.

Yu, X., Y. Zhang, and K. Huang,(2014), *Multi-machine scheduling with general position-based deterioration to minimize total load revisited.* Information Processing Letters, 114(8): p. 399-404.

Zarook, Y., et al.,(2014), *Minimization of makespan for the single batch-processing machine scheduling problem with considering aging effect and multi-maintenance activities.* The International Journal of Advanced Manufacturing Technology.

ضمائم

الف) تابع هدف با الگوی زوال وابسته به کار و موقعیت کار در توالی

$$C_{l[1]}^{(1)} = p_{l[1]}^{(1)} . f_l^{(1)}(1) = p_{l[1]}^{(1)}$$

$$C_{l[2]}^{(1)} = C_{l[1]}^{(1)} + p_{l[2]}^{(1)} . f_l^{(1)}(2) = p_{l[1]}^{(1)} + p_{l[2]}^{(1)} . f_l^{(1)}(2) + S_{l[1][2]}^{(1)}$$

…

$$\begin{aligned} C_{l[n_{1l}]}^{(1)} = C_{l[n_{1l}-1]}^{(1)} + p_{l[n_{1l}]}^{(1)} . f_l^{(1)}(n_{1l}) + S_{l[n_{1l}-1][n_{1l}]}^{(1)} \\ = p_{l[1]}^{(1)} + p_{l[2]}^{(1)} . f_l^{(1)}(2) + S_{l[1][2]}^{(1)} + \cdots + p_{l[n_{1l}]}^{(1)} . f_l^{(1)}(n_{1l}) \\ + S_{l[n_{1l}-1][n_{1l}]}^{(1)} = \sum_{r=1}^{n_{1l}} p_{l[r]}^{(1)} . f_l^{(1)}(r) + S_{l[r-1][r]}^{(1)} \end{aligned}$$

$$ma_{1l} = \alpha_l + \beta_l \left(\sum_{r=1}^{n_{1l}} p_{l[r]}^{(1)} . f_l^{(1)}(r) + S_{l[r-1][r]}^{(1)} \right)$$

$$\begin{aligned} C_{l[1]}^{(2)} &= C_{l[n_{1l}]}^{(1)} + ma_{1l} + p_{l[1]}^{(2)} . f_l^{(2)}(1) \\ &= \alpha_l + (1+\beta_l) \left(\sum_{r=1}^{n_{1l}} p_{l[r]}^{(1)} . f_l^{(1)}(r) + S_{l[r-1][r]}^{(1)} \right) + p_{l[1]}^{(2)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_{l[2]}^{(2)} &= C_{l[1]}^{(2)} + p_{l[2]}^{(2)} . f_l^{(2)}(2) \\ &= \alpha_l + (1+\beta_l) \left(\sum_{r=1}^{n_{1l}} p_{l[r]}^{(1)} . f_l^{(1)}(r) + S_{l[r-1][r]}^{(1)} \right) + p_{l[1]}^{(2)} \\ &\quad + p_{l[2]}^{(2)} . f_l^{(2)}(2) + S_{l[1][2]}^{(2)} \end{aligned}$$

…

$$C^{(2)}_{l[n_{2l}]} = C^{(2)}_{l[n_{2l}-1]} + p^{(2)}_{l[n_{2l}]}.f^{(2)}_{l}(n_{2l}) + S^{(2)}_{l[n_{2l}-1][n_{2l}]}$$

$$= \alpha_l + (1+\beta_l)\left(\sum_{r=1}^{n_{1l}} p^{(1)}_{l[r]}.f^{(1)}_{l}(r) + S^{(1)}_{l[r-1][r]}\right) + p^{(2)}_{l[1]}$$

$$+ p^{(2)}_{l[2]}.f^{(2)}_{l}(2) + S^{(2)}_{l[1][2]} + \cdots + p^{(2)}_{l[n_{2l}]}.f^{(2)}_{l}(n_{2l})$$

$$+ S^{(2)}_{l[n_{2l}-1][n_{2l}]}$$

$$= \alpha_l + (1+\beta_l)\left(\sum_{r=1}^{n_{1l}} p^{(1)}_{l[r]}.f^{(1)}_{l}(r) + S^{(1)}_{l[r-1][r]}\right)$$

$$+ \sum_{r=1}^{n_{2l}} p^{(2)}_{l[r]}.f^{(2)}_{l}(r) + S^{(2)}_{l[r-1][r]}$$

$$ma_{2l} = \alpha_l + \beta_l\left(\sum_{r=1}^{n_{2l}} p^{(2)}_{l[r]}.f^{(2)}_{l}(r) + S^{(2)}_{l[r-1][r]}\right)$$

…

$$C^{(k_l+1)}_{l\left[n_{k_l+1,l}\right]} = C^{(k_l+1)}_{l\left[n_{k_l+1,l}-1\right]} + p^{(k_l+1)}_{l\left[n_{k_l+1,l}\right]}.f^{(k_l+1)}_{l}\left(n_{k_l+1,l}\right)$$

$$= k_l.\alpha_l + (1+\beta_l)\left(\sum_{r=1}^{n_{1l}} p^{(1)}_{l[r]}.f^{(1)}_{l}(r) + S^{(1)}_{l[r-1][r]}\right)$$

$$+ (1+\beta_l)\left(\sum_{r=1}^{n_{2l}} p^{(2)}_{l[r]}.f^{(2)}_{l}(r) + S^{(2)}_{l[r-1][r]}\right) + \cdots$$

$$+ (1+\beta_l)\left(\sum_{r=1}^{n_{k_l,l}} p^{(k_l)}_{l[r]}.f^{(k_l)}_{l}(r) + S^{(k_l)}_{l[r-1][r]}\right)$$

$$+ \sum_{r=1}^{n_{k_l+1,l}} p^{(k_l+1)}_{l[r]}.f^{(k_l+1)}_{l}(r) + S^{(k_l+1)}_{l[r-1][r]}$$

$$TC = \sum_{l=1}^{m}\sum_{i=1}^{k_l}\left(n_l - \sum_{d=1}^{i} n_{dl}\right)\alpha_l + \sum_{l=1}^{m}\sum_{i=1}^{k_l+1}\sum_{r=1}^{n_{il}}\left[\left(n_l - \sum_{d=1}^{i} n_{dl} + n_{il} - r + 1\right) + \left(n_l - \sum_{d=1}^{i} n_{dl}\right)\beta_l\right]\left(p_{l[r]}^{(i)}.f_l^{(i)}(r) + S_{l[r-1][r]}^{(i)}\right)$$

ب) تابع هدف با الگوی زوال وابسته به کل زمان پردازش شده

$$C_{l[1]}^{(1)} = p_{l[1]}^{(1)}$$

$$C_{l[2]}^{(1)} = p_{l[1]}^{(1)} + p_{l[2]}^{(1)} + c_l\left(p_{l[1]}^{(1)} + S_{l[1][2]}^{(1)}\right) + S_{l[1][2]}^{(1)} = p_{l[2]}^{(1)} + (1 + c_l)\left(p_{l[1]}^{(1)} + S_{l[1][2]}^{(1)}\right)$$

$$C_{l[3]}^{(1)} = C_{l[2]}^{(1)} + p_{l[3]}^{(1)} + c_l\left(p_{l[2]}^{(1)} + (1 + c_l)\left(p_{l[1]}^{(1)} + S_{l[1][2]}^{(1)}\right) + S_{l[2][3]}^{(1)}\right) + S_{l[2][3]}^{(1)} = p_{l[3]}^{(1)} + (1 + c_l)\left(p_{l[2]}^{(1)} + S_{l[2][3]}^{(1)}\right) + (1 + c_l)^2\left(p_{l[1]}^{(1)} + S_{l[1][2]}^{(1)}\right)$$

…

$$\begin{aligned} C_{l[n_{1l}]}^{(1)} = p_{l[n_{1l}]}^{(1)} &+ (1+c_l)\left(p_{l[n_{1l}-1]}^{(1)} + S_{l[n_{1l}-1][n_{1l}]}^{(1)}\right) \\ &+ (1+c_l)^2\left(p_{l[n_{1l}-2]}^{(1)} + S_{l[n_{1l}-2][n_{1l}-1]}^{(1)}\right) + \cdots \\ &+ (1+c_l)^{(n_{1l}-2)}\left(p_{l[2]}^{(1)} + S_{l[2][3]}^{(1)}\right) \\ &+ (1+c_l)^{(n_{1l}-1)}\left(p_{l[1]}^{(1)} + S_{l[1][2]}^{(1)}\right) \\ &= \sum_{r=1}^{n_{1l}} (1+c_l)^{(n_{1l}-r)}.\left[p_{l[r]}^{(1)} + S_{l[r][r+1]}^{(1)}\right] \\ &= \sum_{r=1}^{n_{1l}} \left((1+c_l)^{(n_{1l}-r)}.p_{l[r]}^{(1)}\right) \\ &+ \left((1+c_l)^{(n_{1l}-r+1)}.S_{l[r-1][r]}^{(1)}\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ma_{1l} = \alpha_l + \beta_l \Bigg[\sum_{r=1}^{n_{1l}} &\left[(1+c_l)^{(n_{1l}-r)}.p_{l[r]}^{(1)}\right] \\ &+ \left[(1+c_l)^{(n_{1l}-r+1)}.S_{l[r-1][r]}^{(1)}\right]\Bigg] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_{l[1]}^{(2)} = C_{l[n_{1l}]}^{(1)} &+ ma_{1l} + p_{l[1]}^{(2)} \\ &= \alpha_l \\ &+ (1 \\ &+ \beta_l)\Bigg[\sum_{r=1}^{n_{1l}} \left[(1+c_l)^{(n_{1l}-r)}.p_{l[r]}^{(1)}\right] \\ &+ \left[(1+c_l)^{(n_{1l}-r+1)}.S_{l[r-1][r]}^{(1)}\right]\Bigg] + p_{l[1]}^{(2)} \end{aligned}$$

$$C_{l[2]}^{(2)} = C_{l[1]}^{(2)} + p_{l[2]}^{(2)} + c_l . p_{l[1]}^{(2)} + S_{l[1][2]}^{(2)} = \alpha_l + (1 + \beta_l)\left[\sum_{r=1}^{n_{1l}} \left[(1+c_l)^{(n_{1l}-r)} . p_{l[r]}^{(1)}\right] + \left[(1+c_l)^{(n_{1l}-r+1)} . S_{l[r-1][r]}^{(1)}\right]\right] + p_{l[2]}^{(2)} + (1+c_l)\left(p_{l[1]}^{(2)} + S_{l[1][2]}^{(2)}\right)$$

…

$$C_{l[n_{2l}]}^{(2)} = \alpha_l + (1 + \beta_l)\left[\sum_{r=1}^{n_{1l}} \left[(1+c_l)^{(n_{1l}-r)} . p_{l[r]}^{(1)}\right] + \left[(1+c_l)^{(n_{1l}-r+1)} . S_{l[r-1][r]}^{(1)}\right]\right] + \sum_{r=1}^{n_{2l}} \left[(1+c_l)^{(n_{2l}-r)} . p_{l[r]}^{(2)}\right] + \left[(1+c_l)^{(n_{2l}-r+1)} . S_{l[r-1][r]}^{(2)}\right]$$

$$ma_{2l} = \alpha_l + \beta_l\left[\sum_{r=1}^{n_{2l}} \left[(1+c_l)^{(n_{2l}-r)} . p_{l[r]}^{(2)}\right] + \left[(1+c_l)^{(n_{2l}-r+1)} . S_{l[r-1][r]}^{(2)}\right]\right]$$

…

$$
\begin{aligned}
C_{l[n_{k_l+1,l}]}^{(k_l+1)} = k_l.\alpha_l + (1+\beta_l)
&\cdot\left[\sum_{r=1}^{n_{1l}}\left[(1+c_l)^{(n_{1l}-r)}.p_{l[r]}^{(1)}\right]\right.\\
&\left.+\left[(1+c_l)^{(n_{1l}-r+1)}.S_{l[r-1][r]}^{(1)}\right]\right] + (1+\beta_l)\\
&\cdot\left[\sum_{r=1}^{n_{2l}}\left[(1+c_l)^{(n_{2l}-r)}.p_{l[r]}^{(2)}\right]\right.\\
&\left.+\left[(1+c_l)^{(n_{2l}-r+1)}.S_{l[r-1][r]}^{(2)}\right]\right] + \cdots\\
&+ (1\\
&+ \beta_l)\left[\sum_{r=1}^{n_{k_l,l}}\left[(1+c_l)^{\left(n_{k_l,l}-r\right)}.p_{l[r]}^{(k_l)}\right]\right.\\
&\left.+\left[(1+c_l)^{\left(n_{k_l,l}-r+1\right)}.S_{l[r-1][r]}^{(k_l)}\right]\right]\\
&+\sum_{r=1}^{n_{k_l+1,l}}\left[(1+c_l)^{\left(n_{k_l+1,l}-r\right)}.p_{l[r]}^{(k_l+1)}\right]\\
&+\left[(1+c_l)^{\left(n_{k_l+1,l}-r+1\right)}.S_{l[r-1][r]}^{(k_l+1)}\right]
\end{aligned}
$$

$$TC = \sum_{l=1}^{m}\sum_{i=1}^{k_l}\left(n_l - \sum_{d=1}^{i} n_{dl}\right)\alpha_l + \sum_{l=1}^{m}\sum_{i=1}^{k_l+1}\sum_{r=1}^{n_{il}}\left[(1+\beta_l)\left(n_l - \sum_{d=1}^{i} n_{dl}\right)(1+c_l)^{(n_{il}-r)} + \sum_{u=0}^{n_{il}-r}(1+c_l)^u\right].p_{l[r]}^{(i)} + \left[(1+\beta_l)\left(n_l - \sum_{d=1}^{i} n_{dl}\right)(1+c_l)^{(n_{il}-r+1)} + \sum_{u=1}^{n_{il}-r+1}(1+c_l)^u\right].S_{l[r-1][r]}^{(i)}$$

ج) تابع هدف با الگوی زوال وابسته به زمان‌های واقعی پردازش

$$C_{l[1]}^{(1)} = p_{l[1]}^{(1)}$$

$$C_{l[2]}^{(1)} = p_{l[1]}^{(1)} + p_{l[2]}^{(1)} + c_l.p_{l[1]}^{(1)} + S_{l[1][2]}^{(1)} = p_{l[2]}^{(1)} + (1+c_l)p_{l[1]}^{(1)} + S_{l[1][2]}^{(1)}$$

$$C_{l[3]}^{(1)} = C_{l[2]}^{(1)} + p_{l[3]}^{(1)} + c_l\left(p_{l[2]}^{(1)} + (1+c_l)p_{l[1]}^{(1)}\right) + S_{l[2][3]}^{(1)} = p_{l[3]}^{(1)} + (1+c_l)p_{l[2]}^{(1)} + (1+c_l)^2 p_{l[1]}^{(1)} + S_{l[1][2]}^{(1)} + S_{l[2][3]}^{(1)}$$

…

$$C_{l[n_{1l}]}^{(1)} = p_{l[n_{1l}]}^{(1)} + (1 + c_l)p_{l[n_{1l}-1]}^{(1)} + (1 + c_l)^2 p_{l[n_{1l}-2]}^{(1)} + \cdots$$
$$+ (1 + c_l)^{(n_{1l}-2)} p_{l[2]}^{(1)} + (1 + c_l)^{(n_{1l}-1)} p_{l[1]}^{(1)} + S_{l[1][2]}^{(1)}$$
$$+ S_{l[2][3]}^{(1)} + \cdots + S_{l[n_{1l}-1][n_{1l}]}^{(1)}$$
$$= \sum_{r=1}^{n_{1l}} (1 + c_l)^{(n_{1l}-r)} . p_{l[r]}^{(1)} + S_{l[r-1][r]}^{(1)}$$

$$ma_{1l} = \alpha_l + \beta_l \left[\sum_{r=1}^{n_{1l}} (1 + c_l)^{(n_{1l}-r)} . p_{l[r]}^{(1)} + S_{l[r-1][r]}^{(1)} \right]$$

$$C_{l[1]}^{(2)} = C_{l[n_{1l}]}^{(1)} + ma_{1l} + p_{l[1]}^{(2)}$$
$$= \alpha_l + (1 + \beta_l) \left[\sum_{r=1}^{n_{1l}} (1 + c_l)^{(n_{1l}-r)} . p_{l[r]}^{(1)} + S_{l[r-1][r]}^{(1)} \right]$$
$$+ p_{l[1]}^{(2)}$$

$$C_{l[2]}^{(2)} = C_{l[1]}^{(2)} + p_{l[2]}^{(2)} + c_l . p_{l[1]}^{(2)} + S_{l[1][2]}^{(2)}$$
$$= \alpha_l + (1 + \beta_l) \left[\sum_{r=1}^{n_{1l}} (1 + c_l)^{(n_{1l}-r)} . p_{l[r]}^{(1)} + S_{l[r-1][r]}^{(1)} \right]$$
$$+ p_{l[2]}^{(2)} + (1 + c_l) p_{l[1]}^{(2)} + S_{l[1][2]}^{(2)}$$

…

$$C_{l[n_{2l}]}^{(2)} = \alpha_l + (1 + \beta_l) \left[\sum_{r=1}^{n_{1l}} (1 + c_l)^{(n_{1l}-r)} . p_{l[r]}^{(1)} + S_{l[r-1][r]}^{(1)} \right]$$
$$+ \sum_{r=1}^{n_{2l}} (1 + c_l)^{(n_{2l}-r)} . p_{l[r]}^{(2)} + S_{l[r-1][r]}^{(2)}$$

$$ma_{2l} = \alpha_l + \beta_l \left[\sum_{r=1}^{n_{2l}} (1+c_l)^{(n_{2l}-r)} . p_{l[r]}^{(2)} + S_{l[r-1][r]}^{(2)} \right]$$

$\cdots$

$$\begin{aligned} C_{l\left[n_{k_l+1,l}\right]}^{(k_l+1)} = {} & k_l . \alpha_l + (1+\beta_l) \left[\sum_{r=1}^{n_{1l}} (1+c_l)^{(n_{1l}-r)} . p_{l[r]}^{(1)} + S_{l[r-1][r]}^{(1)} \right] \\ & + (1+\beta_l) \left[\sum_{r=1}^{n_{2l}} (1+c_l)^{(n_{2l}-r)} . p_{l[r]}^{(2)} + S_{l[r-1][r]}^{(2)} \right] + \cdots \\ & + (1+\beta_l) \left[\sum_{r=1}^{n_{k_l,l}} (1+c_l)^{\left(n_{k_l,l}-r\right)} . p_{l[r]}^{(k_l)} + S_{l[r-1][r]}^{(k_l)} \right] \\ & + \sum_{r=1}^{n_{k_l+1,l}} (1+c_l)^{\left(n_{k_l+1,l}-r\right)} . p_{l[r]}^{(k_l+1)} + S_{l[r-1][r]}^{(k_l+1)} \end{aligned}$$

$$TC = \sum_{l=1}^{m}\sum_{i=1}^{k_l}\left(n_l - \sum_{d=1}^{i} n_{dl}\right)\alpha_l$$
$$+ \sum_{l=1}^{m}\sum_{i=1}^{k_l+1}\sum_{r=1}^{n_{il}}\left[(1+\beta_l)\left(n_l - \sum_{d=1}^{i} n_{dl}\right)(1+c_l)^{(n_{il}-r)}\right.$$
$$\left. + \sum_{u=0}^{n_{il}-r}(1+c_l)^u\right].p_{l[r]}^{(i)}$$
$$+ \left[\left(n_l - \sum_{d=1}^{i} n_{dl} + n_{il} - r + 1\right)\right.$$
$$\left. + \left(n_l - \sum_{d=1}^{i} n_{dl}\right)\beta_l\right].S_{l[r-1][r]}^{(i)}$$

د) تابع هدف با الگوی زوال وابسته به زمان‌های نرمال پردازش

$$C_{l[1]}^{(1)} = p_{l[1]}^{(1)}$$

$$C_{l[2]}^{(1)} = p_{l[1]}^{(1)} + p_{l[2]}^{(1)} + c_l.p_{l[1]}^{(1)} + S_{l[1][2]}^{(1)} = p_{l[2]}^{(1)} + (1+c_l)p_{l[1]}^{(1)} + S_{l[1][2]}^{(1)}$$

$$\begin{aligned} C_{l[3]}^{(1)} &= C_{l[2]}^{(1)} + p_{l[3]}^{(1)} + c_l\left(p_{l[2]}^{(1)} + p_{l[1]}^{(1)}\right) + S_{l[2][3]}^{(1)} \\ &= p_{l[3]}^{(1)} + (1+c_l)p_{l[2]}^{(1)} + (1+2c_l)p_{l[1]}^{(1)} + S_{l[1][2]}^{(1)} \\ &+ S_{l[2][3]}^{(1)} \end{aligned}$$

…

$$C^{(1)}_{l[n_{1l}]} = p^{(1)}_{l[n_{1l}]} + (1+c_l)p^{(1)}_{l[n_{1l}-1]} + (1+2c_l)p^{(1)}_{l[n_{1l}-2]} + \cdots + (1+(n_{1l}-2)c_l)p^{(1)}_{l[2]} + (1+(n_{1l}-1)c_l)p^{(1)}_{l[1]} + S^{(1)}_{l[1][2]} + S^{(1)}_{l[2][3]} + \cdots + S^{(1)}_{l[n_{1l}-1][n_{1l}]} = \sum_{r=1}^{n_{1l}} (1+(n_{1l}-r)c_l).p^{(1)}_{l[r]} + S^{(1)}_{l[r-1][r]}$$

$$ma_{1l} = \alpha_l + \beta_l \left[\sum_{r=1}^{n_{1l}} (1+(n_{1l}-r)c_l).p^{(1)}_{l[r]} + S^{(1)}_{l[r-1][r]} \right]$$

$$C^{(2)}_{l[1]} = C^{(1)}_{l[n_{1l}]} + ma_{1l} + p^{(2)}_{l[1]} = \alpha_l + (1+\beta_l)\left[\sum_{r=1}^{n_{1l}} (1+(n_{1l}-r)c_l).p^{(1)}_{l[r]} + S^{(1)}_{l[r-1][r]} \right] + p^{(2)}_{l[1]}$$

$$C^{(2)}_{l[2]} = C^{(2)}_{l[1]} + p^{(2)}_{l[2]} + c_l.p^{(2)}_{l[1]} + S^{(2)}_{l[1][2]} = \alpha_l + (1+\beta_l)\left[\sum_{r=1}^{n_{1l}} (1+(n_{1l}-r)c_l).p^{(1)}_{l[r]} + S^{(1)}_{l[r-1][r]} \right] + p^{(2)}_{l[2]} + (1+c_l)p^{(2)}_{l[1]} + S^{(2)}_{l[1][2]}$$

$\cdots$

$$C^{(2)}_{l[n_{2l}]} = \alpha_l + (1+\beta_l)\left[\sum_{r=1}^{n_{1l}} (1+(n_{1l}-r)c_l).p^{(1)}_{l[r]} + S^{(1)}_{l[r-1][r]} \right] + \sum_{r=1}^{n_{2l}} (1+(n_{2l}-r)c_l).p^{(2)}_{l[r]} + S^{(2)}_{l[r-1][r]}$$

$$ma_{2l} = \alpha_l + \beta_l \left[\sum_{r=1}^{n_{2l}} (1+(n_{2l}-r)c_l).p^{(2)}_{l[r]} + S^{(2)}_{l[r-1][r]} \right]$$

…

$$C_{l[n_{k_l+1,l}]}^{(k_l+1)} = k_l.\alpha_l + (1+\beta_l)\left[\sum_{r=1}^{n_{1l}}(1+(n_{1l}-r)c_l).p_{l[r]}^{(1)} + S_{l[r-1][r]}^{(1)}\right] + (1+\beta_l)\left[\sum_{r=1}^{n_{2l}}(1+(n_{2l}-r)c_l).p_{l[r]}^{(2)} + S_{l[r-1][r]}^{(2)}\right] + \cdots + (1+\beta_l)\left[\sum_{r=1}^{n_{k_l,l}}\left(1+\left(n_{k_l,l}-r\right)c_l\right).p_{l[r]}^{(k_l)} + S_{l[r-1][r]}^{(k_l)}\right] + \sum_{r=1}^{n_{k_l+1,l}}\left(1+\left(n_{k_l+1,l}-r\right)c_l\right).p_{l[r]}^{(k_l+1)} + S_{l[r-1][r]}^{(k_l+1)}$$

$$C = \sum_{l=1}^{m}\sum_{i=1}^{k_l}\left(n_l - \sum_{d=1}^{i} n_{dl}\right)\alpha_l + \sum_{l=1}^{m}\sum_{i=1}^{k_l+1}\sum_{r=1}^{n_{il}}\left[(1+\beta_l)\left(n_l - \sum_{d=1}^{i} n_{dl}\right)(1+(n_{il}-r)c_l) + \sum_{u=0}^{n_{il}-r}(1+u.c_l)\right].p_{l[r]}^{(i)} + \left[\left(n_l - \sum_{d=1}^{i} n_{dl} + n_{il} - r + 1\right) + \left(n_l - \sum_{d=1}^{i} n_{dl}\right)\beta_l\right].S_{l[r-1][r]}^{(i)}$$